

一种分析二维平面左手结构的新方法

李 超^{1,2}, 刘开雨¹, 李 芳¹

(1. 中国科学院电子学研究所, 北京 100080; 2. 中国科学院电子学研究生院, 北京 100080)

摘 要: 本文提出了一种基于单元结构的四端口网络 S 参数和周期性结构的 Bloch 理论来分析二维平面分布参数左手结构的新方法, 以及基于 Bloch 波数和 Bloch 阻抗来判断左右手特性频带的新方法. 与以往的单元结构分析方法相比, 本文方法有利于单元结构的灵活设计, 能较好地考虑分布参数元件色散特性, 能简便准确地判断出左右手特性频带, 且能用于分析各向异性和有损耗结构. 作为例子, 我们设计了一种串联电容增强型平面左手结构, 并用本文方法进行分析, 清楚地得到了该结构的左右手特性频带. 本文还采用时域有限差分方法 (FDTD) 对这种新型平面结构阵列进行模拟, 在左手特性频带内得到了后向波传播特性, 从而验证了本文方法的有效性.

关键词: 二维平面左手结构; S 参数; Bloch 波数; Bloch 阻抗; 后向波

中图分类号: O44 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2007) 12-2262-05

A New Method to Analyze Planar 2-D Left-Handed Structures

LI Chao^{1,2}, LIU Kai-yu¹, LI Fang¹

(1. Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China;

2. Graduate School, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract: A method based on the 4-port S parameters of the unit cell and the Bloch theory is proposed to analyze planar 2-D Left-handed structures. The Left/ Right-handed frequency bands are identified by the Bloch wave number and the Bloch impedance. Compared to the previous unit cell analysis methods, the new method is suitable for analysis of more flexible structures, can give better consideration to the distributed elements' dispersion, can determine the Left/ Right-handed frequency bands more easily and accurately, and can be used to analyze anisotropic and lossy structures. As an example, a capacitance-enhanced Left-handed structure is designed and analyzed with the new method. FDTD simulation is also performed to illustrate the backward wave propagation in the periodic structure with infinite arrays in Left-handed frequency band. This demonstrates the effectiveness of the new method.

Key words: planar 2-D left-handed structures; S parameters; Bloch wave number; Bloch impedance; backward wave

1 引言

左手材料 (Left-handed Materials) 是指介电常数和磁导率同时为负值的材料. 早在 1968 年, 前苏联科学家 Veselago 曾对这种材料做过纯理论性的研究^[1]. 2000 年, 美国物理学家 Smith 教授利用周期性排列的金属谐振结构实现了第一块人造的左手材料^[2,3]. 从此, 左手材料及其在微波与光技术领域的新型应用引起了国际物理学界和电磁学界的广泛研究兴趣. 后来学者们又提出一种基于传输线理论 (TL-Based) 来实现左手材料的新方法^[4,5]. 考虑到实际的左手结构中总存在寄生的右手效应, UCLA 研究小组又提出一种复合左右手结构的概念^[6,7]. 基于传输线理论的一维左手结构可以用平面

分布参数电路来实现, 又称为一维平面左手结构, 它给一些新型微波电路、天线的构造提供了可能^[8~10]. 对于二维平面左手结构, 可以通过将一维网络延拓成二维网络来实现^[11~13]. 目前, 对二维平面左手结构分析与设计方法的研究相对较少, 而这恰恰是进一步研究其潜在应用的关键. 一些研究论文曾提出利用单元结构分析来研究二维平面左手结构的特性^[14,15]. 在文献[14]中, 单元结构 (四端口网络) 必须分解成 5 个二端口网络的分支. 但对于任意的平面左手结构, 单元结构中的不同部分往往相互结合, 很难分解. 在文献[15]中, 将单元结构等效为一个由集总电容电感构成的等效电路. 该方法只适合于由分布电容和电感元件构成的平面左手结构, 并且不能较好地考虑平面电路元件的色散特性.

收稿日期: 2006-04-30; 修回日期: 2007-07-18

基金项目: 国家 973 重点基础研究发展规划项目 (No. 2004CB719800); 国家自然科学基金 (No. 60501018)

本文提出一种分析二维平面左手结构的新方法. 首先基于单元结构的四端口网络参数进行 Bloch 分析, 得出色散关系和 Bloch 阻抗. 然后根据 Bloch 波数和 Bloch 阻抗来分析相位与能量传播方向的关系, 以确定出左右手特性频带. 本文方法能较好地平面电路元件的色散特性计算在内, 其结果的准确性得到了保证. 另外, 由于本文方法不需要分解单元结构, 可用于研究任意拓扑的平面左手结构, 有利于其灵活设计. 而且, 基于 Bloch 波数和 Bloch 阻抗来判断左右手特性频带的方法与以往基于相速与群速的判断方法^[15]相比, 也体现出自身的优点. 作为例子, 我们设计了一种串联电容增强型二维平面左手结构并利用本文方法进行分析, 得到了其左右手特性频带. 本文还采用 FDTD 对这种新型结构阵列进行模拟, 得到了左手特性频带内的后向波传播特性, 验证了本文单元结构分析方法的有效性.

2 基本理论

二维平面分布参数左手结构是一种周期性结构.

其中每个单元结构可以用一个四端口网络来表示(图 1). 通过全波模拟或实验测量我们可以准确得到 S 参数. 二维周期性左手结构是由单元结构在两个正交方向上周期性排列构成的无限阵列, 将 Bloch Floquet 定

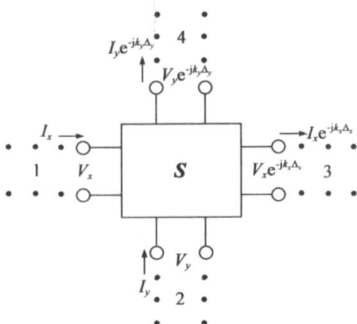


图 1 单元结构四端口网络

理应用于单元结构, 可以分析整个周期性结构的特性. 如图 1 所示, x 或 y 方向上的两个端口上的电压和电流可以分别用 Bloch 波数 k_x 或 k_y 联系:

$$V_1 = V_x, V_3 = V_x e^{-jk_x \Delta_x}, I_1 = I_x, I_3 = I_x e^{-jk_x \Delta_x} \quad (1)$$

$$V_2 = V_y, V_4 = V_y e^{-jk_y \Delta_y}, I_2 = I_y, I_4 = I_y e^{-jk_y \Delta_y} \quad (2)$$

其中 $V_1, 4$ 和 $I_1, 4$ 分别代表单元结构四个端口上的电压和电流, 它们可用单元结构的四端口导纳矩阵 Y 联系:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ -I_3 \\ -I_4 \end{bmatrix} = Y \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} \quad (3)$$

方程式(3)包括 4 个方程, 6 个未知数($I_x, I_y, V_x, V_y, k_x, k_y$). 将其中两个方程代入另两个方程可消去未知数 I_x, I_y , 得到简化方程组:

$$G \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} = 0 \quad (4)$$

其中矩阵元素 $g_{ij} (i, j = 1, 2)$ 的具体表达式可以求得如

下:

$$g_{11} = Y_{11} e^{-jk_x \Delta_x} + Y_{13} e^{-2jk_x \Delta_x} + Y_{31} + Y_{33} e^{-jk_x \Delta_x} \quad (5a)$$

$$g_{12} = Y_{12} e^{-jk_x \Delta_x} + Y_{14} e^{-j(k_x \Delta_x + k_y \Delta_y)} + Y_{32} + Y_{34} e^{-jk_y \Delta_y} \quad (5b)$$

$$g_{21} = Y_{21} e^{-jk_y \Delta_y} + Y_{23} e^{-j(k_x \Delta_x + k_y \Delta_y)} + Y_{41} + Y_{43} e^{-jk_x \Delta_x} \quad (5c)$$

$$g_{22} = Y_{22} e^{-jk_y \Delta_y} + Y_{24} e^{-2jk_y \Delta_y} + Y_{42} + Y_{44} e^{-jk_y \Delta_y} \quad (5d)$$

再根据导纳矩阵 Y 与 S 参数矩阵 S 之间的如下变换关系:

$$Y = Z_c^{-1} (1 + S)^{-1} (1 - S) Z_c \quad (6)$$

矩阵元素 g_{ij} 就可以用单元结构的四端口网络 S 参数表示, 其中矩阵

$$Z_c = \begin{bmatrix} \sqrt{Z_{c1}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{Z_{c2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{Z_{c3}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{Z_{c4}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

称为归一化矩阵, $Z_{ci} (i = 1, 2, 3, 4)$ 是对应端口的端口阻抗. 为求解本征值(Bloch 模)问题, 须令矩阵 G 的行列式为 0, 这样就得到基于单元结构 S 参数的二维周期性结构的色散关系:

$$g_{11} g_{22} - g_{12} g_{21} = 0 \quad (8)$$

而单元结构的四端口网络 S 参数可以通过全波模拟和实验测量的方法准确得到, 这样我们就可以通过求解色散方程(8)得出 Bloch 波数 k_x, k_y (本征值). 在此基础上, 根据同一端口上电压与电流的关系可以求出 x 和 y 方向上的 Bloch 阻抗 Z_{Bx} 和 Z_{By} :

$$Z_{Bx} = \frac{V_x}{I_x} \quad (9a)$$

$$Z_{By} = \frac{V_y}{I_y} \quad (9b)$$

又根据 x 和 y 方向上 Bloch 阻抗与功率流之间存在如下关系:

$$P_x = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(V_x I_x^*) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(Z_{Bx}) |I_x|^2 \quad (10a)$$

$$P_y = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(V_y I_y^*) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(Z_{By}) |I_y|^2 \quad (10b)$$

可知 Bloch 阻抗的实部与能量传播方向存在对应关系. 即 $\operatorname{Re}(Z_{Bx}) > 0$ 表示能量沿 x 正方向传播, 而 $\operatorname{Re}(Z_{Bx}) < 0$ 则表示能量沿 x 负方向传播; 对于 y 方向也有类似的结论. 同时根据 Bloch 波数 k_x, k_y 的实部与相位的传播方向相对应, 我们可以利用 Bloch 阻抗实部与 Bloch 波数实部的乘积 $\operatorname{Re}(k_x/y) \operatorname{Re}(Z_{Bx/y})$ 来判断能量与相位传播方向的关系, 从而确定出后向波和前向波频带, 也即左右手频带. 如果在某一频率范围内 $\operatorname{Re}(k_x/y) \operatorname{Re}(Z_{Bx/y}) < 0$, 这表明 Bloch 模式的相位与能量传播方向相反, 也即该频带是左手频带; 如果在某一频率范围

内 $\text{Re}(k_x/y) \text{Re}(Z_{Bx/y}) > 0$, 这表明 Bloch 模式的相位与能量传播方向相同, 也即该频带是右手频带; 如果在某一频率范围内 $\text{Re}(k_x/y) = 0$, Bloch 波数为存虚数, 这表明 Bloch 模式是衰减模式, 该频带是阻带或禁带。由于在 x 和 y 方向上独立进行判断, 此分析方法可以用于研究各向异性的二维结构。

3 分析串联电容增强型平面左手结构

下面, 我们将用本文方法分析一种新型的二维左手结构——串联电容增强型平面左手结构。图 2 示出了其单元结构及相应物理尺寸。单元结构包含两个介质层, 金属条和金属片分别位于不同的交界面上。上介质层的厚度很小从而在金属条和金属片间产生很强的串联电容效应。位于下介质层的接地金属通孔则产生并联电感效应。因此整体结构将在一定频带内表现出左手特性。由于双层结构使串联电容效应大大增强, 从而增强了平面结构的左手特性, 在一定程度上降低了左手频带, 增大了左手特性的相对带宽。单元结构在 x 和 y 方向的长度均为 $\Delta = 6\text{mm}$ 。上下介质层的厚度分别为

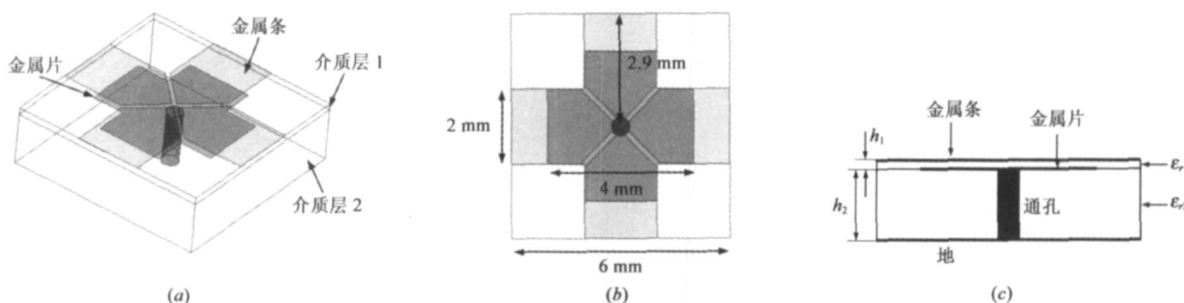


图 2 (a) 电容增强型平面左手结构的单元结构; (b) 单元结构的顶视图; (c) 单元结构的侧视图

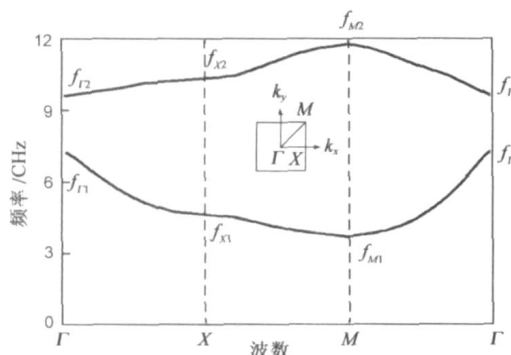


图 3 色散曲线 (布里渊区)

(1) 要判断某一频点上的左右手特性, 以往方法中为得到群速必须求解该频点及其邻近频点上的波数。而本文方法则只需知道该频点上的 Bloch 波数和 Bloch 阻抗。这一方面减少了计算量, 另一方面当左右手特性频带较窄时也可准确判断。

(2) 对于存在损耗或各向异性结构, 群速的求解将变得复杂。而用本文方法仍可简单清楚地判断不同方

$h_1 = 0.2\text{mm}$ 和 $h_2 = 1.5\text{mm}$, 相对介电常数均为 2.65。通孔的直径是 0.5mm。对于这样的单元结构, 很难对其进行分解, 也无法用电容电感构成的集总电路准确地进行等效, 因此应用文献 [14, 15] 中的方法进行分析比较困难。利用本文方法, 我们首先应用商业电磁仿真软件 Ansoft HFSS 进行全波模拟得到单元结构的四端口网络 S 参数 (迭代误差小于 0.01)。然后利用第 2 部分方法得到色散曲线 (Bloch 波数) 与 Bloch 阻抗, 结果如图 3, 4 所示。其中, Γ , X , 和 M 分别代表布里渊区 (Brillouin Zone) 的三个对称点 ($k_x\Delta = k_y\Delta = 0$), ($k_x\Delta = \pi$, $k_y\Delta = 0$), 和 ($k_x\Delta = \pi$, $k_y\Delta = \pi$)。从图 3, 4 可以看出: 在 f_{M1} 到 $f_{\Gamma1}$ ($f_{M1} = 4.3\text{GHz}$, $f_{\Gamma1} = 7.3\text{GHz}$) 的频率范围, Bloch 波数的实部大于 0 而 Bloch 阻抗的实部小于 0, 这意味着该频段是具有后向波特性的左手频段; 在 $f_{\Gamma2}$ 到 f_{M2} ($f_{\Gamma2} = 9.6\text{GHz}$, $f_{M2} = 11.8\text{GHz}$) 的频率范围, Bloch 波数和 Bloch 阻抗的实部都大于 0, 这意味着该频段是具有前向波传播特性的右手频段; 在 $f_{\Gamma1}$ 到 $f_{\Gamma2}$ 频率范围存在带隙; 在低于 f_{M1} 的频率范围则为阻带。与以往根据相速和群速来判断左右手特性频带的方法 [15] 相比, 本文的方法有如下优点:

向上的左右手特性。

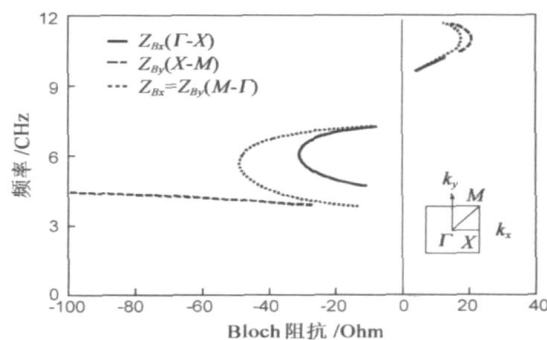


图 4 Bloch 阻抗实部 (布里渊区)

4 FDTD 模拟左手特性频段内的后向波特特性

以上我们用例子说明了本文方法能较好地用于分析二维平面周期性结构在不同频率范围内的左右手特性, 并阐述了该方法与以往单元结构分析方法相比的一些优点。然而由于该方法仍然是基于单元结构分析, 对于不同单元结构间的耦合效应不能很好的顾及。下

面我们用时域有限差分方法(FDTD)研究由单元结构构成的无限二维阵列在左手特性频段是否真正具有后向波传播特性,以验证本文方法的有效性。

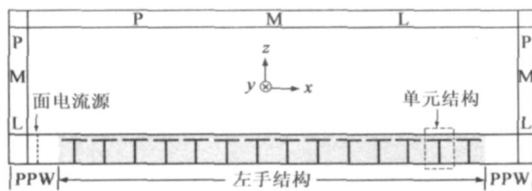


图 5 FDTD 计算域

FDTD 的计算模型如图 5 所示。左手结构在 x 方向具有有限长度,且两端分别与两个平行板波导(PPW)相连接。在 $\pm x$ 方向以及 $+z$ 方向使用完全匹配层(PML)吸收边界条件。在 $-z$ 方向 FDTD 计算域截止于 PPW 以及左手结构的地平面(理想导体边界)。对 PML 区域本文作了如下特殊处理:将 PPW 的上金属面延伸至 PML 区域以有效地吸收 PPW 中的外向传播电磁波。在 y 方向应用周期边界条件(PBC)以模拟该方向上的无限阵列。因此在 y 方向上只需采用一个单元结构。相应的,图 5 虚线所示的面电流源将在 PPW 中激励起沿 x 方向传播的 TEM 波。我们仍采用图 2 所示单元结构,在 x 方向上有 14 个单元。FDTD 计算中取空间离散网格长度 0.2mm ,时间步长 $3.3 \times 10^{-4}\text{ns}$ 。根据第 3 部分的结果,左手频段位于 $4.3\text{GHz} \sim 7.3\text{GHz}$ 的频率范围。在模拟时我们将面电流源设为频率 5GHz 的时谐场源。当进行足够长的时间步迭代(本文结果用了 30000 步)后,时谐场已达到较好的稳态,此时可以提取出时谐场的相位。我们选取一条沿着 x 方向贯穿左手结构内部的取样线,图 6 给出了取样线上电场 E_z 的相位分布随着时间的变化。图中纵坐标是 x 方向的距离,其中左手结构位于 $1\text{cm} < x < 9.4\text{cm}$ 区域,在 $x < 1\text{cm}$ 和 $x > 9.4\text{cm}$ 区域为 PPW。横轴是时间,单位是 ns。图 7 则给出了 $t = t_0, t = t_0 + T/5, t = t_0 + 2T/5, t = t_0 + 3T/5$ 三个时刻取样线上电场 E_z 的相位分布,其中 $T = 0.2\text{ns}$ 是 5GHz 时谐场的周期。从图 6,7 可以看出,在左手结构中,等相位面是向着 $-x$

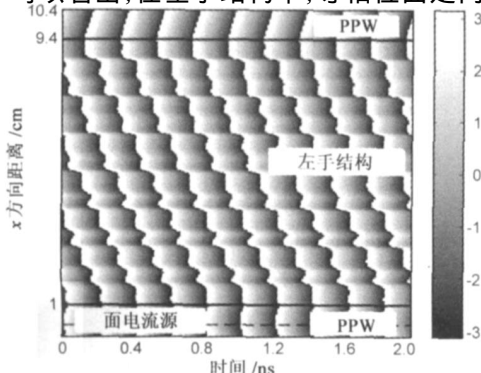


图 6 取样线上电场相位分布 (5GHz 时谐场)

方向传播的。由于面电流源位于左手结构的左侧,因此在左手结构中能量是向着 $+x$ 方向传播的。这表明左手结构中的相位和能量传播方向相反。这与第 3 部分中用本文单元结构分析方法得到的结果一致。

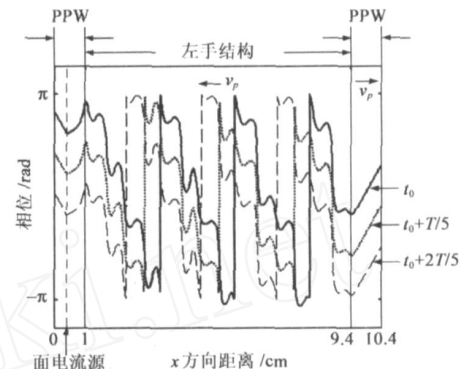


图 7 取样线上三个不同时刻 ($t_0, t_0 + T/5, t_0 + 2T/5$) 电场相位分布

5 结论

本文提出了一种分析二维平面左手结构的新方法。根据周期性结构的 Bloch-Floquet 理论,直接从单元结构的四端口网络参数出发进行分析,得到二维平面左手结构的色散关系和 Bloch 阻抗。在此基础上,利用 Bloch 波数和 Bloch 阻抗来分析相位与能量传播方向的关系,以确定出后向波和前向波频带,也即左右手特性频带。与以前的单元结构分析方法相比,本文方法具有一系列优点。作为例子,我们设计了一种串联电容增强型二维平面左手结构并用本文方法进行了分析,得到了其左右手特性频带。本文还采用时域有限差分方法对这种新型左手结构阵列进行模拟,得到了左手特性频带内的后向波传播特性,从而验证了本文单元结构分析方法的有效性。

参考文献:

- [1] VESELAGO V G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ [J]. Sovet Phys Uspekhi, 1968, 10(4): 509 - 514.
- [2] SMITH D R, PADILLA W J, VIER D C, et al. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity [J]. Phys Rev Lett, 2000, 84(18): 4184 - 4187.
- [3] SHELBY R A, SMITH D R, SCHULTZ S. Experimental verification of a negative index of refraction [J]. Science, 2001, 292(5514): 77 - 79.
- [4] ELEFThERIADES G V, IYER A K, KREMER P C. Planar negative refractive index media using periodically L-C loaded transmission lines [J]. IEEE Trans Microwave Theory Tech, 2002, 50(12): 2702 - 2712.
- [5] CALOZ C, ITOH T. Application of the transmission line theory of left-handed (LH) materials to the realization of a microstrip

- LH transmission line[A]. IEEE AP-S Int Symp Dig 2[C]. San Antonio:IEEE,2002. 412 - 415.
- [6] CALOZ C, ITOH T. Novel microwave devices and structures based on the transmission line approach of meta-materials[A]. IEEE-MTT int Symp Dig[C]. Philadelphia:IEEE,2003. 195 - 198.
- [7] SANADA A, CALOZ C, ITOH T. Characteristics of the composite right/left-handed transmission lines[J]. IEEE Microwave and Wireless Components Lett, 2004, 14(2): 68 - 70.
- [8] GRBIC A, EL EFTHERIADES G V. Experimental verification of backward wave radiation from a negative refractive index material[J]. J Appl Phys, 2002, 92(10): 5930 - 5935.
- [9] CALOZ C, SANADA A, LIU L, ITOH T. A broadband left-handed (LH) coupled-line backward coupler with arbitrary coupling level [A]. IEEE MTT-S Int Microwave Symp Dig [C]. Philadelphia:IEEE,2003. 317 - 320.
- [10] SANADA A, CALOZ C, ITOH T. Novel zeroth-order resonance in composite right/left-handed transmission line resonator[A]. Proc Asia-Pacific Microwave Conf [C]. Seoul: IEEE,2003. 1588 - 1591.
- [11] IYER A K, EL EFTHERIADES G V. Negative refractive index metamaterials supporting 2-D wave propagation [A]. IEEE MTT-S Int Microwave Symp Dig 2[C]. Seattle:IEEE,2002. 1067 - 1070.
- [12] SANADA A, CALOZ C, ITOH T. 2D distributed meta-structures with negative refractive properties [A]. IEEE AP-S Int Symp Dig 1[C]. Columbus:IEEE,2003. 4 - 10.
- [13] CALOZ C, LAI A, ITOH T. Wave interactions in a Left-handed mushroom structure [A]. IEEE International Symposium on Antennas and Propagation 2 [C]. Monterey:IEEE, 2004. 1403 - 1406.
- [14] GRBIC A, EL EFTHERIADES G V. Periodic analysis of a 2-D negative refractive index transmission line structure[J]. IEEE Trans Antenna and Propagation, 2003, 51(10): 2604 - 2611.
- [15] SANADA A, CALOZ C, ITOH T. Planar distributed structures with negative refraction index [J]. IEEE Trans Microwave Theory Tech, 2004, 52(4): 1252 - 1263.

作者简介:



李超男, 1978年7月出生于浙江省临海市, 2000年毕业于中国海洋大学物理系, 获得理学学士学位, 2003年毕业于中国科学院电子学研究所, 获硕士学位, 现为中国科学院电子学研究所助理研究员. 主要从事电磁场理论、微波电路与天线、人工电磁材料等方面研究工作.

E-mail: cli@mail.ie.ac.cn



刘开雨男, 1981年5月出生于山东枣庄, 2004年毕业于北京理工大学信息科学技术学院, 获学士学位, 2007年毕业于中国科学院电子学研究所, 获电磁场与微波技术硕士学位, 现为中科院电子所航天微波遥感系统部研究实习员. 主要从事射频微波电路的研究工作.

李芳女, 1944年8月出生于重庆, 现为中科院电子所研究员, 博导. 主要从事电磁场理论和微波技术研究.