

一种自适应 Chirplet 分解的快速算法

王 勇,姜义成

(哈尔滨工业大学电子工程技术研究所,黑龙江哈尔滨 150001)

摘 要: 针对信号自适应 Chirplet 分解未知参数多、实现起来比较困难的特点,提出了一种新的 Chirplet 分解快速算法.该算法利用计算信号的二次相位函数,得到其能量分布集中于信号的调频率曲线上的结论,此时通过谱峰检测可同时获得 Chirplet 调频率、时间中心和幅度的估计;然后通过解线性调频技术获得其初始频率和时间宽度的估计.文中给出了实现该方法的具体步骤,并分别以仿真信号和蝙蝠回声定位信号为例验证了该算法的有效性.

关键词: 自适应 Chirplet 分解;二次相位函数;调频率曲线

中图分类号: TN959.72 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2007) 04-0701-04

A Fast Implementation of Adaptive Chirplet Decomposition

WANG Yong, JIANG Yi-cheng

(Research Institute of Electronic Engineering Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

Abstract: The adaptive Chirplet decomposition contains a lot of unknown parameters and has much difficulty in its implementation. In this condition, a fast implementation of adaptive Chirplet decomposition is presented in this paper. By computing the quadratic phase (QP) function of the signal, it is shown that the QP function is concentrated along the frequency rate curve of the signal, and the peak of the QP function yields the estimates of the Chirplet rate, time center and the amplitude; Then the initial frequency and the time extent can be obtained by the dechirp technique. The scheme of the algorithm is shown in this paper, and the results of simulated data and echolocation signal from brown bat demonstrate the validity of the method proposed.

Key words: adaptive Chirplet decomposition; quadratic phase function; frequency rate curve

1 引言

线性调频(Chirp)信号是自然界最重要最常见的信号,广泛存在并应用于雷达、声纳、医学等研究领域.如果线性调频信号具有光滑的高斯包络,那么它就变成如下典型的调幅调频信号,文献[1,2]称之为 Chirplet 函数:

$$g_n(t) = \left(\frac{2}{n} \right)^{-0.25} \exp \left\{ - \frac{(t-t_n)^2}{2 \frac{2}{n}} + j \pi n(t-t_n) + j \pi n(t-t_n)^2 \right\} \quad (1)$$

其中 n , t_n , n , n 分别表示 Chirplet 函数的宽度,时间中心,初始频率和调频率.此外,Chirplet 函数的 Wigner-Ville 分布(WVD)具有如下形式:

$$WVD_{g_n}(t, \omega) = 2 \exp \left\{ - \frac{(t-t_n)^2}{2 \frac{2}{n}} - 4 \frac{2}{n} \left[(\omega - n) / 2 - n(t-t_n) \right]^2 \right\} \quad (2)$$

由上式可见,Chirplet 函数是唯一的 WVD 为非负能量的函数,因此它在联合时频分析中扮演着重要的角色.常用的联合时频分析方法是将信号分解为一系列基函数的线性组合,通过已知基函数的时频特性来了解待分析信号.其中,Qian 和 Mallat 分别提出了基于 Gauss 函数集的自适应投影匹配分解法^[3,4],由于所用的基函数频率

不变,即对时频平面的划分是一种格型分割,这样就导致对变频信号无法进行有效的匹配;在此基础上,殷勤业等又提出用 Gauss 包络线性调频信号作为基函数集的自适应旋转投影分解法,将基函数的参数扩展为四维^[5];文献[6]提出将尺度、旋转、时移和频移算子作用于单位能量 Gauss 函数,同时结合分数阶傅里叶变换的四参数 Chirplet 分解算法;在文献[7]中,邹红、保铮提出一种有效的基于 Chirplet 自适应信号分解算法;文献[8,9]提出已知参数初值如何估计参数精确值的快速算法.

在以上算法中,运算量大是其主要缺点,需要在一定范围内进行搜索,或者自适应迭代等对所有参数进行逐一估计,不利于具体的应用.由于 Chirplet 包含的未知参数很多,目前还没有非常有效的估计算法,这也是自适应 Chirplet 分解法正在探讨的一个主要问题.基于此,本文从一个新的思路出发,提出一种新的自适应 Chirplet 分解快速算法,该算法利用计算信号的二次相位函数^[10,11],得到其能量分布集中于信号的调频率曲线上的结论,此时通过谱峰检测可同时获得 Chirplet 调频率、时间中心和幅度的估计;然后通过解线性调频技术获得其初始频率和时间宽度的估计.算法实现起来简单,计算量小,而且具有较高的参数估计精度,能够保留信号更多的时频特性.

收稿日期:2005-12-14;修回日期:2006-12-12

基金项目:教育部博士点基金(No. 20060213009)



2 自适应 Chirplet 分解法简介

自适应 Chirplet 分解是以基函数与待分析信号最相似的原则来选择基的,将待分析信号 $s(t)$ 表示为一组线性调频小波基 $g_n(t)$ 的线性叠加:

$$s(t) = \sum_{n=0} C_n g_n(t) \quad (3)$$

其中 $g_n(t)$ 如式(1)所示,基函数按照下列准则逐个自适应估计:

$$|C_n|^2 = \max_{s_n} |s_n(t), g_n(t)|^2 \quad (4)$$

其中 $s_n(t) = s_{n-1}(t) - C_{n-1} g_{n-1}(t)$, $s_0(t) = s(t)$ (5)

$s_n(t)$ 是 $s_{n-1}(t)$ 向基函数 $g_{n-1}(t)$ 作正交投影后的剩余量,可以表示为

$$s_n(t) = s(t) - \sum_{i=1, i \neq n}^M C_i g_i(t) \quad (6)$$

M 为基函数的个数.

采用式(4)~(6)的方法,可完成对信号 $s(t)$ 的分解,这个过程可描述为:(a) 在第一次分解过程中,按照式(4)估计 $s_0(t)$ 与最匹配的基函数 $g_0(t)$,利用式(5)得到剩余量 $s_1(t)$;(b) 在第二次分解过程中,按照(4),(5)两式估计与 $s_1(t)$ 最匹配的基函数 $g_1(t)$ 并得到剩余量 $s_2(t)$;(c) 在以后每一步分解过程中,重复(a),(b)两步,直到剩余能量满足事先给定的某一条件.因而,设计最佳的基函数是分解的关键.

3 自适应 Chirplet 分解快速算法

由式(4)可见,系数 C_n 的计算是一个多维非线性优化问题,通常没有解析形式的解,因此使得已有算法的计算量非常大,不利于具体应用.本文从一个新的思路出发,提出了一种新的快速分解算法,过程如下:

考虑单分量信号

$$s(t) = C_0 \left(\frac{t-t_0}{2} \right)^{-0.25} \exp \left\{ - \frac{(t-t_0)^2}{2} + j \omega_0 (t-t_0) \right\} \quad (7)$$

首先定义其二次相位(Quadratic Phase, QP)函数:

$$QP(t, u) = \int_0^+ s(t+u) s(t-u) e^{-ju^2} du \quad (8)$$

将式(7)代入(8)可以得到

$$QP(t, u) = C_0^2 \left(\frac{t-t_0}{2} \right)^{-0.5} \exp \left\{ - \frac{(t-t_0)^2}{2} + 2j \omega_0 (t-t_0) \right\} \times \int_0^+ \exp \left\{ - \frac{2}{2} + j^2 (2 \omega_0 - u) \right\} du \quad (9)$$

利用积分公式

$$\int_0^+ e^{-jm^2} dt = \sqrt{\frac{\pi}{m}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \quad m > 0 \quad (10)$$

可以得到如下结果

$$\int_0^+ \exp \left\{ - \frac{2}{2} + j^2 (2 \omega_0 - u) \right\} du = \frac{\sqrt{\pi}}{2 \sqrt{(2 \omega_0 - u)^2 + \frac{1}{4}}} e^{j\phi} \quad (11)$$

其中

$$\phi = \frac{1}{2} \arctan \frac{1}{2(\omega_0 - 2 \omega_0)} - \frac{\pi}{4} \quad (12)$$

由式(9)和式(11)可以看出,当 $u=2 \omega_0$ 时,有

$$|QP(t, u)| = C_0^2 \left(\frac{t-t_0}{2} \right)^{-0.5} \exp \left\{ - \frac{(t-t_0)^2}{2} \right\} \times \int_0^+ \exp \left\{ - \frac{2}{2} \right\} du = \frac{1}{2} C_0^2 \exp \left\{ - \frac{(t-t_0)^2}{2} \right\} \quad (13)$$

因而,由式(13)可得,二次相位函数 $QP(t, u)$ 的峰值位于 $(t_0, 2 \omega_0)$ 处,而且峰值大小为 $\frac{1}{2} C_0^2$,因此,参数 $\{t_0, \omega_0, C_0\}$ 的估计方法可理解为:首先计算信号的二次相位函数,然后对其进行谱峰搜索,得到峰值点的位置 $(t_0, 2 \omega_0)$,进而得到 t_0 的估值 \hat{t}_0 和 ω_0 的估值 $\hat{\omega}_0$, C_0 的估值可由下式获得

$$C_0 = \sqrt{2 QP(\hat{t}_0, 2 \hat{\omega}_0)} \quad (14)$$

估计出参数 $\{t_0, \omega_0, C_0\}$ 后,下面估计初始频率 ω_0 和时间宽度 t_0 ,方法如下:

(1) 利用估计出的 \hat{t}_0 及 $\hat{\omega}_0$ 构造参考函数

$$s_{ref1}(t) = \exp \{ -j \hat{\omega}_0 (t - \hat{t}_0)^2 \} \quad (15)$$

用此参考函数对原信号 $s(t)$ 解线性调频,得到如下关系式

$$h_1(t) = s(t) s_{ref1}(t) = C_0 \left(\frac{t-t_0}{2} \right)^{-0.25} \exp \left\{ - \frac{(t-t_0)^2}{2} + j \omega_0 (t-t_0) \right\} \quad (16)$$

由上式可见,解调频后的信号具有正弦信号的形式,因此可以通过傅里叶变换得到 ω_0 的估计:

$$\hat{\omega}_0 = \arg \max \{ \text{FFT} [h_1(t)] \} \quad (17)$$

其中, $\text{FFT} [\cdot]$ 代表傅里叶变换算子.

(2) 利用估计出的 \hat{t}_0 及 $\hat{\omega}_0$ 构造参考函数

$$s_{ref2}(t) = \exp \{ -j \hat{\omega}_0 (t - \hat{t}_0) \} \quad (18)$$

用此参考函数乘以信号 $h_1(t)$,可以得到

$$h_2(t) = h_1(t) s_{ref2}(t) = C_0 \left(\frac{t-t_0}{2} \right)^{-0.25} \exp \left\{ - \frac{(t-t_0)^2}{2} \right\} \quad (19)$$

此时原信号 $s(t)$ 已被解调为实信号,由式(19)可见,可通过峰值的一维搜索得到 t_0 的估计:

$$\hat{t}_0 = \frac{C_0^2}{\sqrt{\{ \max | h_2(t) | \}^2}} \quad (20)$$

采用以上算法,可以获得单分量 Chirplet 函数所有参数 $\{C_0, \omega_0, t_0, \omega_0, t_0\}$ 的快速估计.但是实际上信号中会包含有多个分量,而且不同信号分量的强度往往相差很大,此时,可采用类似于“CLEAN”技术依次估计出

每个信号分量,过程如下:

(1) 根据式(11), (13), (14), (17), (20) 估计出第一个强信号分量的所有参数 $\{C_0, \omega_0, t_0, \theta_0, \sigma_0\}$;

(2) 在 ω_0 附近设计一个带宽极窄的带阻滤波器 $win(\omega_0)$,形式如下:

$$win(\omega) = \begin{cases} 0, & L < \omega < R \\ 1, & \text{其他} \end{cases} \quad (21)$$

其中, L, R 的数值根据窄谱的宽度确定.

(3) 计算下式,得到第一个强信号分量被滤除后的信号

$$x(t) = \text{IFFT}[\text{FFT}[h_1(t)] \times win(\omega_0)] \quad (22)$$

其中, $\text{IFFT}[\cdot]$ 代表傅里叶反变换算子.

(4) 构造解线调参考信号

$$s_{ref3}(t) = \exp\{j\omega_0(t - t_0)^2\} \quad (23)$$

然后计算下式,将其他分量校正为原来的形式,从而得到第一个强信号分量被滤除的回波信号 $s_1(t)$:

$$s_1(t) = x(t) s_{ref3}(t) \quad (24)$$

(5) 重复步骤(1) ~ (4),直到检测不出明显的 Chirplet 信号为止.

由式(8)可见,信号的二次相位函数是一种双线性变换,像所有的双线性时频变换一样,当信号包含多个分量时会产生交叉项.文献[11]表明,二次相位函数的交叉项分散在信号的时间—瞬时频率变化率平面上,不影响对信号自身项的检测与参数估计.

4 实验结果

下面分别以仿真信号和蝙蝠回声定位信号为例,来说明上述算法的有效性.

(1) 仿真信号

该信号包含两个 Chirplet 分量,共 255 点,历时 20s,表 1 列出了每个分量参数的真值与其相应的估计值(分不含噪声和加 3dB 噪声两种情况).可以看到,在不含噪声的理想情况下,该算法的估计精度较高;而信噪比为 3dB 时,各参数估计值的精度相应下降,其中,受噪声影响比较大的参数是时间中心 t_n 与时间宽度 n .

表 1 Chirplet 参数真实值与估计值的比较

		C_n	n	t_n	n	n
1	T	2.0000	2.0000	8.0000	10.0000	0.5000
	E (不含噪声)	2.0413	2.0024	8.0315	10.0531	0.5000
	E (加 3dB 噪声)	2.1583	2.0024	8.5039	10.3673	0.5150
2	T	1.0000	4.0000	12.0000	5.0000	0.3000
	E (不含噪声)	0.9993	3.8659	11.9685	5.0265	0.3000
	E (加 3dB 噪声)	1.3193	4.5259	11.8898	5.0265	0.2950

注: T 表示真值; E 表示估计值.

(2) 蝙蝠回声定位信号

下面以一蝙蝠的回声定位信号为例来说明上述算法的有效性.该信号共 400 点,历时 2.5ms,图 1(a) 为信

号的时域波形;图 1(b) 是相应的 Wigner-Ville 分布,从图中可以看出,交叉项成分严重干扰着信号项;图 1(c) 为抑制交叉项的 Choi-Williams 分布,虽然在很大程度上抑制了交叉项的影响,但时频分辨率降低很多;图 1(d) 为基于本文提出的自适应 Chirplet 分解算法依次分解出每个信号分量后,计算其 Wigner-Ville 分布后的分析结果,可见,回波信号的成分被清晰的刻画出来,而且不含交叉项的影响.

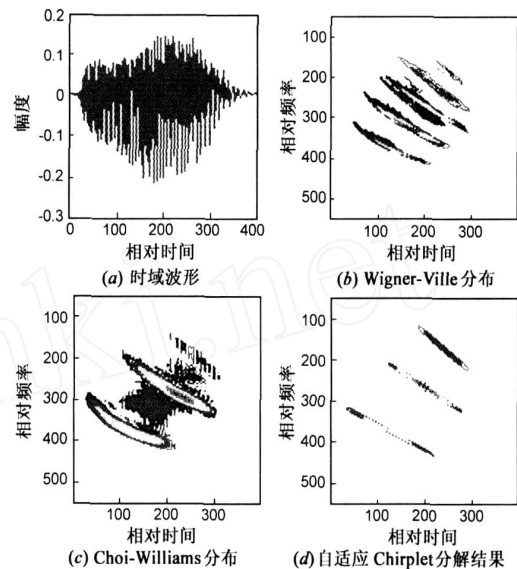


图 1 蝙蝠回波定位脉冲及其时频分布

由以上两个实验结果可见,该算法为自适应 Chirplet 分解的初值选取提供了一个新的方法,通过对二次相位函数进行峰值搜索,可同时获得 Chirplet 调频率、时间中心和幅度的估计;然后通过解线性调频技术获得其初始频率和时间宽度的估计.整个算法实现起来比较简单,同时具有较高的参数估计精度.但是,该算法容易受噪声的影响,对信噪比要求比较高,这限制了它的实际应用,因此,如何在低信噪比的情况下使得该算法继续有效,是需要进一步研究的问题.

5 问题讨论

(1) 在对二次相位函数进行谱峰搜索来估计时间中心 t_0 时,发现其估计精度受时间宽度 ω_0 的影响较大.信号的时间宽度 ω_0 越大, t_0 的估计精度越低;相反,信号的时间宽度 ω_0 越小, t_0 的估计精度越高,这可由图 2 来说明.

图 2 描述了不同时间宽度 ω_0 下的二次相位函数的能量分布二维图,可以看出,只有当 ω_0 较小时, t_0 的估计精度才比较高,否则 t_0 的估计精度将要下降.这个问题可用以下方法来解决:首先根据二次相位函数的谱峰位置得到 t_0 的粗估计 t_{01} 和 ω_0 的估值 $\hat{\omega}_0$,然后根据式(15)、(16)及(17)得到 ω_0 的估值 $\hat{\omega}_{01}$,设计一带宽极

窄的带通滤波器把 $\hat{\omega}_0$ 附近的窄谱滤出,并作傅里叶反变换,此时可到一近似正弦信号,通过计算此正弦信号的 Wigner-Ville 分布并搜索其最大值处所对应的时间值,可以得到 t_0 的精估计 \hat{t}_{02} . 根据 \hat{t}_{02} 及 $\hat{\omega}_0$ 重新计算式 (15)、(16) 及 (17) 得到 ω_0 的估值 $\hat{\omega}_{02}$, 然后重复上面的方法可以得到 t_0 及 ω_0 的精确估计,仿真实验表明,当循环次数为 3~4 时即可达到很好的估计精度.

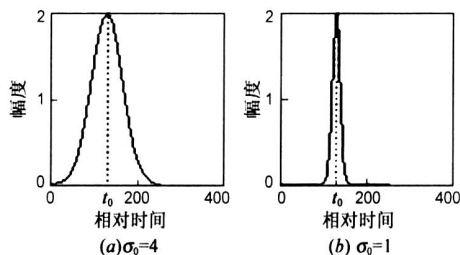


图 2 不同 σ_0 下的二次相位函数能量分布二维图

(2) 时间中心 t_0 和时间宽度 ω_0 的估计容易受噪声的干扰,这可由表 1 看出. 因此,本文所提的方法比较适合于高信噪比的情况.

(3) 由图 1(d) 可见,采用高斯包络的线性调频基函数 Chirplet 对蝙蝠回声信号进行分解时,对信号时变特性的刻画存在明显的失真,信号中的非线性时变成分没有被刻画出来,因此这种分解结果不是最优的. 基于此,作者提出了修正的自适应 Chirplet 分解算法,将 Chirplet 基函数推广到非线性调频信号的形式,可更精确地显示信号分量的频率随时间的变化特性,具体方法将另文论述.

6 结论

为解决自适应 Chirplet 分解运算量大,实现起来比较繁琐的问题,本文提出了一种新的快速分解算法,通过引入二次相位函数的概念,将分解过程转化为简单的峰值搜索. 由于 Chirplet 信号的二次相位函数的能量分布集中于信号的调频率曲线上,因此通过谱峰检测可同时获得 Chirplet 调频率、时间中心和幅度的估计;然后通过解线性调频技术获得其初始频率和宽度的估计. 该算法实现起来简单,计算量小,而且具有较高的参数估计精度,具有一定的实用价值. 需要进一步研究的问题是低信噪比下的参数估计问题.

参考文献:

- [1] Mihovilovic D, Bracewell R N. Adaptive Chirplet representation of signal on time-frequency plane [J]. Electronics Letters, 1991, 27(13): 1159 - 1161.
- [2] Mann S, Haykin S. The Chirplet transform: physical considerations [J]. IEEE Trans on SP, 1995, 43(11): 2745 - 2761.
- [3] Qian S, et al. Signal representation using adaptive normalized

Gaussian functions [J]. Signal Processing, 1994, 36(1): 1-11.

- [4] Mallat S, et al. Matching pursuit with time-frequency dictionaries [J]. IEEE Trans on SP, 1993, 41(12): 3397 - 3415.
- [5] 殷勤业, 倪志芳等. 自适应旋转投影分解法 [J]. 电子学报, 1997, 25(4): 52 - 58.
Yin Qin-ye, Ni Zhi-fang, et al. Adaptive oriented orthogonal projective decomposition [J]. Acta Electronica Sinica, 1997, 25(4): 52 - 58. (in Chinese)
- [6] Bultan A. A four-parameter atomic decomposition of Chirplets [J]. IEEE Trans on SP, 1999, 47(3): 731 - 745.
- [7] 邹红, 保铮. 一种有效的基于 Chirplet 自适应信号分解算法 [J]. 电子学报, 2001, 29(4): 515 - 517.
Zou Hong, Bao Zheng. An efficient algorithm for adaptive Chirplet-based signal decomposition [J]. Acta Electronica Sinica, 2001, 29(4): 515 - 517. (in Chinese)
- [8] Qinye Yin, Shie Qian, Aigang Feng. A fast refinement for adaptive Gaussian Chirplet decomposition [J]. IEEE Trans on SP, 2002, 50(6): 1298 - 1306.
- [9] 舒畅, 宋叔飏, 等. 基于先验估计的自适应 Chirplet 信号展开 [J]. 电子与信息学报, 2005, 27(1): 21 - 25.
Shu Chang, Song Shu-biao, et al. Adaptive Chirplet signal expansion based on transcendental estimation [J]. Journal of electronics and information technology, 2005, 27(1): 21 - 25. (in Chinese)
- [10] M Z Ikram, K Abed-Meraim, Y Hua. Fast quadratic phase transform for estimating the parameters of multicomponent chirp signals [J]. Digital Signal Process, 1997, 7(2): 127 - 135.
- [11] O'shea Peter. A fast algorithm for estimating the parameters of a quadratic FM signal [J]. IEEE Trans on SP, 2004, 52(2): 385 - 393.

作者简介:



王 勇 男, 1979 年生于吉林扶余, 现为哈尔滨工业大学通信与信息系统专业博士生. 主要研究方向为非平稳信号的时频分析及其在合成孔径雷达成像中的应用.
E-mail: wangyong6012@hit.edu.cn



姜义成 男, 1964 年生于哈尔滨市, 哈尔滨工业大学教授, 博士生导师, 研究方向为雷达信号处理、目标识别技术等.