

逼近幂迭代子空间跟踪算法在多用户系统中的应用研究

李 辉,王 珏,于红梅
(西北工业大学电子信息学院,陕西西安 710072)

摘 要: 本文将基于逼近幂迭代的子空间跟踪算法应用于多用户系统中. 该算法利用适当的补偿矩阵逼近经典幂迭代子空间跟踪方法,在不增加计算复杂度的基础上保证了算法的全局收敛. 将该算法应用于波达方向(DOA)估计及盲多用户检测系统中,利用接收的数据矢量估计信号子空间,进而可得到 DOA 的精确估计及检测器的权向量. 仿真验证了算法在多用户系统中的有效性.

关键词: 子空间跟踪; 幂迭代算法; 波达方向估计; 多用户检测

中图分类号: TN911 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2007) 12-2363-04

Accelerated Subspace Tracking Method and Its Applications to Multiuser Systems

LI Hui, WANG Jue, YU Hong-mei

(Department of Electronic Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi 710072, China)

Abstract: This paper focuses on a fast subspace tracking algorithm—approximated power iterations (API) algorithm, and its application to direction-of-arrival (DOA) estimation and blind multiuser detection (MUD) in CDMA system. The algorithm is derived by exerting an approximation on the power iterations method, which guarantees the orthonormality of the estimated subspace at each iteration, and satisfies a global convergence property. Its performance outperforms many subspace tracking algorithms, such as the projection approximation subspace tracking (PAST) method, the novel information criterion (NIC) method, and the Orthonormal PAST (OPAST) method, while keeping the same computational complexity as the above mentioned algorithms. The effectiveness is validated through some numerical simulations of DOA estimation in a narrowband source scenario and blind MUD in a synchronous DS-CDMA system, respectively.

Key words: subspace tracking; power iterations method; direction-of-arrival (DOA) estimation; multiuser detection

1 引言

子空间估计和跟踪问题是现代阵列信号处理中的一个重要课题. 子空间跟踪算法^[1,2]的重要应用包括信源定位、多输入-多输出(MIMO)系统的信道估计、波达方向(DOA)估计和多用户检测(MUD)技术等. 目前,很多计算复杂度较低子空间跟踪算法都是基于幂迭代的快速算法得到,但这些算法的收敛跟踪性能都不是特别理想,如 NIC 算法^[3]在很多情况下不收敛; PAST 算法^[4]由于对子空间的近似估计造成了误差积累且其正交性不强,使得系统性能恶化; OPAST 算法^[5]在跟踪性能和正交性能上虽然优于上述两者,但在一定情况下仍会出现发散. 文献^[6]提出了一种基于逼近幂迭代的子空间跟踪算法,该算法利用一个适当的补偿矩阵递归更新主子空间,避免了特征值分解过程,在不增加计算复杂度的基础上保证了算法的全局收敛. 本文将该算法应

用于波达方向(DOA)估计及盲多用户检测系统中,利用该算法跟踪所接收数据矢量的信号子空间,进而估计 DOA 及检测器的权向量. 仿真表明该算法可有效应用于多用户系统中.

2 基于幂迭代的子空间跟踪算法

2.1 幂迭代方法基本思想^[7]

考虑 N 维数据矢量序列 $\{x(t)\}_{t=0}$, 其协方差矩阵可由下式递归更新:

$$R_{xx}(t) = \lambda R_{xx}(t-1) + x(t)x(t)^H \quad (1)$$

其中 $\lambda > 0$ 为遗忘因子. 若 $N \times K$ ($K < N$) 维正交矩阵 $U(t-1)$ 张成 $R_{xx}(t-1)$ 的主子空间, 则 $x(t)$ 降维后的矢量可定义为 $y(t) = U(t-1)^H x(t)$ (2)

这样,经典幂迭代方法利用下面两步跟踪数据矢量序列 $\{x(t)\}_{t=0}$ 的主子空间 $U(t)$

$$R_{yy}(t) = R_{xx}(t) U(t-1) \quad (3)$$

$$U(t) C(t) = R_{xy}(t) \quad (4)$$

其中式(4)使跟踪到的主子空间正交,它要求 $C(t)^H$ 为 $H(t) = R_{xy}(t)^H R_{xy}(t)$ 的平方根矩阵,即 $C(t)^H C(t) = H(t)$,且其必须为一非负埃尔米特矩阵.满足这一要求后,经典幂迭代方法全局收敛且指数性收敛到主子空间,其计算复杂度为 $O(N^2 K) + O(NK^2)$.经典幂迭代方法是一种很有效的子空间跟踪算法,但它的计算复杂度很高,并不适合实时处理.

2.2 基于逼近幂迭代的子空间跟踪算法简介^[6]

文献[6]中提出的基于逼近幂迭代的快速子空间跟踪算法是一种计算复杂度低且跟踪性能好的子空间跟踪算法,它在迭代时采用下式对 $U(t)$ 进行更新

$$U(t) = U(t-1) U(t) \quad (5)$$

其中 $U(t) = U(t-1)^H U(t)$ 为一补偿矩阵.通过这种近似,有下式成立

$$U(t-1)^H R_{xx}(t) U(t-1) = U(t) C(t) \quad (6)$$

若 $U(t)$ 取适当值,使 $U(t) C(t)$ 为非负的埃尔米特矩阵,则不需对 $C(t)^H$ 有更多要求,即可保证算法的全局收敛性,且 $U(t)$ 的选取只影响算法的计算复杂度,并不影响子空间跟踪性能.

下面给出基于逼近幂迭代的子空间跟踪算法(以下称 API 算法),详细推导见文献[6]

步骤 1:初始化: $U(0) = \begin{bmatrix} I_K \\ O_{(N-K) \times K} \end{bmatrix}$, $B(0) = I_K$;

步骤 2:根据接收的数据矢量 $x(t)$,由式(2)计算 $y(t)$;

步骤 3:递推: $r(t) = B(t-1) y(t)$ (7)

$$s(t) = r(t) / (1 + y(t)^H r(t)) \quad (8)$$

$$e(t) = x(t) - U(t-1) y(t) \quad (9)$$

$$U(t) = \frac{e(t) e(t)^H / (1 + e(t)^H e(t) + s(t)^H s(t)^2) + \sqrt{1 + e(t)^H e(t) + s(t)^H s(t)^2}}{2} \quad (10)$$

$$r(t) = B(t-1)^H (1 - U(t) s(t)^H) y(t) + U(t) s(t) \quad (11)$$

$$B(t) = \frac{U(t)}{1 - U(t) s(t)^H} (B(t-1) s(t) - (r(t)^H s(t)) s(t)) \quad (12)$$

$$B(t) = 1 / (B(t-1) - s(t) r(t)^H + (t) s(t)^H) \quad (13)$$

$$e(t) = (1 - U(t) s(t)^H) e(t) - U(t) U(t-1) s(t) \quad (14)$$

$$U(t) = U(t-1) + e(t) s(t)^H \quad (15)$$

该算法全局收敛且计算复杂度较低,为 $4NK + O(K^2)$,其中 N 为输入矢量的维数, K 为主子空间的列数.

3 多用户系统模型

3.1 DOA 估计信号模型

DOA 估计是阵列信号处理中的一个重要问题,它包括定位和跟踪两部分.传统的最大似然法由于计算

量十分庞大难以在实际中应用,基于信号子空间和噪声子空间的子空间跟踪方法,由于其计算量小且估计性能仅比最大似然法略有损失,因而成为阵列信号处理的次最优算法的研究热点之一.

考虑 M 个阵元的均匀线阵接收 K ($K < M$) 个远场窄带源,阵元间距为 d ,入射波波长为 λ .阵列接收的 M 维数据矢量离散形式可以表示为

$$x(n) = \sum_{k=1}^K a_k(n) s_k(n) + n(n) = A(n) s(n) + n(n) \quad (16)$$

式中 $x(n) = [x_1, \dots, x_M]^T$; $n(n) = [n_1(n), \dots, n_M(n)]^T$ 为信源 DOA 矢量;阵列响应矩阵

$$A(n) = [a(n_1), \dots, a(n_K)],$$

$$a(n_i) = [1, e^{j2\pi d \sin(\theta_i) / \lambda}, \dots, e^{j2\pi (M-1) d \sin(\theta_i) / \lambda}]^T$$

$i = 1, 2, \dots, K$ 为第 i 个信源的方向矢量;

$s(n) = [s_1(n), \dots, s_K(n)]^T$ 为入射信号的复振幅矢量;

$n(n) = [n_1(n), \dots, n_M(n)]^T$ 为阵列高斯白噪声矢量(AWGN).

阵列接收矢量的协方差矩阵可表示为:

$$R = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L x(l) x^H(l) = U_s U_s^H + U_n U_n^H \quad (17)$$

式中, L 为快拍数, U_s 包含有矩阵 R 的 K 个最大特征值,矩阵 U_s 和 U_n 分别张成信号子空间(即主子空间)和噪声子空间.

信源的 DOA 估计即利用接收的数据矢量 $x(n)$ 先估计信号子空间 U_s ,从而估计信源 DOA 矢量 $n(n)$,因而高质量的信号子空间估计是波达方向估计的关键.

3.2 多用户检测系统模型

多用户检测技术是一种改善 CDMA 系统检测性能及提高系统容量的有效技术,基于子空间跟踪的盲多用户检测算法因其检测性能较好,算法复杂度较低的优点而成为近年来研究的热点.下面将看到,基于信号子空间估计,线性 MMSE 检测器可以用盲的方法获得.

考虑具有 K 个用户的同步基带 DS-SS-CDMA 系统,第 m 个接收天线在一个符号周期 T 内接收到的离散基带信号为

$$x_m(n) = \sum_{k=1}^K A_k b_k(n) s_k a_m(n_k) + n_m(n) \quad (18)$$

式中, $A_k, b_k \in \{-1, +1\}$; $s_k = (1/\sqrt{N}) [c_k(0), \dots, c_k(N-1)]^T$ 分别为第 k 个用户的幅度、信息比特和归一化特征波形矢量, $c_k(n) \in \{-1, +1\}$ 为扩频序列, $n_m(n)$

$C^{N \times 1}$ 为 AWGN 矢量, $a_m(n_k)$ 为阵列响应矩阵的元素.阵列接收的数据矢量可以表示为

$$x(n) = \sum_{k=1}^K A_k(n) b_k(n) \tilde{s}_k(n) + n(n) \quad (19)$$

其中 $x(n) = [x_1^T(n), \dots, x_M^T(n)]^T \in \mathbb{C}^{MN \times 1}$, 空时特征波形 $\tilde{s}_k(n) = a(\theta_k(n)) \odot s_k$, 噪声矢量 $(n) = [n_1^T(n), \dots, n_M^T(n)]^T$. 假设线性多用户检测器的权向量为 w_k ($1, 2, \dots, K$), 则期望用户信息符号可表示为

$$b_k = \text{sgn}(\Re\{w_k^H x(n)\}) \quad (20)$$

基于子空间理论, 数据矢量 $x(n)$ 的协方差矩阵可以表示成如(17)式的形式, 则线性 MMSE 多用户检测器权向量可表示为

$$w_k = \frac{1}{s_k^H U_s^{-1} U_s^H \tilde{s}_k} (U_s^{-1} U_s^H \tilde{s}_k) \quad (21)$$

由式(20)、(21)可见, 数据解调的准确性能高度依赖于子空间的跟踪精度.

4 仿真试验

为验证 API 算法的有效性, 我们将其应用于波达方向(DOA)估计和盲多用户检测(MUD)系统中, 并分析其对多用户系统的性能提高情况.

实验 1: 信源信号为 K 个 QPSK 基带已调信号, 噪声为高斯白噪声. 采用均匀线性阵列(ULA)对信号(DOA)进行估计, 阵列由 M 个相距半波长的阵元组成, 信噪比 $\text{SNR} = 10 \lg(\frac{P_s}{P_n})$, 其中 P_s 和 P_n 分别为信号和噪声的功率. 以根均方误差(RMSE)为跟踪性能指标, 定义为:

$$\text{RMSE}(n) = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{\theta}_k^{(i)} - \theta_k(n))^2 \right]} \quad (22)$$

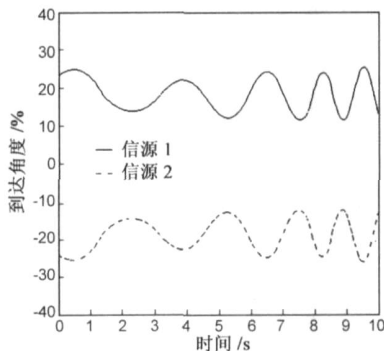


图 1 2 个信源信号 (DOA) 变化曲线

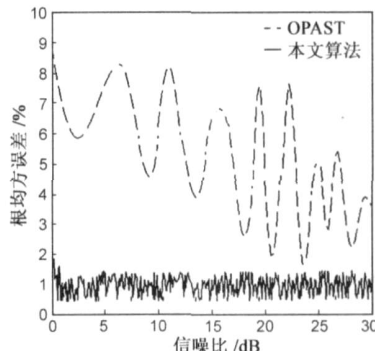


图 2 根均方误差随信噪比变化曲线

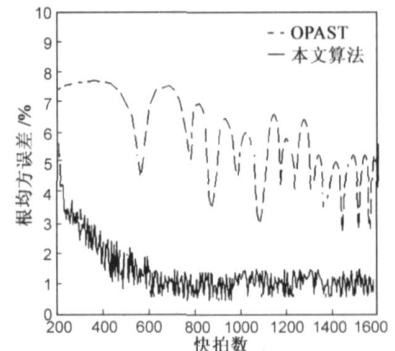


图 3 根均方误差随快拍数变化曲线

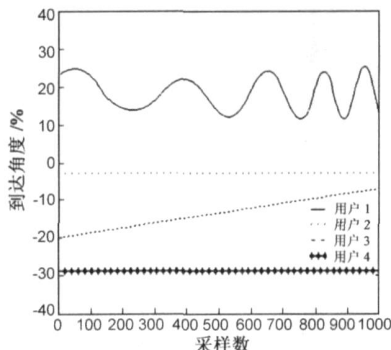


图 4 4 个用户信号 (DOA) 变化曲线

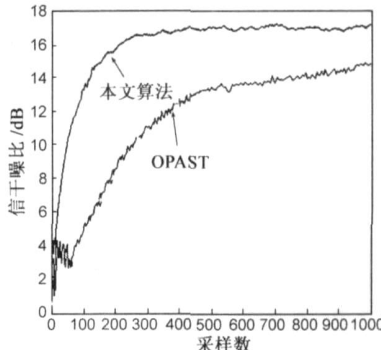


图 5 信干噪比随采样数变化曲线

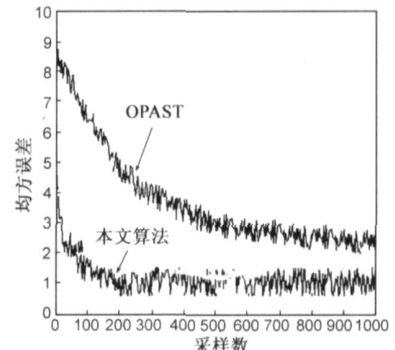


图 6 均方误差随采样数变化曲线

跟踪结果取 $\tilde{N} = 50$ 次独立实验的平均值. 为了对比, 将 API 算法与同样具有正交性的 OPAST 算法作一比较, 在这两种方法中, 一旦得到信号子空间的估计, 我们用 MUSIC^[8] 法来估计信号的 DOA.

图 1 给出了 $K = 2$ 个互不相关的信源信号的 DOA 变化曲线. 图 2 为阵元数 $M = 10$, 快拍数 $L = 200$ 时两种方法的根均方误差随信噪比的变化曲线, 可以看出 API 算法的跟踪性能始终优于 OPAST 算法, 尤其在低 SNR 时, 根均方误差远低于 OPAST 算法. 图 3 为阵元数 $M = 10$, SNR = 0dB 时两种方法的根均方误差随快拍数的变化曲线, 可以看出 API 算法在快拍数较少时的性能要优于 OPAST 算法, 而在快拍数较高时这两种方法的性能趋于一致. 因而, 由图 2 和图 3 可知, API 算法比 OPAST 算法跟踪精度高且更加稳健.

实验 2: 考虑多径信道下具有 $K = 4$ 个用户的同步基带 DS-CDMA 系统, 接收端的均匀线性阵列由 3 个相距半波长的阵元组成, 采用 $N = 7$ 位码长的 Gold 扩频序列, 用户 1 为期望用户, 信噪比为 20dB, 多址干扰强度为 $A_k^2/A_1^2 = 10\text{dB}$, $k = 2, 3, 4$. 为了对比, 我们分别用 API 算法和 OPAST 算法跟踪接收信号序列的信号子空间, 然后由(21)式求得线性 MMSE 多用户检测器的权向量 w_1 . 实验中, 信干噪比(SINR)定义为:

$$\text{SINR} = \frac{1}{N_0} \frac{w_1^H(n) \tilde{s}_1(n)^2}{\sum_{k=2}^K w_1^H(n) \tilde{s}_k(n)^2 + w_1^H(n)^2} \quad (23)$$

其中 N_0 为独立实验的次数,每次仿真迭代 1000 次.

图 4 给出了 4 个用户信号的 DOA 变化曲线. 图 5、图 6 分别为两种算法的信噪比和均方误差性能比较曲线. 可以看出,API 算法的信噪比明显优于 POAST 算法,均方误差明显低于 OPAAT 算法,且其计算复杂度并不增加,仍为输入矢量 N 的线性函数.

5 结论

基于逼近幂迭代的子空间跟踪算法计算复杂度低、实时跟踪性好且全局收敛. 将该算法应用于 DOA 估计和盲多用户检测系统中,能稳健而精确地估计出信号子空间,有效提高多用户系统的各项性能.

参考文献:

- [1] Wang X, Poor H V. Blind multiuser detection: A subspace approach[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1998, 44(2): 677 - 690.
- [2] Honig M L, Madhow U, Verdu S. Blind adaptive multiuser detection[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41(7): 944 - 960.
- [3] Miao Y, Hua Y. Fast subspace tracking and neural network learning by a novel information criterion[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1998, 46(7): 1967 - 1979.
- [4] Yang B. Projection approximation subspace tracking[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(1): 95 - 107.
- [5] Abed-Meraim K, Chkeif A, Hua Y. Fast orthonormal PAST algorithm[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2000, 7(3): 60 - 62.
- [6] Badeau R, Richard G, David B, Abed-Meraim K. Approximated power iterations for subspace tracking: Signal processing and its applications[A]. ISSPA '03 Proceedings of The Seventh International Symposium, 2003[C]. Paris: Digital object Identifier, 2003. 583 - 586.
- [7] Hua Y, Xiang Y, Chen T, Abed-Meraim K, Miao Y. A new look at the power method for fast subspace tracking[J]. Digital Signal Processing, 1999, 9(4): 297 - 314.
- [8] Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation [J]. IEEE Transactions on Antennas Propagation, 1986, 34(3): 276 - 280.

作者简介:



李 辉 男, 1968 年 6 月出生于陕西咸阳, 副教授, 博士. 研究方向为通信信号处理、雷达数据处理等领域. Email: lihui@mail.nwpu.edu.cn

王 珏 男, 1984 年 7 月出生于陕西西安, 硕士生. 主要研究方向为通信信号处理.

于红梅 女, 1984 年 4 月出生于吉林, 硕士生. 主要研究方向为通信信号处理.