

一类光滑支持向量机新函数的研究

熊金志, 胡金莲, 袁华强, 胡天明, 李广明

(东莞理工学院软件学院, 广东东莞 523106)

摘要: 光滑函数在支持向量机中起着重要作用, 本文研究如何得到一类新的光滑函数. 用插值函数的方法导出了一个重要的递推公式, 得到了一类新的光滑函数, 从而解决了长期困扰人们的一个问题, 即如何寻求性能更好的光滑函数问题. 还证明了该类函数的若干性能, 其逼近精度比 Sigmoid 函数的积分函数高一个数量级, 也明显高于一阶和二阶光滑多项式, 为支持向量机提供了一类新的光滑函数.

关键词: 分类; 支持向量机; 数据挖掘; 插值; 光滑

中图分类号: TP311 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2007) 02-0362-05

Research on a New Class of Functions for Smoothing Support Vector Machines

XIONG Jinzhi, HU Jinlian, YUAN Huaqiang, HU Tianming, LI Guangming

(Software College, Dongguan University of Technology, Dongguan, Guangdong 523106, China)

Abstract: Smoothing functions play an important role in Support Vector Machine (SVM). This paper derived an important recursive formula and a new class of smoothing functions using the technique of interpolation functions. Thus the problem of seeking better smoothing functions was solved, which has been a major obstacle in this field for a long time. Several of its important properties were discussed. It was shown that the approximation accuracy of interpolation functions is better than the integral of the sigmoid function by an order of magnitude. It is also obviously higher than those of the first / second order smooth polynomial functions. Therefore, the proposed class of interpolation functions is a competitive candidate for smoothing SVM.

Key words: classification; support vector machine; data mining; interpolation; smoothing

1 引言

针对数学规划问题中正号函数不光滑的问题, 1996年 C. Chen 和 O. L. Mangasarian 用概率密度的方法, 得到一个光滑函数, 即 Sigmoid 函数的积分函数^[1]. 之后将近十年没有新的研究成果出现, 直到 2005年, 袁玉波等人提出了一个多项式光滑函数^[2].

光滑函数广泛应用于重要的数学规划问题中, 并获得了良好的效果^[1~6].

光滑函数用于支持向量机, 可使原来不可微的模型变成可微的模型, 从而可以采用快速的求解算法, 降低支持向量机的计算复杂性. 2001年, Y. J. Lee 和 O. L. Mangasarian 用 Sigmoid 函数的积分函数作为光滑函数, 提出了光滑的支持向量机模型 SSVM^[5]. 结果表明, SSVM 的效果比 SMO^[7]、SVM^{light}^[8] 以及 SOR^[9] 等算法要好. 2004年, Shuma Lu 等人对分类方法进行了比较, 指出了光滑模型 SSVM 的优点和需继续做的工作^[10].

2005年, 袁玉波、严杰和徐成贤对上述光滑模型 SSVM 进行了改进. 用两个多项式函数作为光滑函数逼近正号函数, 提出了一个多项式光滑的支持向量机模型 PSSVM^[2]. 结果表明,

PSSVM 的效果比 SSVM 好.

Sigmoid 函数的积分函数虽然具有任意阶光滑, 但由于其逼近精度较差, 使得 SSVM 模型的效果较差^[2]; 而 PSSVM 模型中用的光滑函数虽然只有二阶光滑, 但由于其逼近精度较高, 使得 PSSVM 模型的效果比 SSVM 模型好. 然而, 是否存在以及如何寻找性能更好的光滑函数, 长期以来一直是一个尚待解决的问题^[1~3,5]. 本文用插值函数的方法, 导出了一个重要的递推公式, 得到了一类新的插值函数. 该类函数包括了模型 PSSVM 所用的两个函数, 还可生成任意个插值函数. 经证明, 该类函数具有比以往的光滑函数更好的性能, 从而解决了上述这个长期困扰人们的问题, 为支持向量机提供了一类新的光滑函数.

2 插值光滑函数

用插值函数来逼近正号函数 x_+ , 具体做法是: 在一个包含 $x=0$ 的对称区间 $\left[-\frac{1}{k}, \frac{1}{k}\right]$, $k > 0$, 把 $x = -\frac{1}{k}$ 和 $x = \frac{1}{k}$ 看成两个插值节点, 用一个具有 d 阶光滑 (d 为任意正整数)

的插值函数 $p_d(x, k)$ 代替 x_+ , 在该区间以外, 仍取 x_+ 的值.

而在插值节点 $x = -\frac{1}{k}$ 和 $x = \frac{1}{k}$ 上, 使 $p_d(x, k)$ 具有 d 阶光滑, 从而使插值函数在整个 x 轴上皆具有 d 阶光滑, 如图 1 所示. 称这种插值函数为插值光滑函数.

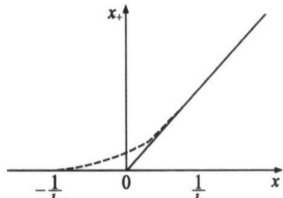


图 1 插值光滑函数逼近 x_+ 的图像 (虚线部分为插值函数)

2.1.1 插值光滑函数的存在性

引理 1 若 n 次多项式函数 $f(x)$ 在 x 处有 $f^{(i)}(x) = 0, i = 0, 1, 2, \dots, n-1$. n 为一个正整数, 则 $f(x)$ 有 x 的 n 重根, 即 $f(x) = c(x-x)^n$, 其中 c 为常数.

证明见附录 1.

取如图 1 所示的两个对称的插值节点 $x = -\frac{1}{k}$ 和 $x = \frac{1}{k}$, 我们有如下结论:

定理 1 任意给定一个正整数 d , 存在一个逼近正号函数 x_+ , 且具有 d 阶光滑的多项式插值函数 $p_d(x, k)$.

证明: (1) 对 $d = 1$ 和 $d = 2$ 的情形, 可求插值函数分别为^[2]

$$p_1(x, k) = \begin{cases} x, & x \setminus \frac{1}{k} \\ \frac{k}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4k}, & -\frac{1}{k} < x < \frac{1}{k}, k > 0 \\ 0, & x \setminus -\frac{1}{k} \end{cases} \quad (1)$$

$$p_2(x, k) = \begin{cases} x, & x \setminus \frac{1}{k} \\ -\frac{1}{16k}(kx+1)^3(kx-3), & -\frac{1}{k} < x < \frac{1}{k}, k > 0 \\ 0, & x \setminus -\frac{1}{k} \end{cases} \quad (2)$$

推导过程从略.

(2) 以下证明 $d \setminus 3$ 的一般情况.

() 求在区间 $\left[-\frac{1}{k}, \frac{1}{k}\right]$, $p_d(x, k)$ 的表达式.

为求具有 d 阶光滑的插值函数 $p_d(x, k)$, 先求其二阶导 $p_d''(x, k)$. 由于要求 $p_d(x, k)$ 在插值节点 $x = -\frac{1}{k}$ 和 $x = \frac{1}{k}$ 上具有 d 阶光滑, 由 $p_d''\left(\frac{1}{k}, k\right) = p_d''\left(-\frac{1}{k}, k\right) = \dots = p_d^{(d)}\left(\frac{1}{k}, k\right) = 0$, 应用两次引理 1, 知 $p_d''(x, k)$ 分别有 $x = \frac{1}{k}$ 和 $x = -\frac{1}{k}$ 的 $d-1$ 个重根, 所以可令 $p_d''(x, k) = a \left(x + \frac{1}{k}\right)^{d-1} \left(x - \frac{1}{k}\right)^{d-1} = a \left(x^2 - \frac{1}{k^2}\right)^{d-1}, -\frac{1}{k} < x < \frac{1}{k}$, a 为待定常数, 积分一次, 得

$$p_d'(x, k) = Q \int \left(x^2 - \frac{1}{k^2}\right)^{d-1} dx \quad (3)$$

分部积分

$$Q \int \left(x^2 - \frac{1}{k^2}\right)^{d-1} dx = ax \left(x^2 - \frac{1}{k^2}\right)^{d-1} - 2(d-1)a \int \left(x^2 - \frac{1}{k^2}\right)^{d-2} dx \quad (4)$$

定义 $I_{d-1} = \int \left(x^2 - \frac{1}{k^2}\right)^{d-1} dx$, 则式(3)可写为 $p_d'(x, k) = aI_{d-1}$

由式(4)可得递推公式

$$I_{d-1} = \frac{x \left(x^2 - \frac{1}{k^2}\right)^{d-1}}{2d-1} - \frac{2(d-1)}{(2d-1)k^2} I_{d-2}, \quad d \setminus 3 \quad (5)$$

因此得

$$p_d(x, k) = a \int I_{d-1} dx \quad (6)$$

由光滑性条件中的 $p_d'\left(\frac{1}{k}, k\right)$ 和 $p_d'\left(-\frac{1}{k}, k\right)$ 可确定式(5)和式(6)中的积分常数.

() 在区间 $\left[-\frac{1}{k}, \frac{1}{k}\right]$ 以外, $p_d(x, k)$ 仍取 x_+ 的值.

存在性证毕.

2.1.2 插值光滑函数的唯一性

定理 2 对于任意给定一个正整数 d , 满足定理 1 条件的插值函数 $p_d(x, k)$ 是唯一的.

证明: 用反证法. 显然定理 1 中的条件有 $(2d+2)$ 个. 假设存在另一插值函数也满足上述条件, 记为 $p_d(x, k)$, 令 $U(x) = p_d(x, k) - p_d(x, k)$, 于是 $U^{(i)}\left(\frac{1}{k}\right) = 0, U^{(i)}\left(-\frac{1}{k}\right) = 0, i = 0, 1, 2, \dots, d$, 说明 $U(x)$ 有 $2d+2$ 个根. 但由递推公式(5)(6)知, $p_d(x, k)$ 和 $p(x, k)$ 是不高于 $2d$ 次的多项式, 因此 $U(x)$ 也是不高于 $2d$ 次的多项式, 故 $U(x) \equiv 0$. 唯一性得证.

2.1.3 几个推论

由定理 1 可求得一类具有 d 阶光滑的插值函数

$$\{p_d(x, k), d = 1, 2, 3, \dots\} \quad (7)$$

推论 1 当 $d = 3$ 时, 即要求插值函数具有三阶光滑性时, 插值函数

$$p_3(x, k) = \begin{cases} x, & x \setminus \frac{1}{k} \\ \frac{1}{32k}(k^6x^6 - 5k^4x^4 + 15k^2x^2 + 16kx + 5), & -\frac{1}{k} < x < \frac{1}{k}, k > 0 \\ 0, & x \setminus -\frac{1}{k} \end{cases} \quad (8)$$

由递推公式(5)(6)可推得此推论, 证明过程见附录 2.

推论 2 当 $d = 4$ 时, 即要求插值函数具有四阶光滑性时, 插值函数.

$$p_4(x, k) = \begin{cases} x, & x \setminus \frac{1}{k} \\ -\frac{5k^7}{256}x^8 + \frac{7k^5}{64}x^6 - \frac{35k^3}{128}x^4 + \frac{35k}{64}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{35}{256k}, & -\frac{1}{k} < x < \frac{1}{k}, k > 0 \\ 0, & x \setminus -\frac{1}{k} \end{cases} \quad (9)$$

由递推公式(5)、(6)可推得此推论,证明过程类似推论1,我们略去.

推论 3 插值光滑函数的次数是光滑阶数的 2 倍.

证明:由式(3)知, $p_d(x, k)$ 是 $2d - 1$ 次多项式函数,所以 $p_d(x, k)$ 是 $2d$ 次多项式函数,结合定理 2 的唯一性,推论 3 得证.

推论 4 插值光滑函数不可能是奇次的.

证明:由推论 3 知,插值光滑函数是偶次的,结合定理 2 的唯一性可知,推论 4 成立.

于是就证明了文献[2]关于光滑支持向量机在对称区间用奇数阶多项式可能是做不到的猜想是正确的.

3 插值光滑函数的性能分析

引理 [4] Sigmoid 函数的积分函数^[1,2]

$$p(x, k) = x + \frac{1}{k} \ln(1 + e^{-kx}), \text{ 其中 } k > 0, e \text{ 是自然对数的底.}$$

- (1) $p(x, k)$ 关于 x 具有任意阶光滑性;
- (2) $p(x, k) \setminus x_+$;
- (3) 意给定 $Q > 0$, 当 $|x| < Q$ 时,

$$p^2(x, k) - x_+^2 \left[\left(\frac{\ln 2}{k} \right)^2 + \frac{2Q}{k} \ln 2 \right]$$

下面我们以前 $p_3(x, k)$ 和 $p_4(x, k)$ 为例证明 $p_d(x, k)$ 的性能.

定理 3 定义如式(8), 则

- (1) $p_3(x, k)$ 关于 x 具有三阶光滑性, 即在插值节点上满足

$$\begin{aligned}
 p_3\left(\frac{1}{k}, k\right) &= \frac{1}{k}, p_3\left(-\frac{1}{k}, k\right) = 0; \\
 \dot{y} p_3\left(\frac{1}{k}, k\right) &= 1, \dot{y} p_3\left(-\frac{1}{k}, k\right) = 0; \\
 \dot{y}^2 p_3\left(\frac{1}{k}, k\right) &= 0, \dot{y}^2 p_3\left(-\frac{1}{k}, k\right) = 0; \\
 \dot{y}^3 p_3\left(\frac{1}{k}, k\right) &= 0, \dot{y}^3 p_3\left(-\frac{1}{k}, k\right) = 0;
 \end{aligned}$$

- (2) $p_3(x, k) \setminus x_+$;
- (3) $p_3^2(x, k) - x_+^2 [0.03578/k^2$.

定理 4 $p_4(x, k)$ 定义如式(9), 则

- (1) $p_4(x, k)$ 关于 x 具有四阶光滑性, 即在插值节点上满足

$$\begin{aligned}
 p_4\left(\frac{1}{k}, k\right) &= \frac{1}{k}, p_4\left(-\frac{1}{k}, k\right) = 0; \\
 \dot{y} p_4\left(\frac{1}{k}, k\right) &= 1, \dot{y} p_4\left(-\frac{1}{k}, k\right) = 0; \\
 \dot{y}^i p_4\left(\frac{1}{k}, k\right) &= \dot{y}^i p_4\left(-\frac{1}{k}, k\right) = 0, i = 2, 3, 4;
 \end{aligned}$$

- (2) $p_4(x, k) \setminus x_+$;
- (3) $p_4^2(x, k) - x_+^2 [0.02673/k^2$.

定理 3 和定理 4 的证明过程类似, 我们只证明定理 4, 证明过程见附录 3.

以下我们对五个光滑函数逼近正号函数的精度作一比

较:

(1)由引理 2 知, 当光滑函数取 sigmoid 函数的积分函数时^[2],

$$p^2(x, k) - x_+^2 < 0.06927/k^2$$

(2)由文献[2]知, 当光滑函数取一阶光滑函数式(1)时,

$$p_1^2(x, k) - x_+^2 < 0.0909/k^2$$

(3)由文献[2]知, 当光滑函数取二阶光滑函数式(2)时,

$$p_2^2(x, k) - x_+^2 < 0.0526/k^2$$

(4)由定理 3 知, 当光滑函数取三阶光滑函数式(8)时,

$$p_3^2(x, k) - x_+^2 < 0.03578/k^2$$

(5)由定理 4 知, 当光滑函数取四阶光滑函数式(9)时,

$$p_4^2(x, k) - x_+^2 < 0.02673/k^2$$

可见, 三阶和四阶插值光滑函数对原函数的逼近精度比文献[4]和文献[2]都好.

表 1 列出了 Sigmoid 函数的积分函数和这类插值光滑函数前 4 个函数及其逼近精度.

表 1 光滑函数及其逼近精度

光滑函数	逼近精度
$x + \frac{1}{k} \ln(1 + e^{-kx})$	$0.06927/k^2$
$\frac{k}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4k}$	$0.0909/k^2$
$-\frac{1}{16k}(kx+1)^3(kx-3)$	$0.0526/k^2$
$\frac{1}{32k}(k^6x^6 - 5k^4x^4 + 15k^2x^2 + 16kx + 5)$	$0.03578/k^2$
$-\frac{5k^7}{256}x^8 + \frac{7k^5}{64}x^6 - \frac{35k^3}{128}x^4 + \frac{35k}{64}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{35}{256k}$	$0.02673/k^2$

4 结论

我们用插值函数的方法, 成功地解决了长期以来一直尚待解决的一个问题, 即是否存在性能更好的光滑函数以及如何寻找它们的问题. 本文证明了这种光滑函数是存在的, 还证明了用一个递推公式, 就可以把它们推出来.

归纳出以下三个结论:

(1) 导出了一个重要的递推公式, 找到了一类新的光滑的插值函数.

(2) 这类插值函数的逼近精度高于以往用的光滑函数.

(3) 可把这类新的光滑函数, 用于包括支持向量机在内的相关研究领域. 目前我们基本完成了将这类光滑函数用于光滑支持向量机的研究工作.

致谢 在本文的研究期间, 彭宏教授提出了指导性意见; 在撰写期间, 罗诗裕教授和贾继红博士给予了热情的帮助. 在此表示衷心感谢.

附录 1 引理 1 的证明.

证明 设 $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n$, 则有

$$f^{(k)}(x) = 0, k = n + 1, n + 2, \dots, \quad (10)$$

将 $f(x)$ 展开成泰勒级数,

$$f(x) = f(x) + f_c(x)(x-x) + \frac{f_d(x)}{2!}(x-x)^2 + \dots + \frac{f^{(n-1)}(x)}{(n-1)!}$$

$$\#(x-x)^{n-1} + \frac{f^{(n)}(x)}{n!}(x-x)^n + \frac{f^{(n+1)}(x)}{(n+1)!}(x-x)^{n+1}$$

根据已知条件及式(10), 得 $f(x) = \frac{f^{(n)}(x)}{n!}(x-x)^n$. 证毕.

附录 2 推论 1 的证明.

证明: (1) 求在区间 $\left[-\frac{1}{k}, \frac{1}{k}\right]$, $p_3(x, k)$ 的表达式.

先求 I_{3-2} . 由定义 $I_{d-1} = \int_0^1 x^2 - \frac{1}{k^2} dx$ 知

$$I_{3-2} = \int_0^1 \left(x^2 - \frac{1}{k^2}\right)^{3-2} dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x}{k^2} + b,$$

其中 b 为积分常数, 代入式(5)可得

$$I_{3-1} = \frac{1}{16}(3k^5x^5 - 10k^3x^3 + 15kx + 8) + b,$$

其中 b 为积分常数. 因此由式(6)和光滑性条件可得

$$p_3(x, k) = a \int_{3-1} dx = \frac{1}{32k}(k^6x^6 - 5k^4x^4 + 15k^2x^2 + 16kx + 5)$$

(2) 在区间 $\left[-\frac{1}{k}, \frac{1}{k}\right]$ 以外, $p_3(x, k)$ 仍取 x_+ 的值.

所以在整个 x 轴上, 有式(8). 证毕.

附录 3 定理 4 的证明.

证明 (1) 分别对 $p_4(x, k)$ 求关于 x 一阶至五阶导, 可得

$$p_4(x, k) = \begin{cases} 1, & x \setminus \frac{1}{k} \\ \frac{1}{32}(-5k^7x^7 + 21k^5x^5 - 35k^3x^3 + 35kx + 16), & -\frac{1}{k} < x < \frac{1}{k}, k > 0 \\ 0, & x \setminus -\frac{1}{k} \\ 0, & x \setminus \frac{1}{k} \\ \frac{1}{32}(-35k^7x^6 + 105k^5x^4 - 105k^3x^2 + 35k), & -\frac{1}{k} < x < \frac{1}{k}, k > 0 \\ 0, & x \setminus -\frac{1}{k} \\ 0, & x \setminus \frac{1}{k} \\ p_{\hat{4}}(x, k) = \begin{cases} \frac{105k^3}{16}(-k^4x^5 + 2k^2x^3 - x), & -\frac{1}{k} < x < \frac{1}{k}, k > 0 \\ 0, & x \setminus -\frac{1}{k} \\ 0, & x \setminus \frac{1}{k} \\ p_4^{(4)}(x, k) = \begin{cases} \frac{105k^3}{16}(-5k^4x^4 + 6k^2x^2 - 1), & -\frac{1}{k} < x < \frac{1}{k}, k > 0 \\ 0, & x \setminus -\frac{1}{k} \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

$$p_4^{(5)}(x, k) = \begin{cases} 0, & x \setminus \frac{1}{k} \\ \frac{105k^5}{4}(-5k^2x^3 + 3x), & -\frac{1}{k} < x < \frac{1}{k}, k > 0 \\ 0, & x \setminus -\frac{1}{k} \end{cases}$$

易知 $p_4(x, k)$ 、 $p_4'(x, k)$ 、 $p_4''(x, k)$ 和 $p_4^{(4)}(x, k)$ 在 $x = -\frac{1}{k}$ 和 $x = \frac{1}{k}$ 处存在且连续, 而五阶导 $p_4^{(5)}(x, k)$ 在 $x = -\frac{1}{k}$ 和 $x = \frac{1}{k}$ 处存在但不连续.

(2) 分三步证明:

(a) 当 $x \setminus -\frac{1}{k}$ 或 $x \setminus \frac{1}{k}$ 时, 显然成立.

(b) 当 $-\frac{1}{k} < x \setminus 0$ 时,

$$p_4(x, k) - x_+ = -\frac{5k^7x^8}{256} + \frac{7k^5x^6}{64} - \frac{35k^3x^4}{128} + \frac{35kx^2}{64} + \frac{x}{2} + \frac{35}{256k}$$

用二分法可求得 $p_4(x, k) - x_+$ 最小值为 0, 所以 $p_4(x, k) \setminus x_+$.

(c) 当 $0 < x < \frac{1}{k}$ 时, 证明过程与 (b) 类似, 我们省略.

综合 (a)(b)(c), 可知对任意 x 和 k , 有 $p_4(x, k) \setminus x_+$.

(3) 以下分三步证明本定理之 (3)

(a) 当 $x \setminus \frac{1}{k}$ 或 $x \setminus -\frac{1}{k}$ 时, 显然成立.

(b) 当 $-\frac{1}{k} < x \setminus 0$ 时, $p_4^2(x, k) - x_+^2 = p_4^2(x, k)$, 用二分

法可求得其最大点 $x = 0$, 最大值为 $\left(\frac{35}{256k^2}\right)^2$. 所以

$$p_4^2(x, k) - x_+^2 = 0.01869/k^2 < 0.02763/k^2$$

(c) 当 $0 < x < \frac{1}{k}$ 时, 记

$$p_4^2(x, k) - x_+^2 = \left[-\frac{5k^7x^8}{256} + \frac{7k^5x^6}{64} - \frac{35k^3x^4}{128} + \frac{35kx^2}{64} + \frac{x}{2} + \frac{35}{256k}\right]^2 - x_+^2,$$

用二分法可求得其最大值 $0.02763/k^2$.

综合 (a)(b)(c), 可知对任意 x 和 k , 有 $p_4^2(x, k) - x_+^2 \setminus 0.02763/k^2$. 证毕.

参考文献:

[1] C Chen, O L Mangasarian. A class of smoothing functions for nonlinear and mixed complementarity problems[J]. Computational Optimization and Application, 1996, 5: 97- 138.
 [2] 袁玉波, 严杰, 徐成贤. 多项式光滑的支撑向量机[J]. 计算机学报, 2005, 28(1): 217.
 Yu bo Yuan, Jie Yan, Chengxian Xu. Polynomial smooth support vector machine (PSSVM) [J]. Chinese Journal of Computers, 2005, 28(1): 9- 71 (in Chinese)
 [3] C Chen, O L Mangasarian. Smoothing methods for convex inequalities and linear complementarity problems[J]. Mathematical Programming, 1995, 71: 51- 69.

- [4] O L Mangasarian. Mathematical programming in neural networks [J]. ORSA Journal on Computing, 1993, 5(4): 349- 360.
- [5] Y J Lee, O L Mangasarian. SSVM: A smooth support vector machine for classification[J]. Computational Optimization and Applications, 2001, 22(1): 5- 21.
- [6] Y J Lee, W F Hsieh, C M Huang. ϵ SSVR: A smooth support vector machine for ϵ insensitive regression[J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2005, 17(5): 5- 22.
- [7] J Platt. Sequential minimal optimization: A fast algorithm for training support vector machines [A]. Advances in Kernel Method& Support Vector Learning [C]. Cambridge, MA: MIT Press, 1999. 185- 208.
- [8] T Jonchims. Making large-scale support vector machine learning practical[A]. Advances in Kernel Method&Support Vector Learning[C]. Cambridge, MA: MIT Press, 1999. 169- 184.
- [9] O L Mangasarian, D R Musicant. Successive overrelaxation for support vector machines[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1999, 10(8): 1032- 1037.
- [10] Shu-ma Lu, X-zhao Wang. A comparison among four SVM classification methods: LSVM, NLSVM, SSVM and NSVM [A]. Proceedings of the Third International Conference on

Machine Learning and Cybernetics[C]. shanghai, 2004. 4277 - 4282.

作者简介:



熊金志 男, 副教授, 硕士, 1964 年生于江西, 1983 年在西北工业大学获学士学位, 1988 年在同校获硕士学位, 2005 年在清华大学进修学习, 现为华南理工大学高级访问学者, 主要研究方向为数据挖掘、最优化方法。
E-mail: xiongjz@dgut.edu.cn

胡金莲 女, 讲师, 硕士, 1964 年生于江西, 主要研究方向为最优化技术在数据挖掘中的应用。

袁华强 男, 高级工程师, 博士, 1966 年生于湖南. 主要研究方向为人工智能和模式识别。

胡天明 男, 博士, 1976 年生于江苏. 主要研究方向为机器学习和模式识别。

李广明 男, 讲师, 硕士, 1968 年生于河南. 主要研究方向为最优化方法、智能计算。