

# 基于极小独立支配集的 MANET 虚拟骨干网算法

阎新芳<sup>1</sup>, 刘爱琴<sup>2</sup>, 杨 挺<sup>3</sup>

(1. 郑州大学信息工程学院, 河南郑州 450052; 2. 安阳工学院计算机科学与信息工程系, 河南安阳 455000;  
3. 天津大学自动化学院, 天津 300072)

**摘 要:** 对规模较大、移动较频繁的 MANET(Mobile Ad hoc Networks), 用独立支配集构建虚拟骨干网, 克服骨干节点之间必须维护连通性的问题, 使得拓扑变化较快时骨干网的重构能快速实现; 利用极大独立集的求解得到极小独立支配集, 并给出基于该支配集的虚拟骨干网数学模型及算法; 通过仿真验证算法的有效性、低复杂度和自恢复能力。

**关键词:** MANET; 虚拟骨干网; 骨干节点; 极大独立集; 极小独立支配集

**中图分类号:** TP393.01 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2007) 06-1134-05

## A Virtual Backbone Network Algorithm Based on a Minimal Independent Dominating Set for MANETs

YAN Xin-fang<sup>1</sup>, LIU Ai-qin<sup>2</sup>, YANG Ting<sup>3</sup>

(1. College of Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou, Henan 450052, China;  
2. Department of Computer Science & Info Engineering, An Yang Institute of Technology, An Yang, Henan 455000, China;  
3. School of Electrical Engineering & Automation, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract:** Considering the characteristic of fast-moving immobile ad hoc networks (MANETs), a virtual backbone network with a independent dominating set was constructed. This method can avoid sustaining connectivity between backbone nodes and the backbone network can be rapidly reconstructed as topology change. The minimal independent dominating set was settled by calculating maximal independent set, and with the set the algorithm and mathematical model of a virtual backbone network were provided. The result shows that the algorithm bears efficiency, low complexity and self-recovering ability.

**Key words:** mobile ad hoc networks; virtual backbone network; backbone nodes; maximal independent set; minimal independent dominating set

### 1 引言

Ad hoc 网络是由一些带有无线收发装置的移动主机组成的一个临时自治系统, 由于没有类似蜂窝通信中基站的骨干基础, 路由和维持路由, 甚至广播都变成了网络中所有主机的任务, 这将导致接收信息的高冗余和一些不必要的传输。阎<sup>[1, 2]</sup>提出了基于极大权最小连通支配集的分层路由机制, 其基本思想是利用连通支配集(CDS)中的支配节点构成高一级的虚拟骨干网模拟蜂窝通信中的物理基站, 进行路由计算、维护和管理, 起着控制中心的作用。这种策略的优势是只有较少的支配节点而不是所有节点去储存全网的拓扑信息, 这将减小存取和更新信息的花销。还通过一种适合通信管理的优化规则有效地减少了支配节点数, 并将主机的功率大小或在线时间长短作为量度(权值)参数, 在减少支配节点数

的同时也确保选择合适的节点担任支配节点的角色, 能保持 CDS 的相对稳固性。只要移动 ad hoc 网络(Mobile Ad hoc Networks, MANET)变化不太频繁, 这种路由机制是非常有效的。

如果网络拓扑结构变化太快, 一个支配点的变化将有可能影响周围其它支配点的变化, 使得维护 CDS 的连通性和更新路由表变得较复杂和困难, 已有的一些为 MANET 设计的算法<sup>[3~10]</sup>均存在类似的更新和维护困难问题。

文中针对高度移动的 MANET, 提出基于极大权的极小独立支配集(Minimal Independent Dominating Set with Maximal Weight, MWMIDS)的虚拟骨干网, 用图论中的极小独立支配集构成虚拟骨干中心, 克服维护支配节点之间连通性的问题, 使得拓扑变化较快时骨干网的重构能快速实现。

### 2 问题描述和模型

定义 1<sup>[11]</sup> 设图  $G=(V, E)$  是一个简单无向图, 其中,  $V=\{v_1, \dots, v_n\}$  是  $G$  的顶点集,  $E=\{e_{v_i v_j} \mid (v_i, v_j) \in V\}$  是  $G$  的边集. 若找到  $V$  的一个子集  $D \subseteq V, D \neq \emptyset$ , 对于  $\forall v_x \in V - D, v_x$  都至少和  $D$  中的一个节点相邻, 则称  $D$  是图  $G$  的支配集 (Dominating Set, DS), DS 中的节点称为支配节点, 不在该集中的节点则被称为受支配节点. 图  $G$  的支配集  $D$  称为连通支配集 (Connected Dominating Set, CDS) 是指由  $D$  诱导的子图  $G[D]$  是连通图. 如果  $D$  的任何真子集都不是支配集, 则称  $D$  为图  $G$  中的极小支配集 (Minimal Dominating Set, MDS); 如果不存在任何其它支配集  $D$ , 使  $|D| < |D|$ , 其中  $|D|$  为集合  $D$  的基数 ( $D$  中的节点数), 则  $D$  称为最小支配集 (Minimum Dominating Set, MDS).

用一个连通的简单无向图  $G=(V, E)$  来表示 MANET, 其中:  $V$  是一组节点的集合, 每个节点表示一个无线移动主机;  $E$  是一组边的集合, 每条边  $e=(u, v) \in E$  (其中  $u, v \in V$ ) 表示主机  $u$  和  $v$  彼此都在对方的无线发射范围内, 这两个节点被互称为邻居.

设 MANET 有  $n$  个节点, 每个节点被分配一个唯一的标识符 (ID). 在讨论中假定网络拓扑始终保持连通 (实际上如果网络断开, 因 MANET 是自组织网络, 那么分离的网络立刻就能重新组网). 考虑加权网络, 即为网络中的每个节点  $v \in V$  分配一个权  $w(v)$  (大于零的实数). 为了优化整个网络的带宽和分配资源的使用, 就要考虑怎样从这  $n$  个节点中选择出尽可能少的功能较强的  $m$  个节点去充当虚拟骨干来管理其它的节点. 这个问题就抽象为图论中的基于极大权的最小支配集问题. 其数学模型为:

$$\text{令 } y_k = \begin{cases} 1, & v_k \in D \\ 0, & v_k \notin D \end{cases}, a_{pq} = \begin{cases} 1, & v_p \in N_1(v_q) \\ 0, & v_p \notin N_1(v_q) \end{cases}$$

其中:  $k=1, 2, \dots, n; v_p \in D; p=1, 2, \dots, m; v_q \in V; q=1, 2, \dots, n$

$D$  是支配集是指对网络中  $\forall v \in V$ , 有:  $\sum_{i=1}^m a_{ik} y_k = 1, k=1, 2, \dots, n$ . 这样 MWMDS 的数学模型可表示为多目标多约束规划问题:

$$\text{目标: } \min \sum_{i=1}^m y_i \quad \text{约束: } \sum_{i=1}^m a_{ik} y_k = 1, k=1, 2, \dots, n$$

$$a_{ik}, y_i = 0 \text{ 或 } 1$$

$$\max \sum_{i=1}^m w(v_i) y_i \quad w(v_i) > 0, i=1, 2, \dots, n$$

### 3 算法描述及性能分析

定义 2<sup>[11]</sup> 给定一个无向图  $G=(V, E, w)$ , 其中,

$V=\{v_1, \dots, v_n\}$  是  $G$  的顶点集,  $E=\{e_{v_i v_j} \mid (v_i, v_j) \in V\}$  是  $G$  的边集,  $w(v_i)$  是顶点  $v_i$  的权值. 若找到  $V$  的一个真子集  $I \subseteq V, I \neq \emptyset, \forall v_m, v_n \in I$ , 在图  $G$  中没有边直接相连, 则  $I$  称为图  $G$  的独立集 (Independent Set, IS); 若  $\forall v_i \in V - I, I \cap \{v_i\}$  不是独立集, 则称  $I$  为图  $G$  的极大独立集 (Maximal Independent Set, MIS); 若  $v_i \in I$ , 使  $w(v_i)$  极大,  $I$  又是极大独立集, 则称  $I$  为具极大权的极大独立集 (Minimal Independent Set with Maximal Weight, MWMIS).

定理 1<sup>[11]</sup> 图  $G$  的一个顶点集  $D$  是一个独立支配集当且仅当  $D$  是一个极大独立集.

推论 1<sup>[11]</sup> 图  $G$  的每个极大独立集是一个极小支配集.

由定理 1 和推论 1 可以得到一个很重要的结论: 每个极大独立集一定是一个极小独立支配集, 根据这个结论, 只要求出极大独立集也就得到了极小独立支配集, 文中就是通过求解极大独立集来得到极小独立支配集.

已有的几种求 MIS 的方法<sup>[4]</sup> 是以簇的形式出现的, 但这种模式的虚拟骨干网并不适合动态的 ad hoc 网络, 非簇头节点必须加入某个簇头给维护增加了额外的工作量, 而每个非簇头节点只能有一个簇头又限制了多径路由的产生. 所以文中对这些算法进行改进, 将簇头对应为支配点, 并用非支配点去代替非簇头节点而不需具体确定加入某个支配点, 这样每个非支配点可能会有多个支配点 (至少有一个), 既保证了多径, 又可使维护简单化. 如某支配点下线, 它的受支配节点只要还有其它的支配点, 就不用做任何修改. 文中还用权值去代替文献[4]算法中的等级, 并将主机的功率大小或在线时间长短作为量度参数对应为每个节点的权值, 使得到的具极大权值的极大独立集更趋合理性.

下面将描述 MWMDS 算法, 即给定一个含有  $n$  个节点的 MANET, 从该网络的所有节点中确定一个具极大权的极小 IDS. 为保证得到的支配节点的权和极大, 采用较大权值的节点优先确定成为支配点的机制. MWMDS 是分布式和异步并行贪婪算法, 一次完成, 只需了解一跳邻居信息. 算法的消息复杂度和时间复杂度都很小, 均为  $O(n)$ .

#### 3.1 符号说明

- $\text{hop\_count}(u, v)$  —表示节点  $u$  到  $v$  的最短路的边数 (或跳数).
- $N_1[v] = \{v + u \mid \text{hop\_count}(u, v) = 1\}$  —表示节点  $v$  的 1 跳邻居节点闭集.
- $m(v)$  —取值 0, 1 和 2, 分别表示节点未确定状态, 确定自己为受支配节点和确定自己为支配节点.
- $N_0(v)$  —表示节点  $v$  还未确定状态的邻居集

合.

- $D_N(v)$  —表示节点  $v$  邻集中的支配节点集合.
- $\text{Dom}(v)$  —表示节点  $v$  宣布自己是支配节点.
- $\text{Undom}(v)$  —表示节点  $v$  宣布成为受支配节点.
- $D = \{v \mid v \in V, m(v) = 2\}$  —表示支配节点集合.

### 3.2 算法描述

(1) 初始时,通过广播一次信息既可获知邻居的 ID 和权值. 对任节点  $v \in V$ , 令  $m(v) := 0$ , 即每个节点的未确定状态集合  $N_0(v) := N_1[v]$ ,  $D_N(v) := \emptyset$ , 并将该集合中的节点按权值大小进行排列, 权值相同时可按 ID 号排列(可避免每次进行比较).

(2) 任节点  $v$  当从  $N_0(v)$  中确认自己是邻集中权值最大者时(即在  $N_0(v)$  中排在最前端), 才开始按下面规则(a)判断计算自己的状态, 否则, 按规则(b)判断. 该条件的限制使权大的节点优先确定状态可保证得到的支配节点的权和极大. 算法规则为:

规则(a) (在邻居中权值最大的)节点  $v$  确定自己为支配节点, 广播  $\text{Dom}(v)$ , 令  $m(v) := 2$ ,  $N_0(v) := N_0(v) - \{v\}$ , 转(5).

规则(b) 当节点  $v$  收到来自邻居  $u$  发来的  $\text{Dom}(u)$  消息, 若  $m(v) = 0$ , 它宣布自己为受支配节点, 发布  $\text{Undom}(v)$ , 令  $m(v) := 1$ , 将  $u$  记录在自己的支配点集中, 即  $D_N(v) := D_N(v) + \{u\}$ , 并置  $N_0(v) := N_0(v) - \{u\}$ , 转(5), 否则, 若  $m(v) = 0$ , 转(3).

规则(c) 当节点  $v$  收到来自邻居  $u$  发来的  $\text{Undom}(u)$  消息, 若  $m(v) = 0$ , 它检查它的所有满足  $w_z > w_v$  的邻居  $z$  是否都发送了  $\text{Undom}(z)$  消息( $m(z) = 1$ ), 是,  $v$  确定自己为支配节点, 广播  $\text{Dom}(v)$ , 令  $m(v) := 2$ , 置  $N_0(v) := N_0(v) - \{u\}$ , 转(5). 否则,  $v$  将只做  $N_0(v) := N_0(v) - \{u\}$ , 并继续等待  $z$  传来的消息. 若  $m(v) = 0$ , 转(4).

(3) 任状态已确定的节点  $v$  在收到信息  $\text{Dom}(u)$  后, 令  $N_0(v) := N_0(v) - \{u\}$ ;  $D_N(v) := D_N(v) + \{u\}$ , 记录  $m(u) := 2$ , 转(5).

(4) 任状态已确定的节点  $v$  在收到信息  $\text{Undom}(u)$  后, 令  $N_0(v) := N_0(v) - \{u\}$ ; 记录  $m(u) := 1$ , 转(5).

(5) 若  $N_0(v) = \emptyset$ , 算法结束; 否则, 继续等待接收和记录  $N_0(v)$  中剩余节点的  $\text{Dom}$  和  $\text{Undom}$  信息.

(6) 将满足  $m(v) = 2$ , ( $v = 1, 2, \dots, n$ ) 的节点集合  $D = \{v \mid v \in V, m(v) = 2\}$  输出, 即可得到所要求的 MWMIDS.

算法终止后的节点或者成为支配节点, 或者为受支配节点.

### 3.3 算法性能分析

定理 2 给定一个连通的简单无向图  $G = (V, E)$ ,

由 MWMIDS 算法得到的  $D$  构成了一个极小独立支配集.

证明 只需证明  $D$  是极大独立集, 依据推论 3.1 就可说明它也是极小独立支配集.

先说明  $D$  是独立集, 即  $D$  中的任两个支配点不可能是邻居. 用反证法, 令  $v$  和  $u$  是相邻的支配点, 不失一般性可假定  $w_u > w_v$ , 则依据规则(b),  $v$  不能成为支配点, 因为它的邻居中至少已存在一个支配点  $u$ , 与假设矛盾, 所以两个支配点不可能相邻, 故  $D$  是独立集.

再说明  $D$  的极大性, 也用反证法, 即算法结束后, 得到的  $D$  是独立集但不是极大独立集, 这说明至少还存在有某受支配节点  $u$  周围邻居中没有任何支配点, 但依据算法中的规则(c), 节点  $u$  肯定要确定自己为支配点而加入到  $D$  中, 这与假设矛盾, 所以  $D$  是极大独立集. 依据推论 3.1 就可说明  $D$  也是极小独立支配集.

证毕

定理 3 给定一个连通的简单无向图  $G = (V, E)$ , 由 MWMIDS 算法得到的  $D$  具有权和极大的性质.

证明 在本算法中依据(2)初始时只有确认自己是邻集中权值最大者才能按规则(a)优先确定自己为支配点, 这样就保证了一些大权值的节点首先进入  $D$  中. 依据规则(c), 任节点发送一个  $\text{Dom}(v)$ , 当且仅当它的所有满足  $w_z > w_v$  的邻居  $z$  都发送了  $\text{Undom}(z)$  消息, 这样  $v$  就能确保自己在已发送  $\text{Dom}$  的节点中是最大权的节点, 因此所得到的支配节点集  $D$  的权和是极大的.

### 3.4 算法复杂度分析

定理 4 MWMIDS 算法的消息复杂度为  $O(n)$ ; 最坏时间复杂度为  $O(\log n + n)$ , 其中  $D$  是节点的最大度数,  $n$  为网络中的节点数.

证明 在算法中除上线后交换信息需要发  $n$  个信息外, 每个节点只在状态确定后再发送一个消息, 所以消息复杂度为  $O(n)$ .

算法初始时各节点将邻居集合按序排列好, 最大比较计算时间为  $\log n$ ; 因 MWMIDS 算法是分布式异步并行运算, 即一些节点可同时计算状态, 所以一般情况下最后确定状态的节点的运行步骤都要小于  $n$ , 如星形网络, 无论  $n$  多大, 它的最好步骤为 2, 最坏也只需 3 步. MWMIDS 算法的最坏情况下运行步骤就是  $n$ , 如单链式网络, 由此可得到算法的最坏时间复杂度为  $O(\log n + n)$ .

证毕.

## 4 仿真结果及分析

用计算机仿真测量 MWMIDS 算法的性能, 并将算法生成的支配集大小与 WL<sup>[8]</sup> 和 MWMCD<sup>[2]</sup> 算法进行比较.

测试所用的 MANET 随机图产生方法同文[2], 设  $n$  个移动主机(节点)随机分布于长为  $L = 150\text{m}$ 、宽为  $W = 100\text{m}$  的 2-维矩形区域内, 为了和 WL 算法进行比较, 也假定所有节点的无线传输距离相同, 半径均为  $R$ . 两个节点之间存在连接当且仅当它们在彼此的无线传输范围内.

仿真实验设计了两类:一类是通讯半径  $R$  分别固定为 50m 和 60m 时, 节点数从 40 按步长 10 增加到 100; 另一类是节点数目分别固定为 50 和 60, 通讯半径由 30m 按步长为 10m 增加到 90m. 对每一个节点/通讯半径的组合, 随机生成 80 个拓扑, 并对每个拓扑进行实验, 分别运行本算法、MWMCDs 和 WL 算法. 找出近似最小支配节点数并计算它们在所有拓扑节点中所占的比例. 然后将得到的 80 组数据求平均值, 作为该节点数/发射距离组合的实验数据, 分别如图 1 和图 2 所示. 图 1 中的 (a)、(b) 表示当节点数目固定, 通讯半径递增时所得的实验结果, 而图 2 中的 (a)、(b) 表示当通讯半径固定, 节点数递增所得的实验结果. 因目标是生成近似最小支配集, 所以支配集所占的比例越小越好.

分析实验曲线图 1 中的 (a)、(b) 和图 2 中的 (a)、(b) 可以发现, 随着拓扑节点数(或者单个节点发射距离)的增加, 支配点所占的比例都在减少, 由于区域大小始终保持不变, 因此当节点数(或者发射距离)增加时, 区域中节点密集程度相应增大, 拓扑连通性变大, 于是, 支配点的比例也相应减小. 从这些图中还可清楚地看出, 无论是在何种情形下, 本算法计算出的支配节点所占的比例也都远小于的 WL 算法的结果, 而与 MWMCDs 算法不相上下.

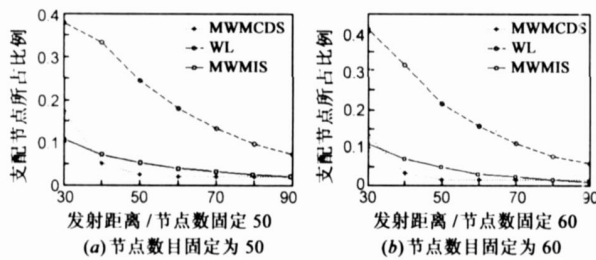


图 1 节点数固定的实验数据曲线

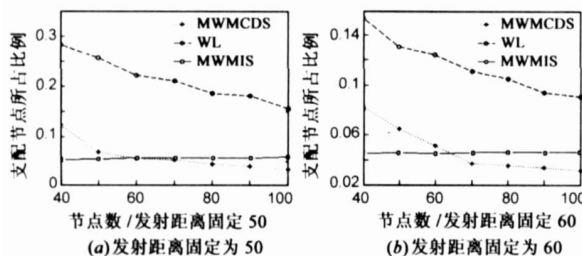


图 2 发射距离固定的实验数据

但 MWMIDS 算法的维护比 MWMCDs 算法的维护要简单的多, 篇幅所限, 只通过一个图例仿真来说明维护

和更新算法的简单有效性(详见文献[12]). 假定有 20 个节点随机分布在长度  $L =$  宽度  $W = 100\text{m}$  的网络拓扑中, 每个主机都有相同的通讯半径 50, 运用 MWMIDS 算法生成 IDS 后的拓扑图如 3(a) 所示, 其中, 暗色方节点 8、20、10、12 和 2 为 IDS 中的支配点. 21 和 22 上线后, 并未影响原有的支配点, 按简单的局部更新算法[12], 只是增加了一个支配点 22, 总的更新如图 (b) 所示. 而支配节点 12 下线后, 也并未影响原有的其他支配点, 运行局部更新算法[12]后, 补充了新支配点 13, 但总支配点数目不变, 如图 (c) 所示. 当支配节点 10 从左向右移动停止后, 仍可应用简单的移动更新算法[12], 也只有一个支配点更新(10 → 7), 如图 (d) 所示. 总之, 当网络拓扑变化时, 骨干网的重构能快速实现.

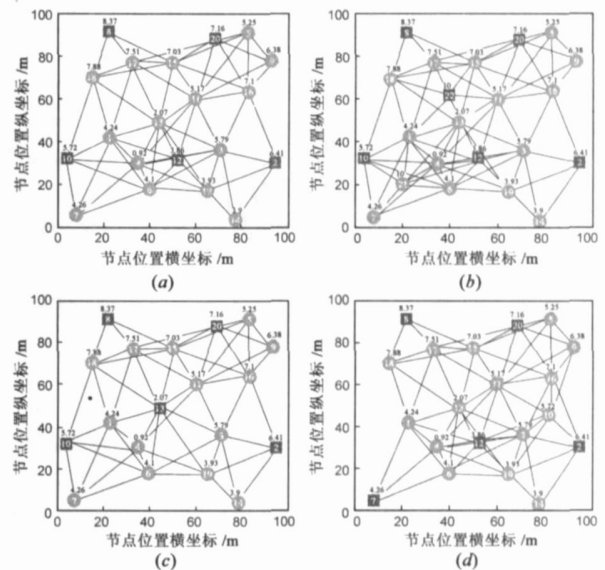


图 3 MWMIDS 的维护与更新图例

### 5 小结

针对 MANET 主机移动较频繁的特点, 文中提出用图论中的独立支配集构成虚拟骨干中心, 克服了骨干节点之间必须维护连通性的问题, 使得拓扑变化较快时骨干网的重构能快速实现. 给出了 MANET 基于 MWMIDS 的多目标多约束规划数学模型, 并设计了具有低消息和时间复杂度的分布式异步并行贪婪算法, 还通过仿真测试了算法的正确性及自恢复能力. 文中设计的基于 MWMIDS 虚拟骨干网, 可应用于移动频繁的无线 ad hoc 网络中作为分层按需路由的基础.

### 参考文献:

[1] Xinfang Yan, Yugeng Sun, Yanlin Wang. A heuristic algorithm for minimum connected dominating set with maximal weight in ad hoc networks [A]. Grid and Cooperative Computing [C]. Berlin, Heidelberg, Germany: Springer-Verlag, 2003. LNCS3033: 719 - 722.

- [2] 阎新芳,孙雨耕,胡华东. 基于极大权的最小连通支配集启发式算法[J]. 电子学报,2004,32(11):1774-1777.  
YAN Xinfang, SUN Yurong, HU Hua-dong. A heuristic algorithm for minimum connected dominating set with maximal weight in ad hoc networks[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(11):1774-1777. (in Chinese)
- [3] M Skold, C Yeongyoon, J Nilsson. An analysis of mobile radio ad hoc networks using clustered architectures [A]. Vehicular Technology Conference, The 57th IEEE Semiannual [C]. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2003, 1:181-185.
- [4] Alzoubi K M, et al. New distributed algorithm for connected dominating Set in wireless ad hoc networks [A]. Proc 35th Hawaii Int'l Conf [C]. Hilton Waikoloa Village Island of Hawaii: IEEE Computer Society, 2002. 3881-3887.
- [5] K Xu, X-Y Hong, M. Gerla. Landmark routing in ad hoc networks with mobile backbones [J]. Journal of Parallel and Distributed Computing, 2003, 63(2):110-122.
- [6] A Safwat, H Hassanein, H Mouftah. Power-aware virtual bases stations (PA-VBS) for wireless mobile ad hoc communications [J]. The Journal of Computer Networks, 2003, 41(3):331-346.
- [7] Sucec, I Marsic. Clustering overhead for hierarchical routing in mobile ad hoc networks [A]. Proceedings of the 21st International Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies (INFOCOM 2002) [C]. Piscataway, USA: IEEE Press, 2002. 1698-1706.
- [8] Wu J, Li H. A dominating-set-based routing scheme in ad hoc wireless networks [J]. Telecommunication Systems Journal, A special issue on Wireless Networks, 2001, 18(1-3):13-36.
- [9] Y Chiu, E H K Wu, G H Chen. Stability aware cluster routing protocol for mobile ad hoc networks [A]. Parallel and Distributed Systems, 2002. Proceedings. Ninth International Conference on [C]. Washington DC, USA: IEEE Computer Society Press, 2002. 471-479.
- [10] M Chatterjee, S K Das, D Turgut. WCA: a weighted clustering algorithm for mobile ad hoc networks [J]. Cluster Computing (Special Issue on Mobile Ad hoc Networks), 2002, (5):193-204.
- [11] 殷剑宏, 吴开亚. 图论及其算法 [M]. 合肥: 中国科学技术出版社, 2004.
- [12] 阎新芳. 无线 Ad hoc 网络分层路由问题研究 [D]. 天津: 天津大学, 2005.

#### 作者简介:



阎新芳 女, 1958年6月出生于河南省, 博士, 教授, 研究方向为无线通信网络和网络图论及其应用. E-mail: iexfyang@zhu.edu.cn



刘爱琴 女, 1961年9月出生于河南安阳, 副教授, 研究方向为计算机控制及应用. E-mail: liuaiqin6109@163.com



杨挺 男, 1979年5月出生于河南省, 博士, 讲师, 主要从事图论与系统优化、无线通信网络等方面的研究. E-mail: yangting@tju.edu.cn