

宽带硅衬底 RF 片上螺旋电感物理模型

任 军, 杨 帆, 郑 薇, 尤焕成, 王向展, 李立萍, 杨德华

(电子科技大学, 四川成都 610054)

摘 要: 针对高损耗硅衬底, 源自部分元等效电路方法考虑了趋肤效应和邻近效应对螺旋电感中串联电感 L_s 、串联电阻 R_s 频率特性的制约, 并基于全耦合变压器模型引入了复杂的衬底涡流损耗, 从而建立了一种新的片上螺旋电感物理模型. 通过与全波分析方法对比, 验证了在 20GHz 范围内由该模型导出的等效电感 L_{eff} 、等效电阻 R_{eff} 和 Q 值误差仅在 7% 以内. 该模型可望用于硅基射频集成电路中电感进一步的理论探讨和优化设计.

关键词: 片上螺旋电感; 物理模型; 趋肤效应; 邻近效应; 衬底涡流损耗

中图分类号: TN 454 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2006) 08-1517-05

Wide-Band Physical Model for RF Spiral Inductors on Silicon

REN Jun, YANG Fan, ZHENG Wei, YOU Huan-cheng, WANG Xiang-zhan, Li Liping, YANG Mo-hua

(University of Electronic Science & Technology of China, Chengdu, Sichuan 610054 China)

Abstract For monolithic RF spiral inductor on high-loss silicon substrate, a novel physical model is proposed in which functions of both skin effect and proximity effect to frequency-dependent series parameters L_s and R_s are accounted in the light of modified partial equivalent element circuit methodology and, in the meanwhile, complicated eddy current losses in the substrate are captured by a full-coupled transformer loop. Up to 20GHz, the model reveals quite good accuracy within 7% with data from full-wave electromagnetic field simulator, including equivalent inductor L_{eff} , resistor R_{eff} and quality factor Q , and hopefully, it can be applied to further theory research and optimum design of RF spiral inductor on Si.

Key words on-chip spiral inductors, physical model, skin effect, proximity effect, eddy current loss

1 引言

近年来, RF 集成电路的应用频率不断升高, 而标准硅 CMOS 技术以其低成本的优势已逐渐成为 RFIC 热点工艺. 硅基螺旋电感作为 RF 电路设计中的关键部件, 其模型在高频下的准确度受到广泛关注^[1]. 然而, 现有的简单模型都不能很好地模拟其高频特性, 采用电磁场方法足够精确但效率低. 因此, 建立片上螺旋电感高频下精确快速的物理模型意义深远.

随着频率的升高, 邻近效应、衬底涡流效应对电感的影响变得越来越严重, 而现有简单模型往往忽略了这些效应, 对电感性能的估计过于乐观, 所以在高频下这些模型也将不再实用.

本文基于部分元等效电路法和全耦合变压器模型对硅基螺旋电感进行建模, 获得了用 MATLAB 实现的可扩展模型, 其效率与简单模型可比拟, 而精确度却大大提高, 进而可灵活方便地设计优化片上电感.

2 硅衬底螺旋电感物理模型

片上螺旋电感典型结构如图 1 所示, l_e 为外径, w 线圈

宽度, s 线圈间距, t 金属层厚度, h 顶层金属与下层金属之间的距离, t_{ox} 上层金属到衬底的距离, t_{sub} 衬底厚度.

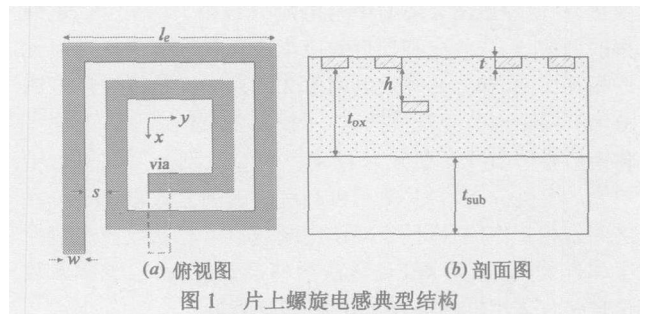


图 1 片上螺旋电感典型结构

本文所提出的螺旋电感模型如图 2 所示. 其中, $L_s(f)$ 、 $R_s(f)$ 分别表示螺旋电感的串联电感、串联电阻, 由于考虑了邻近效应和趋肤效应, 它们是与频率相关的量; L_{sub} 、 $R_{sub}(f)$ 与 $L_s(f)$ 构成的全耦合变压器, 模拟了硅衬底涡流引起的损耗; C_p 、 C_{ox} 、 C_{sb} 、 R_{si} 均为电损耗参数, 与常见简单模型中的物理意义相同, 其计算公式系^[2]

$$\begin{aligned} C_p &= n \cdot w^2 \cdot \frac{\epsilon_{ox}}{h} & C_{ox} &= \frac{1}{2} \cdot l_e \cdot \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} \\ C_{si} &= \frac{1}{2} \cdot l_e \cdot w \cdot C_{sub} & R_{si} &= \frac{2}{l_e \cdot w \cdot G_{sub}} \end{aligned} \quad (1)$$

式中, ϵ_{ox} 是氧化层介电常数, G_{sub}, C_{sub} 均为与工艺相关的拟合参数, 分别表示单位面积的电导和电容.

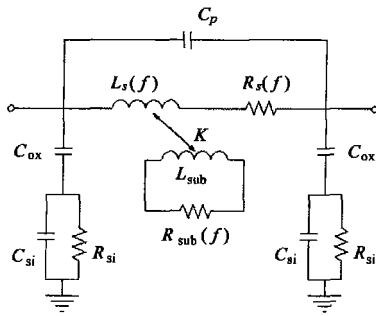


图2 螺旋电感等效电路模型

2.1 邻近效应与趋肤效应建模

高频下通过导体的交变电流产生交变磁场, 根据法拉第定律, 该磁场感应出一个电场, 与该电场相关联的电流密度与原始的电流相反, 在中心处该效应最强, 所以导体中心处的电阻明显地增加, 电流趋向于导体外表面, 产生了趋肤效应. 同时, 感应出的电场会影响邻近导体的电流密度分布, 产生了邻近效应. 当两根邻近导体中的交变电流同相时, 电流趋于相互靠近; 当两根邻近导体中的交变电流反相时, 电流趋于相互远离.

随着射频集成电路工作频率的升高, 电感的邻近效应和趋肤效应变得愈加严重. 虽有简单的数值拟合公式可量化这些效应, 但与物理原型联系不大, 不便于电感设计^[3].

高频下由于趋肤效应和邻近效应的影响, 矩形导体横截面的电流横向和纵向分布都不均匀, 且电流分布随频率变化, 从而导致图 2 模型中与电流分布相关的 L_s, R_s 是频率的函数. 趋肤效应和邻近效应本质上是导体中微电流元的相互作用, 部分元等效电路 PEEC 方法正是将导体电流分为有限个部分元来模拟这一过程. 常见的 PEEC 方法^[4]将矩形导体横截面剖分为 $m \times n$ 个单元, 剖分后的每个子单元的电流分布均匀, 然后再利用电磁场公式求解子单元之间的相互作用, 这种相互作用既包括了趋肤效应也包括了邻近效应. 常见 PEEC 方法的精确性较高, 但子单元数量较多且采用电磁场公式计算, 效率偏低.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ V_i \\ V_i \\ \vdots \\ \vdots \\ V_i \\ \vdots \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} + j\omega L_{11} & j\omega M_{11,12} & \cdots & j\omega M_{11,n} & j\omega M_{11,2} & \cdots & j\omega M_{11,im} & \cdots & j\omega M_{11,nm} \\ j\omega M_{12,11} & R_{12} + j\omega L_{12} & \cdots & j\omega M_{12,n} & j\omega M_{12,2} & \cdots & j\omega M_{12,im} & \cdots & j\omega M_{12,nm} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ j\omega M_{i1,11} & j\omega M_{i1,12} & \cdots & R_n + j\omega L_n & j\omega M_{i1,2} & \cdots & j\omega M_{i1,im} & \cdots & j\omega M_{i1,nm} \\ j\omega M_{2,11} & j\omega M_{2,12} & \cdots & j\omega M_{2,n} & R_{12} + j\omega L_{12} & \cdots & j\omega M_{2,im} & \cdots & j\omega M_{2,nm} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ j\omega M_{im,11} & j\omega M_{im,12} & \cdots & j\omega M_{im,n} & j\omega M_{im,2} & \cdots & R_{im} + j\omega L_{im} & \cdots & j\omega M_{im,nm} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ j\omega M_{nm,11} & j\omega M_{nm,12} & \cdots & j\omega M_{nm,n} & j\omega M_{nm,2} & \cdots & j\omega M_{nm,im} & \cdots & R_{nm} + j\omega L_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{11} \\ i_{12} \\ \vdots \\ \vdots \\ i_n \\ i_{21} \\ i_{22} \\ \vdots \\ \vdots \\ i_{im} \\ \vdots \\ \vdots \\ i_{nm} \end{bmatrix} \quad (3)$$

源于部分元等效电路 PEEC 方法, 本文根据片上螺旋电感几何尺寸 $w \gg t$ 的特点, 把每一段导体的矩形横截面仅在横向上分为等宽的 m 个部分元. 导体横截面电流密度的纵向分布不均匀是由趋肤效应造成的^[5]; 由于 $w \gg t$ 横向分布不均匀主要由邻近效应造成. 趋肤效应可利用公式 (2) 来进行模拟, 从而避免了导体横截面在纵向上的剖分; 邻近效应可以通过 PEEC 法求出横向上每个部分元电流来模拟. 该方法把趋肤效应的影响从常见的 PEEC 方法中抽离出来, 可以使部分元数目减小为传统方法的 $1/n$, 从而可以大大提高效率.

本文中每个部分元用自感 L_i 和电阻 R_i 串联表示^[4], M_{ij} 表示第 i 和 j 个部分元之间的互感. L_i 与 M_{ij} 均采用 G reenhouse 公式计算^[6]; R_i 是计入趋肤效应的电阻, 它体现了电流纵向分布的不均匀, 其计算公式是

$$R_i \approx \frac{1}{w \cdot \sigma \delta (1 - e^{-t/\delta})} \quad (2)$$

其中, $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \sigma}}$ 是趋肤深度, μ_0 真空磁导率, σ 电导率, ω 角频率.

利用上面所求到的 R_i, L_i, M_{ij} 可以得出每个部分元两端的电压和各部分元电流之间的关系. 由此考虑了邻近效应和趋肤效应的电感 I-V 特性可用矩阵方程 (3) 求解. 如图 3 所示, V_i 表示 x 方向上第 i 段导体两端的电压, i_{im} 表示 x 方向上第 i 段导体第 m 个部分元的电流. 等式 (3) 右边第一项为包含电阻、自感和互感的阻抗矩阵, 可用 MATLAB 编程获得.

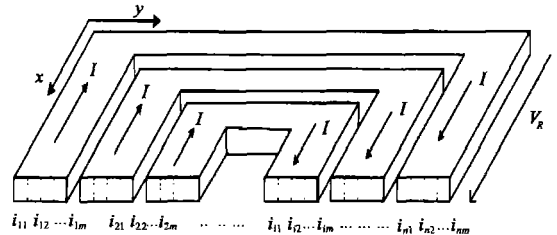


图3 PEEC法计算趋肤效应和邻近效应

对阻抗矩阵求逆后利用 $\sum_{j=1}^m i_{ij} = 1$ 的条件对其进行压缩得到一个 $n \times n$ 的矩阵 B , 再对 B 求逆即可获得 V_i 与总电

流 I 的关系式.

同理, 可求出 y 方向上导体组的 I-V 关系式. 最后, 通过式 (4) (5) 可求得计入邻近效应和趋肤效应的 $L_s(f)$ 、 $R_s(f)$

$$R_s(f) = \sum_{x=1}^n \operatorname{rea} \left\{ \frac{V_x}{I} \right\} + \sum_{y=1}^n \operatorname{rea} \left\{ \frac{V_y}{I} \right\} \quad (4)$$

$$L_s(f) = \sum_{x=1}^n \operatorname{in\,age} \left\{ \frac{V_x}{I} \right\} + \sum_{y=1}^n \operatorname{in\,age} \left\{ \frac{V_y}{I} \right\} \quad (5)$$

2.2 衬底涡流损耗建模

标准 CMOS 工艺中, 硅衬底的电阻率较低, 电磁损耗远大于 GaAs 等高电阻率衬底. 常见简单模型只考虑了电损耗, 而高频下时变磁场耦合到硅衬底上产生的涡流损耗不可忽略.

根据楞次定律可知, 衬底涡流产生与时变磁场方向相反的磁场, 从而减小电感值. 同时涡流还在衬底上产生功耗. 为此本文运用与螺旋电感耦合的 RL 网络来模拟这两个效应. 由于该网络中的 R 和 L 值与涡流分布相关, 而为求涡流分布, 首先需分析磁场分布.

运用毕奥 萨伐尔定律, 可求得一段载流为 I 的直导线在空间任一点的磁感应强度

$$B'_{(x,y)} = \frac{\mu_0 I}{4\pi \cdot d} (\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \quad (6)$$

式中, d 为场点到直线电流的距离, θ_1 和 θ_2 分别为直线电流的起点和终点分别到场点的径矢与起点和终点的电流元间的夹角, 磁感应强度的方向垂直于载流子导线与场点所在平面. 基于磁场的叠加原理, 运用式 (6) 可算出以原点为中心, 2r 为边长, 电流为 I 的方形回路在其所在平面上任一点的磁感应强度

$$B''_{(x,y)} = \frac{\mu_0 I}{4\pi |x+r|} (\cos\theta_{x1} - \cos\theta_{x2}) + \frac{\mu_0 I}{4\pi |x-r|} (\cos\theta_{x3} - \cos\theta_{x4}) + \frac{\mu_0 I}{4\pi |y+r|} (\cos\theta_{y1} - \cos\theta_{y2}) + \frac{\mu_0 I}{4\pi |y-r|} (\cos\theta_{y3} - \cos\theta_{y4}) = I \cdot \beta''_{(x,y)} \quad (7)$$

为了求得方形电感的磁场分布, 假设线圈电流密度均匀, 令 $I = i \cdot dr$, 利用式 (7) 积分求得每根电感线圈对磁感应强度分布的贡献, 再对 n 根线圈的磁感应强度求和, 得出与螺旋电感同平面的磁感应强度分布

$$B_{(x,y)} = \sum_{k=1}^n \int_{r_k}^{r_k+w} B''_{(x,y)} dr = i \cdot \beta_{(x,y)} \quad (8)$$

式中 R_k, w 分别为方形电感第 k 圈内径的一半和电感线圈宽度, n 为电感圈数.

由于 $l_c \gg t_{ox}$, 在衬底表面的磁感应强度分布与螺旋电感平面近似相同, 故衬底表面边长为 2r 的方形内的磁通量

$$\phi_r = \int_{-r}^r \int_{-r}^r B_{(x,y)} dk \cdot dy = i \cdot \int_{-r}^r \int_{-r}^r \beta_{(x,y)} dk \cdot dy \quad (9)$$

当电感中电流密度 i 变化时, 该方形的感应电动势

$$\phi_r = \frac{d\phi_r}{dt} = \frac{di}{dt} \int_{-r}^r \int_{-r}^r \beta_{(x,y)} dk \cdot dy \quad (10)$$

由于衬底涡流远小于螺旋电感的电流, 可忽略衬底涡流对自身分布的影响, 即衬底涡流密度分布 i_{eddyr} 只由螺旋电感在衬底中产生的感应电动势决定

$$i_{eddyr} = \frac{\phi_r t_{eff}}{\rho_{sub} 8r} \quad (11)$$

式 (11) 中, ρ_{sub} 为衬底电阻率, t_{eff} 是计入趋肤效应的衬底涡流有效厚度. 将式 (8) ~ (11) 中与 r 无关的常数项设为 1, 得 i_{eddyr} 的分布特性曲线如图 4 所示, 图中, R_1, R_2 分别为螺旋电感的内半径和外半径.

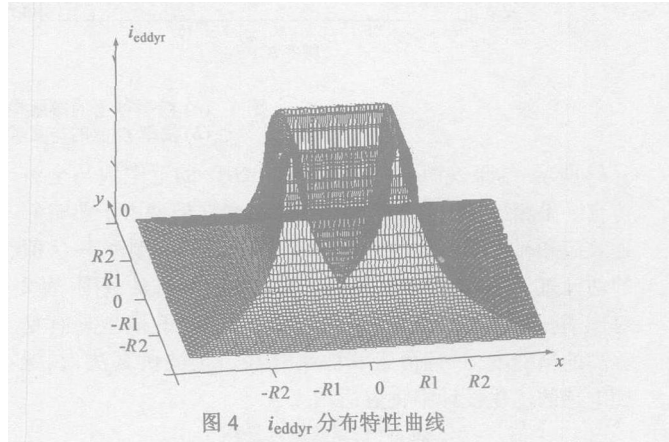


图 4 i_{eddyr} 分布特性曲线

图 4 表明衬底涡流主要集中在螺旋电感在衬底的投影区域内, 并且该区域外的涡流与螺旋电感的耦合较弱, 所以只需考虑投影区内的涡流. 而该区域厚度 t_{eddy} 是与频率相关的量, 其值由式 (6) 决定 (δ_{sub} 衬底趋肤深度).

$$t_{eddy} = \begin{cases} t_{sub} & , t_{sub} \leq \delta_{sub} \\ \delta_{sub} = \sqrt{\frac{2}{\omega \cdot \mu_0 \cdot \sigma}} & , t_{sub} > \delta_{sub} \end{cases} \quad (12)$$

基于以上理论可确定涡流分布的几何尺寸, 然后采用计入趋肤效应的电阻公式 (2) 得出 R_{sub} , 利用 Greenhouse 公式计算 L_{sub} , 并且由于典型螺旋电感 $l_c \gg t_{ox}$, 故设 L_{sub} 与 L_s 之间的互感系数 $K = 1^{[7]}$. 再利用全耦合变压器公式, 将衬底 R_{sub}, L_{sub} 网络折算到螺旋电感等效电路中, 如图 2 所示. 由此有效地模拟了衬底涡流损耗.

3 模型的验证与分析

为验证本文等效电路模型的精确性, 基于表 1 所示的 CMOS 工艺参数, 用全波三维电磁场仿真器 (HFSS) 对一个三圈的螺旋电感进行仿真, 并将仿真结果与经典模型^[2]和本文模型的结果进行比较.

表 1 CMOS 工艺参数

参数名	参数值	参数名	参数值
衬底电阻率 ρ_{sub}	$10\Omega \cdot \text{cm}$	h	$1\mu\text{m}$
金属电阻率 ρ_{metal}	$0.03\Omega \cdot \text{cm}$	t	$1\mu\text{m}$
t_{sub}	$500\mu\text{m}$	t_{ox}	$5\mu\text{m}$

将电感的一端接地, 用三种方法求得的另一端的等效电阻、等效电感和品质因子 $Q = \omega \cdot L_{eff} / R_{eff}$, 如图 5(a), 图

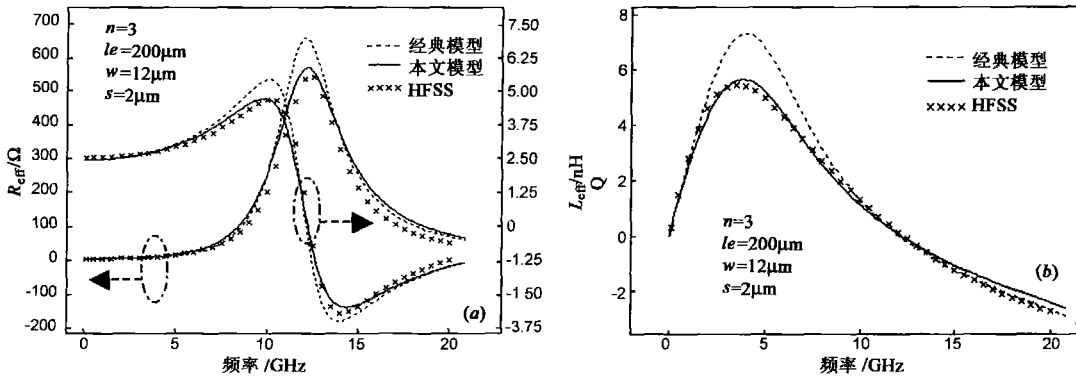


图 5 (a) 模型导出的等效电阻 R_{eff} 与等效电感 L_{eff} 的验证
(b) 模型 Q 值的仿真验证

5(b)所示。结果表明,本文模型在 20GHz 的范围内与全波仿真结果相比,误差仅在 7% 以内;而经典模型由于忽略邻近效应和衬底涡流效应的影响,在 3GHz 以上频率对 Q 值的估计过于乐观,误差已超出工程设计所允许的范围。表 2 对比了三种方法仿真效率。由此可见,本文的模型具有足够高的精确度,并且由于其效率远高于全波仿真法,在螺旋电感的优化设计中将更适用。

表 2 仿真效率对照表

模型	CPU Celeron 800	内存 256M
HFSS	≈ 30 minutes(50个点)	
经典模型	≈ 10 seconds(500个点)	
本文模型	≈ 50 seconds(500个点)	

图 6将本文模型的 L_s, R_s 仿真结果与经典模型进行了比较(以 $l_e = 200\mu m, w = 12\mu m, s = 2\mu m$ 尺寸的片上电感为例)。经典模型没有考虑 L_s 的频率相关性,而本文所提出的模型中 L_s 随频率的增加而逐渐下降。主要原因是新模型充分考虑了邻近效应在高频下导致的电流分布的不均匀,同向电流相互远离,反向电流相互靠近,从而减小了 L_s [4]。

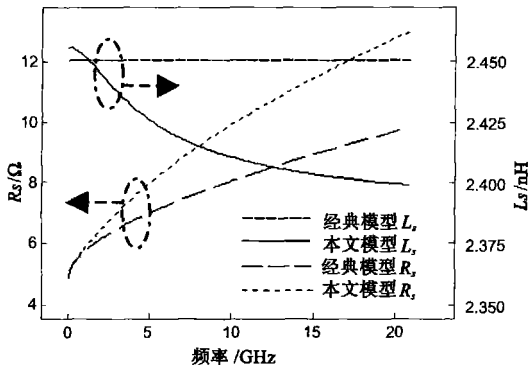


图 6 本文模型与经典模型 L_s, R_s 频率特性

经典模型的 R_s 只考虑了趋肤效应而忽略邻近效应,频率特性呈二分之一次方增加;在本文模型中, R_s 随频率以更快的速度增长,这印证了在高频下邻近效应导致的电流分布不均越来越严重。

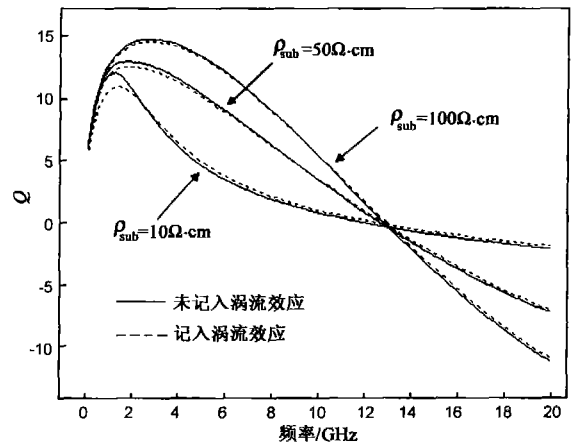


图 7 不同衬底电阻率下衬底涡流对 Q 值的影响

图 7对三种衬底电阻率下衬底涡流效应对 Q 值的影响进行了比较(以 $n = 3, l_e = 180\mu m, w = 12\mu m, s = 2\mu m$ 尺寸的片上电感为例)。由图可知,当衬底电阻率在 $10\Omega \cdot cm$ 附近时,衬底涡流明显减小了 Q 的峰值。所以,对于具有低衬底电阻率的标准 CMOS 工艺,为保证螺旋电感模型精度,当工作频率在 1G 以上时,不可忽略其衬底涡流效应。

4 结论

针对标准 CMOS 工艺的高损耗硅衬底,综合考虑了片上螺旋电感在高频下的趋肤效应、邻近效应和衬底涡流损耗三种主要物理效应,建立了一种新的片上螺旋电感物理模型。

该模型的仿真验证结果表明,在 20GHz 范围内由该模型导出的等效电感 L_{eff} 、等效电阻 R_{eff} 和 Q 值与全波三维电磁场仿真结果相比,误差在 7% 以内。但该模型不适用于直接对圆形电感进行建模,可根据精度要求选用合适的多边形电感对其进行近似,而随着多边形边数的增加,仿真时间将以一次关系上升。另外随着电感圈数 n 的增加,仿真时间会成二次关系增加,但对模型精度无影响。

在实际应用中,该模型可用于硅基片上螺旋电感的优化设计。同时,本文的建模思想对片上螺旋电感的理论研

究具有一定的参考意义.

参考文献:

- [1] Timothy O D, Marc-Ander L, et al 30-100-GHz inductors and transformers for millimeterwave (Bi) CMOS integrated circuits[J]. IEEE Trans 2005, 53(1): 123-133
- [2] Yue C P, Wong S S. Physical modeling of spiral inductors on silicon[J]. IEEE Trans 2000, 47(3): 560-568
- [3] Tong K Y, Tsui C. A physical analytical model of M-ulti-layer on-chip inductors[J]. IEEE Trans 2005, 53(4): 1143-1150
- [4] Li F H, Li Z F. A novel modeling method of silicon chip integrated spiral inductors for RF ICs[J]. Chinese journal of electronics 2003 12(3): 483-486
- [5] Yu C, Robert A G, et al Frequency-independent equivalent circuit model for on-chip spiral inductors[J]. IEEE J Solid-State circuits 2003, 38(3): 419-426
- [6] Greenhouse H M. Design of planar rectangular micro-electronic inductors[J]. IEEE Trans 1974 PHP-10(2): 101-109
- [7] Paolo A, Rinaldo C, et al An innovative modelization of loss mechanism in silicon integrated inductors[J]. IEEE Trans 1999 46(12): 1453-1460

作者简介:

任 军 男, 1982年生, 硕士研究生, 2000年于电子科技大学获微电子与固体电子学学士学位. 主要研究方向为射频 CMOS 集成电路无源器件建模和参数提取, 射频电路集成技术.

E-mail: nolbigdog@163.com

杨 帆 男, 1982年生, 硕士研究生. 主要研究方向为高速数据转换技术, 射频 CMOS 集成电路有源器件研究和射频电路集成技术.