

分数阶 Fourier 域中多分量 chirp 信号的遮蔽分析

邓 兵^{1,2}, 陶 然², 曲长文¹

(1. 海军航空工程学院电子信息工程系, 山东烟台 264001; 2. 北京理工大学电子工程系, 北京 100081)

摘 要: 本文从分数阶 Fourier 变换与时频分布的关系入手, 在离散分数阶 Fourier 变换算法基础上导出了单分量 chirp 信号分数阶 Fourier 谱强度的近似表达, 并依据分数阶 Fourier 变换的线性性质, 得到了调频率不同的两分量 chirp 信号间分数阶 Fourier 谱相互遮蔽的量化结果, 给出了图例分析, 并进行了仿真验证. 通过本文的分析可以知道分数阶 Fourier 域中调频率不同的多分量 chirp 信号间的相互遮蔽主要取决于各自的幅度、调频率和采样时间. 当多分量 chirp 信号幅度、调频率确定后, 可以通过延长采样时间来降低各分量间的相互遮蔽.

关键词: 分数阶 Fourier 变换; chirp 信号; 信号检测

中图分类号: TN957.5; TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2007)06-1094-05

Analysis of the Shading Between Multicomponent Chirp Signals in the Fractional Fourier Domain

DENG Bing^{1,2}, TAO Ran², QU Changwen¹

(1. Department of Electronic and Information Engineering, Naval Aeronautical Engineering Institute, Yantai, Shandong 264001, China;

2. Department of Electronic engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: Starting with the relationship between the fractional Fourier transform and the time frequency distribution, we derive the approximate expression of the fractional Fourier spectrum intensity of a single chirp based on the digital computation of the fractional Fourier transform. The shading between the fractional Fourier spectra of two chirps with different chirp rates is analyzed, and a formula is obtained, which is illuminated by some figures and verified by a simulation. We find that the amplitude, chirp rate and sampling interval determine the shading between the fractional Fourier spectra of multicomponent chirp signals. Prolonging the sampling interval can reduce the shading when amplitude and chirp rate of multicomponent chirp signals are determined.

Key words: fractional Fourier transform; chirp signal; signal detection

1 引言

Chirp 类信号是信号处理领域的常见信号之一, 不管是在自然界的天然信号中, 还是人为产生的信号中, 都大量存在, 而且, chirp 类信号可以看成是频率时变信号的一阶近似, 因此, 多分量 chirp 信号的检测和参数估计一直受到人们的关注. 近年来随着分数阶 Fourier 变换理论的迅速发展而产生了多种基于分数阶 Fourier 变换的多分量 chirp 信号检测和参数估计算法^[1,2], 主要分为如下两类: 一类是以变换阶数为变量, 对观测信号连续进行分数阶 Fourier 变换, 然后在形成的二维平面上做峰值搜索^[3-5]; 另一类则是利用分数阶 Fourier 变换与时频分布的关系来实现 chirp 信号的能量累积以完成检测和参数估计^[6,7]. 仿真结果显示上述算法均具有较强

的抗噪性, 但是影响多分量 chirp 信号检测和参数估计的因素除了噪声外, 还包括各分量间的相互遮蔽. 从文献[8]可以知道一个非零信号不可能在两个不同分数阶 Fourier 域 u_{α}, u_{β} ($\beta \neq \pm \alpha + n\pi, n \in \mathbf{Z}$) 都是带限的, 这就是说, 如果信号的时域持续时间无限长, 那么调频率互不相同的多分量 chirp 信号应该只是在各自对应的分数阶 Fourier 域中累积能量, 而在其他分数阶 Fourier 域中带宽是无限宽的, 这样是不会造成各分量间的相互遮蔽. 而在实际工程应用中, 信号的时域持续时间必然是有限的, 因此就肯定存在各分量间分数阶 Fourier 谱的相互遮蔽问题. 本文的目的是导出分数阶 Fourier 域中调频率不同的多 chirp 分量间相互遮蔽的具体因素和量化关系, 为进一步降低遮蔽提供参考.

2 分数阶 Fourier 变换

分数阶 Fourier 变换 (Fractional Fourier Transform, FRFT) 定义如下^[9]:

$$X_\alpha(u) = F_\alpha[x](u) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) K_\alpha(t, u) dt \quad (1)$$

其中 α 为变换阶数, $K_\alpha(t, u)$ 为变换核.

$$K_\alpha(t, u) = \begin{cases} \frac{\exp(-j\pi \sin(\alpha)/4 + j\alpha/2)}{\sqrt{|\sin \alpha|}} \cdot \exp[j\pi \cot \alpha (t^2 + u^2) - 2j\pi tu \csc \alpha], & \alpha \neq n\pi \\ \delta(t-u), & \alpha = 2n\pi \\ \delta(t+u), & \alpha = 2n\pi \pm \pi \end{cases}, n \text{ 为整数} \quad (2)$$

接下来给出本文所要用到的分数阶 Fourier 变换的两个基本性质. (1) 分数阶 Fourier 变换是一种线性变换, 即: $F_\alpha[x+y](u) = F_\alpha[x](u) + F_\alpha[y](u)$; (2) 从信号的时频表示来看, 分数阶 Fourier 变换是对时频平面的旋转, 即:

$$W_s(t, \omega) = R_\alpha^{-1} W_s^\alpha(t, \omega) \quad (3)$$

式中 $W_s(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t + \frac{\tau}{2}) s^*(t - \frac{\tau}{2}) e^{-j\omega\tau} d\tau$, $W_s^\alpha(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} s_\alpha(u + \frac{\tau}{2}) S_\alpha^*(u - \frac{\tau}{2}) e^{-jv\tau} d\tau$ 分别表征 $s(t)$ 、 $S_\alpha(u)$ 的 Wigner 分布, R_α 表征对二维函数 $W_s^\alpha(u, v)$ 作角度为 α 的顺时针旋转

$$R_\alpha^{-1} W_s^\alpha(t, \omega) = W_s(t \cos \alpha + \omega \sin \alpha, -t \sin \alpha + \omega \cos \alpha) \quad (4)$$

根据时频分布的边缘特性, 可以知道 W_s^α 关于 v 的积分给出了信号 s 的分数阶 Fourier 谱密度, 即: 信号 s 的 α 阶分数阶 Fourier 谱密度等于角度 α 的 Radon-Wigner 变换. 式(4)所表示的分数阶 Fourier 变换与时频分布的关系构成了本文接下来分析 chirp 信号在分数阶 Fourier 域中能量分布的基础.

3 不同分数阶 Fourier 域中 chirp 信号的能量分布

设单分量 chirp 信号 $g(t)$ 模型如下:

$$g(t) = A \exp(j2\pi\gamma_0 t + j\pi\mu t^2 + j\varphi) \quad (5)$$

因为实际应用中多采用数字信号处理方式, 因此进一步给出 $g(t)$ 的离散模型. 设以采样频率 f_s 对连续信号 $g(t)$ 进行采样, 采样时间为 $-T_d/2, T_d/2$, 则得到

$$g(n) = A \exp\left\{j2\pi\gamma_0 \left[n - \frac{N+1}{2}\right] \Delta t + j\pi\mu \left[n - \frac{N+1}{2}\right]^2 \Delta t^2 + j\varphi\right\}, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

其中 $N = f_s T_d + 1$ (须保证 N 为奇数^[9]), $\Delta t = 1/f_s$.

在利用分数阶 Fourier 变换快速离散算法进行离散计算时, 都认为输入离散信号是已经作了量纲归一化

处理后的采样结果^[9]. 所谓量纲归一化处理可以理解成引入尺度因子 $\gamma = \sqrt{T_d/f_s}$ 来定义新的尺度化坐标^[10]

$$x = t/\gamma = f \cdot \gamma \quad (7)$$

新的坐标系 (x, y) 实现了无量纲化.

下面分 $\mu < 0$ 和 $\mu > 0$ 两种情况来分析.

首先设 $\mu < 0$, 则量纲归一化后 $g(t)$ 的 (x, y) 域能量分布如图 1 所示. 需要注意的是图 1 所示的信号 $g(t)$ 中间频率

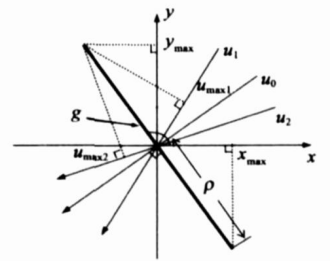


图 1 量纲归一化后信号 $g(t)$ 的时频分布. 图中的粗实线为信号 $g(t)$ 时频分布的 (x, y) 面投影, 其与 x 轴夹角为 β , μ_0 、 μ_1 、 μ_2 分别表示变换阶数 α_0 、 α_1 、 α_2 的分数阶 Fourier 域

$f_0 = 0$, 当实际信号 $g(t)$ 中 $f_0 \neq 0$ 时总能通过频移使 f_0 归零, 且 f_0 只是影响支撑区的位置 (如式(16)所示), 对分数阶

Fourier 谱强度和支撑区宽度并不影响.

那么 $y_{\max} = \gamma \cdot \mu \cdot T_d/2 \quad (8)$

$$x_{\max} = T_d/2\gamma \quad (9)$$

因此

$$\beta = \pi - \arctg \frac{y_{\max}}{x_{\max}} \quad (10)$$

$$\sin \beta = \mu T_d \sqrt{f_s^2 + \mu^2 T_d^2} \quad (11)$$

$$\rho = y_{\max} / \sin \beta = \sqrt{T_d f_s + \frac{\mu^2 T_d^3}{f_s}} \sqrt{2} \quad (12)$$

根据式(3)所表示的分数阶 Fourier 变换与时频分布的关系以及离散分数阶 Fourier 变换帕色伐尔定理

$$E = \sum_{m=1}^N |G_p(m)|^2 = \sum_{m=1}^N |G_q(m)|^2, p \neq q \quad (13)$$

可以得到

$$E \approx |G_\alpha(m)|^2 f_s T_d \frac{1}{f_s \sqrt{2}} \frac{u_{\max}}{f_s \sqrt{2}} \quad (14)$$

所以

$$|G_\alpha(m)| \approx \begin{cases} \sqrt{E \gamma / 2 T_d |u_{\max}|}, & \phi - \phi_\alpha \leq m \leq \phi + \phi_\alpha \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (15)$$

其中 $\alpha \neq \alpha_0$, $\alpha \in (\beta, \beta + \pi)$, $\alpha_0 = \beta + \pi/2$ 为信号 $g(t)$ 能量聚集最好的分数阶 Fourier 域的阶次.

$$\phi = f_0 \gamma \sin \alpha \sqrt{f_s T_d} + \frac{f_s T_d + 1}{2} \quad (16)$$

$$\phi_\alpha = \text{round}\left(T_d |u_{\max}| / \gamma\right), \text{round}(\cdot) \text{ 表示四舍五入取整} \quad (17)$$

$$u_{\max} = \rho \sin(|\alpha - \alpha_0|) \quad (18)$$

因为 $F_\alpha[g](u) = F_{2n\pi+\alpha}[g](u)$ 且 $F_\alpha[g](u) = F_{-\pi-F_\alpha}[g](u) = F_{\pi-\alpha}[g](u)$, 当 $f_0 = 0$ 时, $|G_\alpha(m)|$ 关

于原点对称, 即 $|G_{\alpha}(m)| = |G_{\alpha+\pi}(m)|$, 所以只需考虑 $\alpha \in (\beta, \beta + \pi)$, 那么有 $0 < |\alpha - \alpha_0| < \pi/2$ 当 $f_0 \neq 0$ 时, $|G_{\alpha}(m)|$ 与 $|G_{\alpha+\pi}(m)|$ 只是谱的位置发生了改变而强度不变, 从分析多分量 chirp 信号的分数阶 Fourier 谱相互遮蔽的角度来看, 仍然可以设 $\alpha \in (\beta, \beta + \pi)$.

又因为^[2]

$$E \approx \max_m |G_{\alpha_0}(m)|^2 \approx A^2 T_d f_d / |\sin(\alpha_0)| \approx A^2 f_s T_d \sqrt{1 + \mu^2 \gamma^4} \quad (19)$$

所以将式(18)、(19)代入式(15), 整理后得到

$$|G_{\alpha}(m)| \approx \begin{cases} A / \sqrt{|\sin(\alpha - \alpha_0)|}, & \phi - \phi_{\alpha} \leq m \leq \phi + \phi_{\alpha} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (20)$$

由式(20)可以看出 chirp 信号 $g(t)$ 在 α_0 阶分数阶 Fourier 域上能量聚集性最好, 出现峰值, 而当 α 偏离 α_0 时, 随着偏离间隔的增大, $g(t)$ 的相应阶次分数阶 Fourier 谱强度开始迅速下降, 支撑区也随之展宽(如图 2 所示). 这一点反应在多分量 chirp 信号分数阶 Fourier 谱的相互遮蔽就是某分量 chirp 信号在自身能量聚集性最好的分数阶 Fourier 域中的峰值受到了其他分量 chirp 信号在该阶分数阶 Fourier 域能量分布的遮蔽影响. 基于分数阶 Fourier 变换的线性性质, 我们以两分量 chirp 信号为例进行具体分析. 设某分量 chirp 信号 $g(t)$ 在 α_0 阶分数阶 Fourier 域中实现最佳能量聚集, 而某分量 chirp 信号 $h(t)$ 在 α_1 阶分数阶 Fourier 域中实现最佳能量聚集. 定义系数

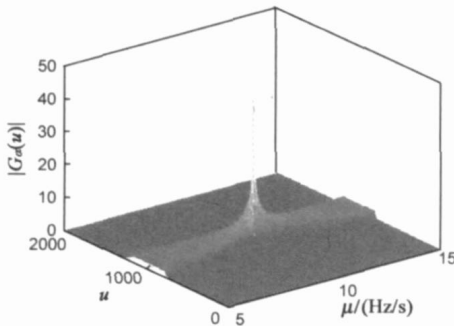


图 2 $A=1, \mu=10\text{Hz/s}, f_s=200\text{Hz}, T_d=10\text{s}$ 参数下 $g(t)$ 的分数阶 Fourier 变换幅度谱

$$\xi_{\alpha_1} = |G_{\alpha_1}(m)|^2 / |H_{\alpha_1}(m)|^2 = \frac{A_g^2 / \sin \Delta \alpha}{A_h^2 f_s T_d \sqrt{1 + \mu_g^2 \gamma^4}} \quad (21)$$

其中 $\Delta \alpha = \begin{cases} |\alpha_0 - \alpha_1|, & \text{当 } |\alpha_0 - \alpha_1| \leq \pi/2 \\ \pi - |\alpha_0 - \alpha_1|, & \text{当 } |\alpha_0 - \alpha_1| > \pi/2 \end{cases}$, $\alpha_0 = \arccot(-\mu_g \gamma^2)$, $\alpha_1 = \arccot(-\mu_h \gamma^2)$, A_g 和 μ_g 为 $g(t)$ 的幅度和调频率, A_h 和 μ_h 为 $h(t)$ 的幅度和调频率. 又因为

$$\begin{aligned} \sin \Delta \alpha &= \frac{|\mu_h - \mu_g| \gamma^2}{\sqrt{1 + \mu_h^2 \gamma^2} \sqrt{1 + \mu_g^2 \gamma^4}} \\ &= \frac{(\mu_h - \mu_g)^2 f_s^2 T_d^2}{\sqrt{(f_s^2 + \mu_h^2 T_d^2)(f_s^2 + \mu_g^2 T_d^2)}} \end{aligned} \quad (22)$$

所以, 式(21)可以化为

$$\xi_{\alpha_1} = \frac{A_g^2}{A_h^2 f_s T_d^2} \sqrt{\frac{(f_s^2 + \mu_g^2 T_d^2)}{(\mu_h - \mu_g)^2}} \quad (23)$$

系数 ξ_{α_1} 体现了分量 $g(t)$ 对分量 $h(t)$ 的分数阶 Fourier 谱遮蔽程度, 我们总是希望其越小越好, 即希望 ξ_{α_1} 趋近于 0. 从式(23)可以看出分数阶 Fourier 域中 chirp 分量间的相互遮蔽取决于各自的幅度、调频率以及采样时间和采样频率. 在实际应用中我们可以根据信号检测和参数估计要求来确定相应的 ξ_{α_1} 边界, 然后通过选择合适的采样时间和采样频率来满足 ξ_{α_1} 边界条件.

本文取 ξ_{α_1} 边界为 1 来考察各参数对 ξ_{α_1} 的影响, 并对所得结论进行仿真验证. 通过上述分析我们可以知道当 $\xi_{\alpha_1} \geq 1$ 时, $G_{\alpha_1}(m)$ 将完全遮蔽住 $H_{\alpha_1}(m)$, 此时得到分量 $h(t)$ 的相对临界幅度 \tilde{A}_h/A_g 如下:

$$\frac{\tilde{A}_h}{A_g} = \left[\frac{\sqrt{f_s^2 + \mu_g^2 T_d^2}}{|\mu_h - \mu_g| \cdot f_s T_d} \right]^{1/2} \quad (24)$$

相对临界幅度 \tilde{A}_h/A_g 给出了分量 $g(t)$ 在相应阶次分数阶 Fourier 域所能完全遮蔽住的分量 $h(t)$ 的最大相对幅度, 同时也反映出分量 $g(t)$ 的分数阶 Fourier 谱偏离 α_0 后的衰落情况. 从式(24)可以看出相对临界幅度与 A_g 的大小没有关系, 所以我们只考虑如下三种情况:

(1) \tilde{A}_h/A_g 随 μ_g 的变化情况. 从图 3 可以看出 \tilde{A}_h/A_g 几乎不随 μ_g 而改变, 这是因为为了满足采样定理恒有 $\mu_g T_d < f_s$, μ_g 的变化对式(24)影响较小.

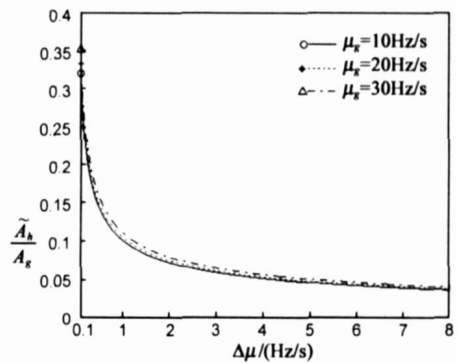


图 3 $f=400\text{Hz}, T_d=1\text{Hz/s}$, 不同 μ_g 下随着 $\Delta \mu$ 的改变所对应的相对临界幅度

(2) \tilde{A}_h/A_g 随 T_d 的变化情况. 我们知道当采样时间无限长时调频率互不相同的多分量 chirp 信号是不会造成相互影响的, 因此, 延长采样时间也将相应地降低 \tilde{A}_h/A_g , 这一点从图 4 中得到了验证.

(3) \tilde{A}_h/A_g 随 f_s 的变化情况. 从图 5 中可以看出 f_s 的改变对 \tilde{A}_h/A_g 的影响也基本可以忽略. 这是因为 f_s 对式(24)右边部分的分子分母作用相当.

需要说明的是: 尽管当 $|H_{\alpha_1}(m)|$ 大于 $|G_{\alpha_1}(m)|$ 时, 即 $\frac{A_h}{A_g} > \frac{\tilde{A}_h}{A_g}$ 时, 在分数阶 Fourier 域中 $G_{\alpha_1}(m)$ 不可能完全

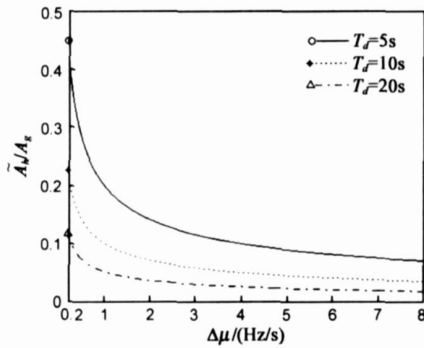


图 4 $f_s=400\text{Hz}$, $\mu_x=10\text{Hz/s}$, 不同 T_d 下随着 $\Delta\mu$ 的改变所对应的相对临界幅度

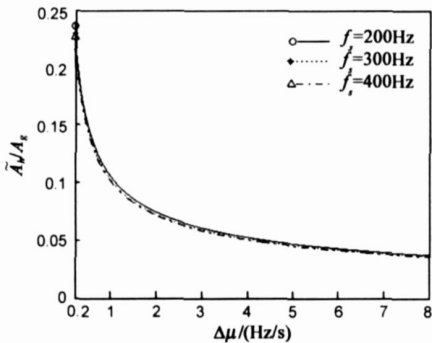


图 5 $T_d=10\text{s}$, $\mu_x=10\text{Hz/s}$, 不同 f_s 下随着 $\Delta\mu$ 的改变所对应的相对临界幅度

遮蔽住 $H_a(m)$, 但是可能会造成 $H_a(m)$ 峰值位置的移动, 这样就会给 $h(t)$ 的参数估计带来误差, 且 $|H_{a_1}(m)|$ 与 $|G_{a_1}(m)|$ 相差越小(离 $\varepsilon_{a_1} = 1$ 边界越近), 误差就越大, 因此在实际应用中需要尽量使得 ε_{a_1} 逼近于 0 以保证所需的参数估计精度。

上述结论是在 $\mu < 0$ 的情况下得到的. 当 $\mu > 0$ 时,

只是式(10)中的 $\beta = \arctg \frac{y_{\max}}{x_{\max}}$, 代入上述推导过程, 仍然可以得到同样的结论. 由于分数阶 Fourier 变换是一种线性变换, 所以上述两分量 chirp 信号的结论可以较为简单地推广到多分量 chirp 信号的情况。

4 仿真

设两分量 chirp 信号的叠加为:

$s(t) = g(t) + h(t) = A_g \exp(j\pi\mu_g t^2) + A_h \exp(j\pi\mu_h t^2 + j\pi)$
其中 $A_g = 1$, $\mu_g = 10\text{Hz/s}$, $\mu_h = 12\text{Hz/s}$, $f_s = 400\text{Hz}$, $T_d = 5\text{s}$, 根据图 4 我们可以知道在上述参数下的 $\tilde{A}_h \approx 0.142$. 图 6 给出了 A_h 分别为 0.12、0.16 的 $|S_{a_i}(u)|$ 值, 可以看出左图中 $|H_{a_1}(u)|$ 完全被 $|G_{a_1}(u)|$ 遮蔽, 而右图中 $|H_{a_1}(u)|$ 已经能够显现出来了. 图 7 所用信号参数保持与图 6 中左图所示信号一样, 只是图 7 通过延长采样时间到 10s, 就将图 6 中左图所示被遮蔽的 $|H_{a_1}(u)|$ 显示了出来, 以上仿真结果较好地吻合了上一节的理论推

导和分析.

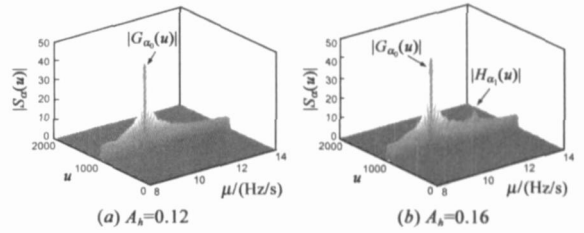


图 6 两分量 chirp 信号的分数阶 Fourier 谱相互遮蔽效果图

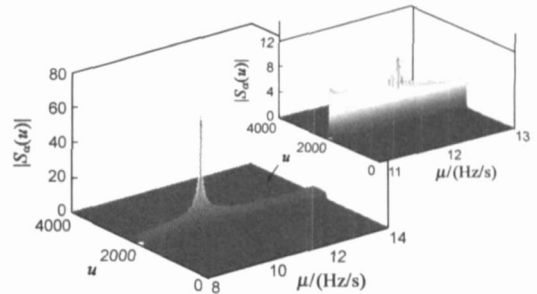


图 7 对图 6 中左图信号其余参数保持不变, 延长采样时间为 $T_d=10\text{s}$ 的遮蔽效果图

5 结论

本文利用了分数阶 Fourier 变换与时频分布的关系, 在考虑了量纲归一化的影响后, 导出了单分量 chirp 信号在不同阶次分数阶 Fourier 域中的强度表达式, 并基于分数阶 Fourier 变换是一种线性变换, 在单分量 chirp 信号分数阶 Fourier 谱强的推导结果上进一步分析了调频率不同的两分量 chirp 信号间分数阶 Fourier 谱相互遮蔽的具体因素, 并给出了量化结果(如式(21)、(23)所示)和图例分析(图 3~ 5), 仿真结果与理论推导基本吻合. 通过本文的分析我们可以知道分数阶 Fourier 域中调频率不同的多分量 chirp 信号间的相互遮蔽主要取决于各自的幅度、调频率和采样时间. 当多分量 chirp 信号自身特征(幅度、调频率)确定后, 可以通过延长采样时间来降低各分量间的相互遮蔽. 上述两分量的结果可以直接推广到多分量的情况。

参考文献:

[1] Almeida L. B. The fractional Fourier transform and time frequency representations [J]. IEEE Trans Signal Processing, 1994, 42(11): 3084– 3091.

[2] Tao Ran, Deng Bing, et al. Research progress of the fractional Fourier transform in signal processing [J]. Science in China (Ser. F, Information Science), 2006, 49(1): 1– 25.

[3] 董永强, 陶然, 等. 含未知参数的多分量 chirp 信号的分数阶傅里叶分析 [J]. 北京理工大学学报, 1999, 19(5): 612– 616.

DONG Yong qiang, TAO Ran, et al. The fractional Fourier

- analysis of multicomponent chirp signals with unknown parameters [J]. Journal of Beijing Institute of Technology, 1999, 19(5): 612- 616. (in Chinese)
- [4] 赵兴浩, 陶然, 等. 基于 Radarr Ambiguity 变换和分数阶傅里叶变换的 chirp 信号检测及多参数估计 [J]. 北京理工大学学报, 2003, 23(3): 371- 374, 377.
- Zhao Xing hao, Tao Ran, et al. Chirp signal detection and multiple parameter estimation using radarr ambiguity and fractional Fourier transform [J]. Journal of Beijing Institute of Technology, 2003, 23(3): 371- 374, 377. (in Chinese)
- [5] Qi Lin, Tao Ran, et al. Detection and parameter estimation of multicomponent LFM signal based on the fractional Fourier transform [J]. Science in China (Ser. F, Information Science), 2004, 47(2): 184- 198.
- [6] 周刚毅, 叶中付. 线性调频信号的调频斜率估计方法 [J]. 中国科学技术大学学报, 2003, 33(1): 34- 38.
- Zhou Gang yi, Ye Zhong fu. An approach to estimating the chirp constant of LFM [J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2003, 33(1): 34- 38. (in Chinese)
- [7] 李靖, 王树勋, 等. 基于分数阶傅里叶变换的 chirp 信号时频分析 [J]. 系统工程与电子技术, 2005, 27(6): 988- 990, 1015.
- Li Jing, Wang Shu xun, et al. Chirp signal analysis based on PWD in fractional Fourier transform domain [J]. Systems Engineering and Electronics, 2005, 27(6): 988- 990, 1015. (in Chinese)
- [8] Xiang Gen Xia. On bandlimited signals with fractional Fourier transform [J]. IEEE Signal Processing Letters, 1996, 3(3): 72- 74.
- [9] Ozaktas H M, Arikan O, et al. Digital computation of the fractional Fourier transform [J]. IEEE Trans Signal Processing, 1996, 44(9): 2141- 2150.
- [10] 赵兴浩, 邓兵, 等. 分数阶傅立叶变换数值计算中的量纲归一化研究 [J]. 北京理工大学学报, 2005, 25(4): 360- 364.

Zhao Xing hao, Deng Bing, et al. Dimensional normalization in the digital computation of the fractional Fourier transform [J]. Journal of Beijing Institute of Technology, 2005, 25(4): 360- 364. (in Chinese)

作者简介:



邓兵男, 1975年3月生于湖南省衡阳市. 现为海军航空工程学院讲师, 博士. 主要研究方向是非平稳信号处理及其在通信、雷达中的应用. 获教育部、军队科技进步奖3项. 在国内外发表学术论文30余篇, 其中SCI、EI收录10余篇. E-mail: navy_dbing@tom.com



陶然男, 1964年11月生于安徽省南陵县. 现任北京理工大学科技处副处长、信息安全与对抗研究中心主任、信息安全与对抗学科首席教授、博士生导师、电子学会会士、Senior Member of the IEEE. 2000年获教育部“高校青年教师奖”, 2003年获“中国兵工青年科技奖”, 2006年获得国家杰出青年科学基金. 还获部级科技进步二等奖1项, 部级科技进步三等奖3项. 作为第一申请人已申请国防发明专利15项. 以第一作者出版著作、教材4部. 在IEEE汇刊、Fuzzy Sets and Systems、中国科学、电子学报、兵工学报上发表和录用论文58篇. 兼任中国雷达行业协会副理事长, 中国电子学会学术工作委员会委员、青年工作委员会副主任、无线电定位技术分会委员, 中国兵工学会信息安全与对抗专业委员会总干事、《兵工学报》常务编委, 总装备部综合电子战专家组特邀专家, 北京市科学技术奖评审委员会评委, 国家242信息安全计划评审组专家. 研究方向为: 信息安全对抗理论与技术、通信系统理论与技术、信号处理理论与技术. E-mail: rantao@bit.edu.cn

曲长文男, 1963年7月出生于山东省济南市, 现为海军航空工程学院教授、博士生导师, 获军队科技进步奖7项, 在国内外发表学术论文70余篇. E-mail: qcwby@sohu.com