

# 基于 Contourlet 变换自适应阈值的图像去噪算法

戴 维, 于盛林, 孙 栓

(南京航空航天大学自动化学院, 江苏南京 210016)

摘 要: 综合利用 Contourlet 变换和图像在各个尺度各个方向上的轮廓细节的大小, 一定程度上改进了 Donoho 阈值/ 过扼杀0其分解系数的缺点, 同时还考虑图像的轮廓细节. 实验结果表明, 与小波阈值, Contourlet 阈值和多尺度 Contourlet 阈值相比, 这两种方法更好的提取了图像的轮廓细节, 提高了图像的 PSNR 值.

关键词: 图像去噪; Contourlet 变换; 小波变换; 萎缩阈值

中图分类号: TN911.73 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2007) 10-1932-05

## Image De2Noising Algorithm Using Adaptive Threshold Based on Contourlet Transform

DAI Wei, YU Sheng2lin, SUN Shuan

(College of Automation Engineering, Nanjing University Aeronautics and Astronautics, Nanjing, Ji angsu 210016, China)

Abstract: A new method for image de2noising which colligated the strong point of Contourlet transform and the magnitude of the detail of image in every scale and direction. This paper deals with the problem of snuffing out the Contourlet coefficients to exceed, and it also can solve the problem of taking no consideration of image details. Experiment on image de2noising shows that: compare to the wavelet threshold, Contourlet threshold and mult2scale threshold using Contourlet transform, the two methods both pick up the image detail better and improve the peak signal2to2noise ratio.

Key words: image de2noising; contourlet transform; wavelet transform; threshold shrinkage

### 1 引言

近年来, 小波理论迅速发展, 由于其具备良好的时频特性和多分辨率特性, 小波阈值去噪方法被广泛应用于各种去噪处理中<sup>[1]</sup>. 而对图像来说, 边缘不连续性是按空间分布的, 因此这种奇异性影响了小波展开级数中的许多项, 所以小波展开的系数不是稀疏的, 从而影响了逼近误差.

脊波(Ridgelet)变换<sup>[4]</sup>、曲线波(Curvelet)变换<sup>[5]</sup>和 Contourlet 变换<sup>[6,7]</sup>正是为解决二维或更高维奇异性而出现的新的分析工具. 遗憾的是 Randon 变换的存在决定了脊波和曲线波的计算复杂度和冗余度都很高, 这样大大限制了它们的应用. Contourlet 变换是 M. N. Do 和 Martin Vetterli 提出的一种/ 真0二维图像表示方法<sup>[2,3]</sup>, 这种方法可以很好地抓住图像的几何结构. 它可以满足曲线的各向异性尺度关系, 并且提供一种快速的, 结构化的像曲线波一样的分解采样信号方法.

1992 年, Donoho 和 John stone 提出了小波阈值萎缩方法, 还给出  $D = R \sqrt{2 \ln(N)}$  了的阈值, 并从渐进意义

上证明了 Donoho 阈值的最优性<sup>[1]</sup>, 然而 Donoho 萎缩阈值是阈值的上限, 但不是最佳萎缩阈值, 它过度/ 扼杀0了小波系数; Sure Shrink 阈值和 GCV 准则法可以求出理想阈值的估计值, 但没有显式的表达式, 并且阈值的计算需先知道信号本身, 但是实际求取时这是不可能的; Donoho 提出了多尺度分解去噪阈值的选取方法  $D_k = R \sqrt{2 \ln(N)} @^{(k-K)/2}$  ( $k = 0, \dots, K-1$ ), 其中,  $N$  是图像的象素总数,  $K$  是分解的总尺度数,  $R$  是噪声的大小,  $k$  为尺度等级, 阈值的选取仅仅考虑系数所在的尺度, 而没有考虑相同尺度下不同方向图像能量的分布情况. 而 Contourlet 变换用于去噪时, 通常也使用以上的阈值法, 同样也存在这些问题. 为此, 本文提出了基于 Contourlet 变换的根据图像不同尺度不同方向的轮廓细节自适应调节阈值的图像去噪方法, 获得了更好的视觉效果和更高的 PSNR 值.

### 2 Contourlet 变换

#### 2.1 Contourlet 变换理论

Contourlet 是 2002 年 M. N. Do 和 Martin Vetterli 提出

的<sup>[6,7]</sup>. 由于自然图像并不全是由一些不连续的点组成,在很大程度上来说图像是由分段光滑的轮廓线组成. 二维小波变换仅对零维或不连续的点有稀疏的表示,对于轮廓线却无能为力. Contourlet 包含 2 的任意整数次幂个方向基函数,并且每个基函数的纵横比也可以是任意选择的. 因此, Contourlet 具有很丰富的基函数;也正因为如此, Contourlet 变换对任意一维光滑边缘的表示都接近最优. 图 1 是小波变换和 Contourlet 变换对曲线表示的比较. 图 1(a)表示了用二维可分离小波来逼近图像中奇异曲线的过程. 由一维小波张成的二维小波基具有正方形的支撑区间,不同的分辨率下,其支撑区间为不同尺寸大小的正方形. 因此,二维小波逼近奇异曲线过程,最终表现为用点来逼近线的过程.

图 1(b)是 Contourlet 变换,它充分利用图像的几何正则性,从图 1(b)可以看出它的基的支撑区间表现为长方形,因此可以用最少的系数来逼近奇异曲线. 基的长方形支撑区间实际上是方向性的一种体现,因此 Contourlet 基又具有各向异性.

Contourlet 是用金字塔多方向滤波组 PDFB (Pyramidal Directional Filter Bank)<sup>[9]</sup> 来将图像分解成不同尺度下的方向子带. PDFB 是一个拉普拉斯金字塔滤波器 LP (Laplacian Pyramid)<sup>[10]</sup> 和一个多方向滤波组的叠加. 图 2 给出了 Contourlet 变换的流程,图 3 给出了 Contourlet 变换频率分解图. Contourlet 变换将多尺度分析和方向分析分开进行,首先由 LP 变换对图像进行多尺度分解以捕获 0 点奇

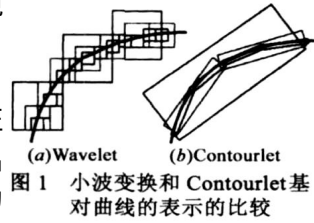


图 1 小波变换和 Contourlet 基对曲线的表示的比较

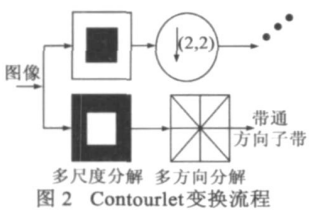


图 2 Contourlet 变换流程

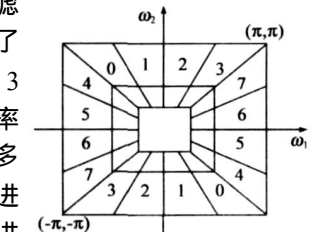


图 3 Contourlet 变换频率分解

异,接着由方向滤波器组 DFB 将分布在同方向上的奇异点合成一个系数. Contourlet 变换的最终结果是用类似于线段的基结构来逼近原图像,这也是所以称之为 Contourlet 变换的原因. 图 4 给出 Lena(512 @ 12 @ 8 bit) 经过 Contourlet 变换后各方向子带,方向数分别为 4, 8, 8, 21, 2.

2.1.2 基于 Contourlet 变换的图像去噪算法

噪声去噪问题一般采用模型:  $y = x + R * e$ . 其中,  $x$  是期望图像;  $y$  是观测的含噪图像;  $e$  是噪声;  $R$  是噪声方差. 去噪目的就是含噪图像  $y$  中恢复原始图像

保持图像  $x$  的特征,优化均方差. 阈值萎缩法去噪的算法为:

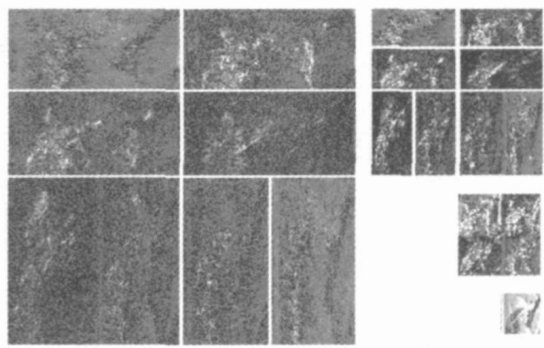


图 4 Lena 图像经过 Contourlet 变换后各方向子带

(1) 确定 Contourlet 分解的层次  $K$ , 对含噪图像进行 Contourlet 变换, 得到低频系数  $a_0$  和 高频系数  $d_0, d_1, \dots, d_{K-1}$ .

(2) 在 Contourlet 变换域设定阈值对系数进行处理, 得到新的 Contourlet 系数.

硬阈值处理法:

$$d_i = \begin{cases} d_i, & |d_i| \geq D \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \quad i = 0, 1, \dots, K-1 \quad (1)$$

软阈值处理法:

$$d_i = \begin{cases} \text{sgn}(d_i)(|d_i| - D), & |d_i| \geq D \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \quad i = 0, 1, \dots, K-1 \quad (2)$$

(3) 对处理后的高频系数  $d_0, d_1, \dots, d_{K-1}$  和 低频系数  $a_0$  进行 Contourlet 逆变换, 得到信号  $\hat{x}$ , 即  $\hat{x}$  为原始信号  $x$  的估计值.

Contourlet 阈值去噪的另一个中心问题是萎缩阈值的确定. 阈值选取的好坏直接关系到去噪效果的好坏. 如果选取较小的阈值, 可以尽可能多地保留系数, 从而可能保留更多的图像信息, 但同时噪声也被保留. 反过来, 如果设定一个较大的阈值, 这样可以消除更多的噪声, 同时也会损失图像中的高频信息. Donoho 提出了去噪的萎缩阈值  $D = R \sqrt{2 \ln(N)}$ , 这一阈值是最佳阈值的上限但不是最佳阈值; 含噪图像经多级 Contourlet 分解后, 各尺度各子带的能量分布是不同的. 具体地说, 低尺度子带中系数主要是图像信息, 噪声占的比重比较小, 对其进行去噪时阈值应该适当地减小; 而在高尺度子带中, 噪声占有比重增加, 图像信息减少, 对其进行去噪时阈值应该适当放大. 基于此思想, Donoho 提出了一种基于多尺度分解去噪阈值的选取方法:  $D_k = R \sqrt{2 \ln(N)} \cdot 2^{(k-K)/2}$ ,  $k = 0, 1, \dots, K$ , 其中,  $N$  是图像的象素个数,  $K$  是 Contourlet 分解的总尺度数,  $R$  是噪声的大小,  $k$  为尺度等级. 从上式可以看出, 阈值的选取仅仅考虑系数所在的尺度, 而没有考虑相同尺度下不同方向图像能量的分布情况, 同时这种阈值方法也过度地扼

杀0了 Contourlet 系数。

### 2.1.3 基于图像自身特性的自适应阈值

本文提出了基于 Contourlet 变换的根据图像不同分解层不同方向的轮廓细节自适应调节阈值的图像去噪方法, 并将其应用于图像去噪, 更好的保留了图像的纹理和细节, 并获得更好的去噪结果。

Contourlet 变换具有去相关性, 这保证了图像经变换后的能量集中在有限的变换域系数上, 其余大部分变换域系数的幅值接近于零; 高斯白噪声经变换后仍是白噪声, 能量分布在所有的变换域系数上。对含噪图像  $y$  进行多级 Contourlet 变换得到:  $f_k = c_k + n_k$  ( $c_k$  为  $x$  经过 Contourlet 变换后第  $k$  个尺度的系数,  $n_k$  为噪声经过 Contourlet 变换后第  $k$  个尺度的系数)。高斯白噪声经变换后仍是白噪声, 所以噪声经 Contourlet 变换后在第  $k$  层的各个方向上的能量可以认为是近似相等的, 又因为该变换是线性变换, 所以比较含噪图像变换系数  $f_k$  在各个方向上的能量也就相当于比较期望图像变换系数  $c_k$  在各个方向上的能量。  $c_k$  在某个方向上的能量比较大, 也就说明了图像在这个方向上的轮廓细节比较多, 对这个方向上的阈值应该设置的较低, 这样能保留比较多的轮廓细节; 同理,  $c_k$  在某个方向上的能量比较小, 也就说明了图像在这个方向上的轮廓细节比较少, 对这个方向上的阈值应该设置的较高, 这样能比较好的去噪。

根据以上所述, 本文提出了两种自适应阈值算法:

(1) 算法一引入因子  $m_{1k}^j$ , 设置图像的硬阈值为  $D@m_{1k}^j$ , 其中  $D = R \sqrt{2 \ln(N)}$ ; 不同尺度不同方向上能量记为  $e_k^j$ , 引入因子  $m_{1k}^j = 1 - c @ \frac{e_k^j}{\sum_{j=1}^J e_k^j}$  ( $k$  表示第  $k$  个

尺度,  $j$  表示第  $j$  个方向), 该因子与第  $k$  个尺度第  $j$  个方向上的轮廓细节有关, 同时也与第  $k$  个尺度所分解的总的方向数有关, 一旦分解的层数确定后, 每一层的总能量就确定了, 即  $\sum_{j=1}^J e_k^j$  就确定了, 因此分解的方向

数越多,  $\frac{e_k^j}{\sum_{j=1}^J e_k^j}$  的比值越小,  $c$  的取值经过大量实验取

3.11 去噪效果最好。本文采用硬阈值方法进行去噪, 阈值设置的越低则保留的 Contourlet 变换的系数越多, 因为  $m_{1k}^j < 1$ , 所以  $D@m_{1k}^j < D$ , 这样保留的 Contourlet 变换的系数越多, 所以不会过度扼杀 Contourlet 变换的系数, 同时还在不同尺度不同方向上自适应的调整了图像的阈值, 得出的结果和小波阈值和 Contourlet 变换阈值法比较, 其峰值信噪比明显比以上两种方法高, 但是这种算法要求 Contourlet 变换的方向数是递增的, 如 4,

8, 16, 即最高尺度的方向数为 16, 这样才能保证  $m_{1k}^j$  是随着  $k$  的增大而增大的, 即对越高频的系数设置的阈值越大。

(2) 算法二引入因子  $m_{2k}^j$ , 设置图像阈值为  $D @ m_{2k}^j$ ,  $D = R \sqrt{2 \ln(N)} @ 2^{(k-K)/2}$ ; 因为  $D$  对不同尺度已经设置了不同的阈值, 而  $m_{1k}^j$  包含了对不同尺度进行不同的阈值, 所以要对  $m_{1k}^j$  进行修正。一旦分解的层数确定, 方向数越多,  $\frac{e_k^j}{\sum_{j=1}^J e_k^j}$  的比值越小,  $m_{1k}^j$  就越大, 在同一

层中不同的方向数会得到不同的阈值, 尽量减少这种影响, 得到  $m_{2k}^j = 1 - \frac{J}{4} @ \frac{e_k^j}{\sum_{j=1}^J e_k^j}$ , 进行阈值处理后得出的结果和 Contourlet 多尺度阈值法进行比较, 峰值信噪比也得到了提高, 尤其针对轮廓细节比较丰富的图像效果更明显。

### 3 算法描述

本文综合利用 Contourlet 变换, 多层分解阈值去噪以及根据图像特性设置阈值的优点, 提出基于 Contourlet 域的根据图像轮廓细节特性的图像去噪方法, 具体算法如下:

(1) Contourlet 变换经过一个拉普拉斯金字塔滤波器 LP(Laplacian Pyramid)<sup>[10]</sup> 和一个多方向滤波组的分解将图像  $y$  分解为子带  $f_k^j$ , 其中  $k = 0, \dots, K-1, j = 1, \dots, J, K$  为 Contourlet 变换分解总层数,  $J$  为第  $k$  层分解的总方向数。

(2) 求出各个尺度各个方向  $f_k^j$  的能量  $e_k^j$  以及各个尺度的总能量  $\sum_{j=1}^J e_k^j$ ,  $e_k^j$  等于  $f_k^j$  所有系数的平方和。

(3) 第  $k$  层第  $j$  个方向占第  $k$  层总能量的百分比越高, 就说明图像的轮廓细节越多, 阈值应设的较低, 引入一个因子  $m_{1k}^j < 1$  ( $i = 1, 2$ ), 轮廓细节越多, 其值越小, 其中  $c$  取 3.1。

$$m_{1k}^j = 1 - c @ \frac{e_k^j}{\sum_{j=1}^J e_k^j} \quad (3)$$

$$m_{2k}^j = 1 - \frac{J}{4} @ \frac{e_k^j}{\sum_{j=1}^J e_k^j} \quad (4)$$

(4) 计算 Donoho 阈值和多尺度阈值:

$$D = R \sqrt{2 \ln(N)} \quad (5)$$

$$D_k = R \sqrt{2 \ln(N)} @ 2^{(k-K)/2}, k = 0, \dots, K \quad (6)$$

(5) 用  $m_{1k}^j$  ( $i = 1, 2$ ) 进行调整, 得出本文两个算法的阈值  $D_k$  ( $i = 1, 2$ )。

a) 本文算法一的阈值:

$$D_{1k} = D @ m_{1k} = R \sqrt{2 \ln(N)} @ \left[ 1 - c @ \frac{e_k^j}{\sum_{j=1}^J e_k^j} \right] \quad (7)$$

b) 本文算法二的阈值:

$$D_{2k} = D_k @ m_{2k} = R \sqrt{2 \ln(N)} @ 2^{(k-K)/2} @ \left[ 1 - \frac{J}{4} @ \frac{e_k^j}{\sum_{j=1}^J e_k^j} \right] \quad (8)$$

(6) 对系数  $f_k^j$  进行阈值处理得到  $f_{ik}^j$ , 本文采用硬阈值法, 即:

$$f_{ik}^j = \begin{cases} f_k^j, & |f_k^j| > D_{ik} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad k = 0, \dots, K; j = 1, \dots, J; i = 1, 2 \quad (9)$$

(7) 对  $f_{ik}^j$  进行 Contourlet 逆变换, 得到去噪后的图像.

### 4 实验结果与分析

为了检验本文算法的正确性和有效性, 选择 512 @ 512 的标准图像叠加均值为零的白噪声进行实验, 白噪声方差分别为 15, 20, 25, 30. 实验中用/db80小波对图像进行三层小波分解, 而 Contourlet 变换选择-9-7塔式分解和方向滤波器组进行三层分解, 方向数分别为 4, 8, 16. R是采用中位数估计法获得的, 即:  $R = \text{Median}[|d_1|] / 016745$ . 其中  $d_1$  为含噪信号  $y$  的第一层小波分解得到的高频系数序列. 实验中对小波阈值去噪, Con2tourlet 阈值去噪, Contourlet 多尺度阈值去噪和本文的两种算法进行了比较, 实验结果如表 1 和图 5 图 6. 从实验结果中可以得出如下结论:

表 1 含噪图像和去噪图像的峰值信噪比值的比较

图像	噪声标准差 R	PSNR (dB)					
		噪声图像	小波阈值去噪	Contourlet 阈值去噪	Contourlet 多尺度阈值去噪	本文算法一	本文算法二
Lena	15	24.62	28.42	28.40	30.04	30.49	30.44
	20	22.13	27.70	27.82	29.03	29.11	29.27
	25	20.17	26.98	27.02	28.25	28.19	28.31
	30	18.60	26.34	26.40	27.36	27.24	27.45
Barbara	15	24.61	25.67	26.00	26.99	27.68	27.88
	20	22.09	23.64	24.85	25.77	26.33	26.45
	25	20.18	23.03	24.03	24.90	25.29	25.36
	30	18.60	22.64	23.35	24.16	24.43	24.54
flower	15	24.59	24.95	24.95	25.14	25.71	25.96
	20	22.11	22.94	22.76	24.19	24.65	24.81
	25	20.15	22.10	21.84	23.34	23.76	24.83
	30	18.58	21.39	21.42	22.76	23.15	23.13

(1) 本文结合图像自身的轮廓细节来设置阈值的两种方法要比其他四种去噪方法中要好, 主要归结于对图像有一定的自适应性, 并充分利用了图像自身

的信息. 两种算法的 PSNR 要比小波阈值去噪和 Con2tourlet 阈值去噪高 2~ 4dB, 比 Contourlet 多尺度阈值去噪高 011~ 1dB.

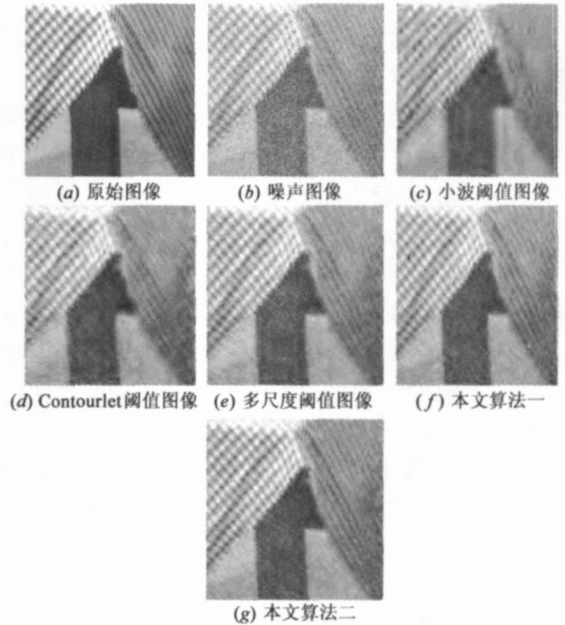


图 5 噪声  $\sigma=20$  的 Barbara 图像去噪后局部结果

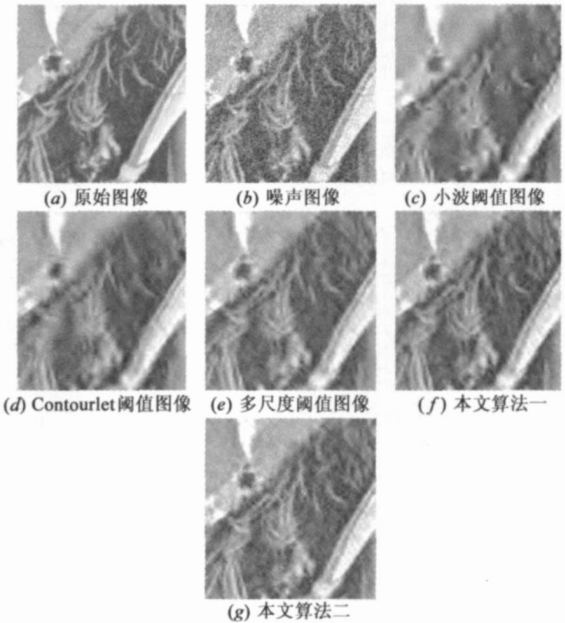


图 6 噪声  $\sigma=20$  的 Lena 图像去噪后局部结果

(2) 本文的算法对纹理信息较多的图像处理效果要好, PSNR 要高一些, 例如对 Barbara 图像, 本文算法两种的 PSNR 要比小波阈值去噪和 Contourlet 阈值去噪高 115~ 3dB, 比 Contourlet 多尺度阈值去噪多 013~ 019dB; 而对 Lena 图像, PSNR 要提高的少一些, 比小波阈值去噪和 Contourlet 阈值去噪高 115~ 2 dB, 比 Con2tourlet 多尺度阈值去噪多 011~ 012dB.

(3) 本文的算法能很好地恢复图像的细节轮廓

信息. 如 Lena 的帽沿、发丝, Barbara 裤子上的纹理. 但可能会出现一些发丝状的类似小波中 Gibbs 现象的视觉失真. 这种视觉干扰可通过平移不变 cycle spinning 方法去除.

(4) 本文的第一种算法计算比较简单, 但是要求随着尺度的增大, 方向数也要增大; 本文的第二种算法结合 Contourlet 变换的多尺度阈值法, 效果是几种算法中最好的, 但计算相对较复杂.

## 5 结束语

本文提出了基于 Contourlet 变换的根据图像不同分解层不同方向的轮廓细节自适应调节阈值的图像去噪方法, 实验结果表明该算法能很好的去除图像中的高斯白噪声, 提取图像的轮廓细节, 改善图像的视觉效果, 提高去噪图像的 PSNR 值.

### 参考文献:

- [1] Donoho D L. De-noising by soft-thresholding[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41(3): 613- 627.
- [2] Do MN. Directional multiresolution image representation[D]. PhD thesis, EPFL, Lausanne, Switzerland, 2001.
- [3] Do M N, Vetterli M. Contourlets: a directional multiresolution image representation [A]. IEEE International Conference on Image Processing[C]. Rochester, NY: IEEE, 2002. 357- 360.

### 作者简介:



戴 维 女, 1982 年 11 月出生于江苏无锡. 2005 年于南京航空航天大学测量技术及仪器系获工学学士学位, 现为南京航空航天大学测试技术计量及仪器硕士研究生. 主要研究方向为光学图像去噪、雷达图像相干斑去噪、目标识别. E-mail: daiwei1126@sohu.com

- [4] Mink N Do, Martin Vetterli. The finite Ridgelet transform for image representation[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2002, 1(12): 16- 28.
- [5] L Starck, E J Candes, D L Donoho. The curvelet transform for image denoising[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2002, 6(11): 670- 684.
- [6] Minh N Do, M Vetterli. The Contourlet transform: an efficient directional multiresolution image representation [J]. IEEE Transactions on Image Processing to appear, 2005, 14(12): 2091- 2106.
- [7] D H Hubel, T N Wiesel. Receptive fields, binocular interaction and functional architecture in the cat's visual cortex[J]. Journal of Physiology 1962, 160(1): 106- 154.
- [8] M N Do, M Vetterli. Pyramidal directional filter banks and curvelet[A]. In Proceeding on Image Processing[C]. Thessaloniki, Greece: IEEE, 2001. 158- 161.
- [9] P J Burt, E H Adelson. The Laplacian pyramid as a compact image code[J]. IEEE Transactions on Commune, 1983, 4(31): 532- 540.
- [10] Weyrich N, Warhola G T. Wavelet shrinkage and generalized cross validation for image denoising[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1998, 7(1): 82- 90.
- [11] Bamberger R H, Smith M J T. A filter bank for the directional decomposition of images: theory and design[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1992, 40(4): 882- 893.



于盛林 男, 1941 年 6 月出生于江苏杨中, 现为南京航空航天大学自动化学院教授. 主要从事测试信号分析与处理、计算机测控系统、故障诊断等方面的研究工作.