

多项式相位信号瞬时频率变化率估计及其应用

王 勇,姜义成

(哈尔滨工业大学电子工程技术研究所,黑龙江哈尔滨 150001)

摘 要: 通过定义两种新的变换——指数型相位匹配变换和复时间延迟型相位匹配变换,可实现对任意阶次的多项式相位信号(PPS)的瞬时频率变化率(IFR)估计.给出了这两种变换的基本原理和实现方法,同时分析了算法实现过程中应注意的问题.进而,研究了 IFR 在以下三个方面的应用:(1) PPS 的参数估计问题;(2) PPS 的瞬时频率估计问题;(3) 构造新的时频分布,该分布对于阶次大于 2 的多项式相位信号具有理想的时频聚集性.最后通过计算机仿真实验验证了本文所提算法的有效性.

关键词: 指数型相位匹配变换; 复时间延迟型相位匹配变换; 多项式相位信号; 瞬时频率变化率

中图分类号: TN911.72 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2007) 12-2403-05

Estimation of Instantaneous Frequency Rate for Polynomial Phase Signal and Its Application

WANG Yong, JIANG Yi-cheng

(Research Institute of Electronic Engineering Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

Abstract: Two kinds of transform——exponential matched-phase transform and complex-lag matched-phase transform are defined, in order to estimate the instantaneous frequency rate (IFR) of a polynomial phase signal with arbitrary order. The principle and realization procedure with details of the two transforms are given. Then, three aspects application of IFR are studied, the first is the parameter estimation of PPS, the second is the estimation of instantaneous frequency of PPS, and the third is constructing a new time frequency distribution, this distribution concentrates along the instantaneous frequency of a PPS with order more than two. The results of computer simulation demonstrate the validity of the method proposed.

Key words: exponential matched-phase transform (EMPT); complex-lag matched-phase transform (CLMPT); polynomial phase signal (PPS); instantaneous frequency rate (IFR)

1 引言

多项式相位信号(Polynomial Phase Signal, PPS)是自然界中一种常见的信号,被广泛地应用在雷达、声纳以及生物工程等领域.对于 PPS 的分析与处理一直是信号处理的重要研究内容,目前,主要从以下三个方面对其进行研究:

(1) PPS 的参数估计问题.对于 PPS 的参数估计,长期以来,各种基于最大似然估计(ML)的算法是解决这一问题的主要途径,这些算法可归结为多变量的最优化问题,其对 PPS 参数的估计精度取决于搜索过程中所采用的步长大小,计算量非常大^[1,2],一般情况下很难承受.随着时频分析技术的发展,各种基于时频分析的参数估计方法相继提了出来.其中,最为主要的是基于 Cohen 类时频分布的方法,首先计算出信号的时间——频率二维联合分布,进而通过计算不同时间采样点所对

应的频率值获得 PPS 的参数估计^[3].该方法对于高阶(阶次大于 2)的 PPS,会产生自交叉项的影响,不利于参数估计.随后,人们提出了基于高阶模糊度函数的方法,逐次估计出 PPS 的相位系数,但该方法存在较大的误差传递效应^[4,5].因此,如何快速、精确地估计 PPS 的参数仍是目前亟待解决的问题.

(2) PPS 的瞬时频率估计. PPS 的瞬时频率估计研究信号频谱分量峰值的时间分布,对比传统的傅里叶频率分析方法,能够更为准确地反映出 PPS 的时变特性.目前最为常用的方法是基于时频分布峰值检测的方法.这里所用的时频分布对于 PPS 须具有十分理想的时频聚集性,如多项式 Wigner-Ville 分布^[6,7], L-Wigner-Ville 分布^[8]等.但这些时频分布都存在一定的局限性,对它们的研究本身也是 PPS 信号处理的重要研究内容之一.

(3) PPS 的时频分布构造. Cohen 类时频分布由于其双线性特性,对于阶次超过 2 次的 PPS 会产生自交叉

项,严重影响了信号的时频聚集性.为此,针对某些特定阶次 PPS 的高阶时频分布相继提了出来,以及各种改进形式的 Wigner-Ville 分布(WVD)等^[9,10].但这些时频分布均受到 PPS 阶次和计算量的限定,如何解决这两个问题仍需要进一步的研究.

文献[11]提出了 PPS 信号瞬时频率变化率(IFR)的概念,同时,针对三次相位信号的特殊情形,提出采用相位匹配变换来估计 IFR 的方法,为 PPS 的检测与参数估计提供了一种新的思路.本文对该方法进行了推广,首先定义了两种新的变换——指数型相位匹配变换和复时间延迟型相位匹配变换,可实现对任意阶次 PPS 的 IFR 估计.然后,分别从 PPS 的参数估计、瞬时频率估计以及时频分布的构造三个方面研究了信号 IFR 的具体应用,为 PPS 的分析与处理提供了新的思路和方法.

2 问题描述

IFR 的概念在文献[11]中被提出,对于相位为 $\phi(n)$ 的信号,其 IFR 定义为

$$\text{IFR}(n) = \frac{d^2 \phi(n)}{dn^2} \quad (1)$$

考虑如下形式的多项式相位信号

$$z(n) = b_0 e^{j\phi(n)} = b_0 e^{j \sum_{p=0}^P a_p n^p}, \quad |n| \leq \frac{N-1}{2} \quad (2)$$

其中, $\{b_0, a_p |_{p=0}^P\}$ 为待估计参数, N 为信号长度,采样率为 1. 其三次相位函数(Cubic Phase Function-CPF)定义为

$$\text{CPF}(n, \Omega) = \sum_{m=-\frac{(N-1)}{2}}^{\frac{(N-1)}{2}} z(n+m) z(n-m) e^{-j\Omega m^2} \quad (3)$$

当 $P=3$, 即 $z(n)$ 为三阶 PPS 时,可以得到其 CPF 为

$$\text{CPF}(n, \Omega) = b_0^2 e^{j2(a_0 + a_1 n + a_2 n^2 + a_3 n^3) - \Omega m^2} \cdot \sum_{m=-\frac{(N-1)}{2}}^{\frac{(N-1)}{2}} e^{j[2(a_2 + 3a_3 n) - \Omega] m^2} \quad (4)$$

由上式可见,对于三阶 PPS,其 CPF 集中在直线 $\Omega = 2(a_2 + 3a_3 n)$ 上,而 Ω 即为该信号的 IFR. 因此,可以通过搜索 CPF 的峰值而得到三阶 PPS 的 IFR 估计.

当 PPS 的阶次大于 3, 即 $P > 3$ 时, $z(n)$ 的 CPF 不再集中在 IFR 曲线上,此时,信号偏移量 m 的高次项开始出现. 以 $P=4$ 为例,其 CPF 的模值为 $b_0^2 \sum_{m=-\frac{(N-1)}{2}}^{\frac{(N-1)}{2}} e^{j[2(a_2 + 3a_3 n + 6a_4 n^2) - \Omega] m^2 + j2a_4 m^4}$, m^4 的出现使得基于 CPF 的方法估计 IFR 不再有效. 而随着信号阶次的提高, m 的更高次项也随之增多. 因此,如何估计任意阶次 PPS 的 IFR,便是本文要解决的问题.

3 算法引出

本文通过定义两种新的变换——指数型相位匹配

变换和复时间延迟型相位匹配变换,可实现对任意阶次 PPS 的 IFR 估计. 下面,分别加以讨论.

3.1 指数型相位匹配变换(EMPT)

对于式(2)所示的 P 阶 PPS, 令 $K = \lceil P/2 \rceil$, 这里 $\lceil \cdot \rceil$ 表示向下取整运算, 定义其指数型相位匹配变换(EMPT)为

$$\text{EMPT}(n, \Omega) = \sum_m \prod_{k=1}^K z^{c_k}(n + 2^{k-1}m) \cdot z^{c_k}(n - 2^{k-1}m) e^{-j\Omega m^2} \quad (5)$$

同时,存在一组系数 $c_k (k=1, 2, \dots, K)$, 使得其 EMPT 集中在信号的 IFR 曲线上,这可证明如下:

证明:将式(2)代入到式(5)中,并分别计算 $m^2, m^4, \dots, m^{2K}$ 的系数 $d_1, d_2, \dots, d_K$, 有如下结果:

$$\begin{cases} d_1 = \frac{2\phi^{(2)}(n)}{2!} (c_1 + 4c_2 + 4^2c_3 + \dots + 4^{K-1}c_K) \\ d_2 = \frac{2\phi^{(4)}(n)}{4!} (c_1 + 4^2c_2 + 4^4c_3 + \dots + 4^{2(K-1)}c_K) \\ \dots \\ d_K = \frac{2\phi^{(2K)}(n)}{(2K)!} (c_1 + 4^Kc_2 + 4^{2K}c_3 + \dots + 4^{K(K-1)}c_K) \end{cases} \quad (6)$$

其中, $\phi^{(s)}(n)$ 为 $\phi(n)$ 的 s 阶导数. 当 $s=2$ 时, $\phi^{(2)}(n)$ 即为信号的 IFR. 因此,令式(6)中的

$$d_2 = d_3 = \dots = d_K = 0$$

且 $c_1 + 4c_2 + 4^2c_3 + \dots + 4^{K-1}c_K = 1$, 即可得到 IFR 的估计:

$$\text{IFR}(n) = \arg \max_{\Omega} |\text{EMPT}(n, \Omega)| \quad (7)$$

此时,系数 $c_k (k=1, 2, \dots, K)$ 满足如下方程组:

$$V^T C = B \quad (8)$$

这里

$$V = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 4^1 & 4^2 & 4^3 & \dots & 4^K \\ 4^2 & 4^4 & 4^6 & \dots & 4^{2K} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 4^{(K-1)} & 4^{2(K-1)} & 4^{3(K-1)} & \dots & 4^{K(K-1)} \end{bmatrix}_{K \times K}$$

$$C = [c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad \dots \quad c_K]^T_{1 \times K}$$

$$B = [1 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T_{1 \times K}$$

不难看出,矩阵 V 为 Vandermonde 矩阵,且 $\det(V) =$

$\prod_{1 \leq j < i \leq K} (4^i - 4^j)$, $K \geq 2$, 因此,式(8)所表示的方程组是有解的,且唯一. 方程组 $V^T C = B$ 又称之为 Vandermonde 方程组,如果采用克莱姆法则直接对其进行求解,即 $C = (V^T)^{-1} B$, 此时需要 $O(K^3)$ 的计算量. 这显然没有利用 Vandermonde 矩阵的结构特点和性质来运算,此外,

在许多应用场合, PPS 信号的相位阶数 P 是未知的,其确定方法可参阅文献[13]. 因此,在本文以后的讨论中,均假设 P 已知.

Vandermonde 矩阵的条件数都比较大,使求解问题很容易成为病态方程.因此,文献[12]利用 Newton 插值的思想给出了一个快速算法,其乘除运算的次数为 $K(K-1)$,加减运算的次数为 $\frac{3}{2}K(K-1)$.本文即采用该快速算法对系数 $c_k(k=1,2,\dots,K)$ 进行求解.这里,给出两个具体算例.

(1) $P=5$,此时, $c_1=4/3$, $c_2=-1/12$,有

$$\text{EMPT}(n, \Omega) = \sum_{m=0}^{(N-1)/4} z^{4/3}(n+m) z^{4/3}(n-m) \times z^{-1/12}(n+2m) z^{-1/12}(n-2m) e^{-j\Omega m^2}$$

(2) $P=6$,此时, $c_1=64/45$, $c_2=-1/9$, $c_3=1/720$,有

$$\text{EMPT}(n, \Omega) = \sum_{m=0}^{(N-1)/8} z^{64/45}(n+m) z^{64/45}(n-m) z^{-1/9}(n+2m) z^{-1/9}(n-2m) z^{1/720}(n+4m) z^{1/720}(n-4m) e^{-j\Omega m^2}$$

以信号 $z(n) = 8e^{j2\pi(0.1n+2 \times 10^{-4}n^2 - 1.395 \times 10^{-5}n^3 + 4.5 \times 10^{-10}n^5)}$ 为例, $-127 \leq n \leq 127$,不失一般性,假定采样率为 1.其 EMPT 分布如图 1(a) 所示.从图 1(a) 可以清楚地看到该信号的 IFR 随时间的变化情况.

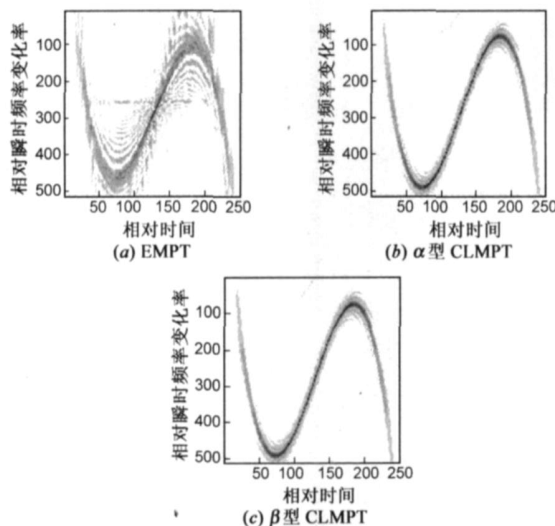


图 1 5阶 PPS 信号 IFR 分布图

3.2 复时间延迟型相位匹配变换(CLMPT)

本文定义的复时间延迟型相位匹配变换可分为两种形式,暂且分别称之为 α 型 CLMPT 和 β 型 CLMPT,这两种形式的相位匹配变换均可实现对任意 P 阶 PPS 的 IFR 进行估计.下面,分别对其进行介绍.

3.2.1 α 型 CLMPT

仍以式(2)所示的 P 阶 PPS 为例,令 $K = \lceil P/2 \rceil$,其 α 型 CLMPT 定义为

$$\text{CLMPT}_\alpha(n, \Omega) = \sum_{m=0}^{(N-1)/2} \prod_{k=1}^K z(n+c_k m) z(n-c_k m) e^{-j\Omega m^2} \quad (9)$$

其中,当系数 $c_k(k=1,2,\dots,K)$ 满足如下方程组时, $\text{CLMPT}_\alpha(n, \Omega)$ 集中在信号的 IFR 曲线上,具体推导过程类似 EMPT,这里从略.

$$\begin{cases} c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_K^2 = 1 \\ c_1^4 + c_1^4 + \dots + c_K^4 = 0 \\ \dots \\ c_1^{2K} + c_2^{2K} + \dots + c_K^{2K} = 0 \end{cases} \quad (10)$$

该方程组为一超越方程组,理论上存在数值解,只不过实现起来比较繁琐.这里,考虑当 $K=2$ 时, c_1 和 c_2 的一组解为:

$$c_1 = \frac{1}{2}(2-2j)^{1/2} \approx 0.7769 - 0.3218j$$

$$c_2 = \frac{1}{2}(2+2j)^{1/2} \approx 0.7769 + 0.3218j$$

其中 j 为虚数单位.仍以信号 $z(n) = 8e^{j2\pi(0.1n+2 \times 10^{-4}n^2 - 1.395 \times 10^{-5}n^3 + 4.5 \times 10^{-10}n^5)}$ 为例,计算其 α 型 CLMPT,如图 1(b) 所示.

3.2.2 β 型 CLMPT

对于 P 阶 PPS,其 β 型 CLMPT 定义为

$$\text{CLMPT}_\beta(n, \Omega) = \sum_{m=0}^{(N-1)/2} \prod_{k=1}^{K-1} z(n+c_{2k-1}m) \times (n-c_{2k-1}m) z^*(n+c_{2k}m) z^*(n-c_{2k}m) e^{-j\Omega m^2} \quad (11)$$

其中,当系数 $c_k(k=1,2,\dots,2K-2)$ 满足如下方程组时, $\text{CLMPT}_\beta(n, \Omega)$ 集中在信号的 IFR 曲线上,具体推导过程类似 EMPT,这里从略.

$$\begin{cases} c_1^2 - c_2^2 + c_3^2 - c_4^2 + \dots + c_{2K-3}^2 - c_{2K-2}^2 = 1 \\ c_1^4 - c_2^4 + c_3^4 - c_4^4 + \dots + c_{2K-3}^4 - c_{2K-2}^4 = 0 \\ \dots \\ c_1^{2K} - c_2^{2K} + c_3^{2K} - c_4^{2K} + \dots + c_{2K-3}^{2K} - c_{2K-2}^{2K} = 0 \end{cases} \quad (12)$$

同理,此方程组也为超越方程组,当 $K=2$ 时, c_1 和 c_2

的一组解为: $c_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $c_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}j$,其中 j 为虚数单位.仍以

信号 $z(n) = 8e^{j2\pi(0.1n+2 \times 10^{-4}n^2 - 1.395 \times 10^{-5}n^3 + 4.5 \times 10^{-10}n^5)}$ 为例,计算其 β 型 CLMPT,如图 1(c) 所示.

3.2.3 复时间延迟信号的计算

在计算复时间延迟型相位匹配变换时,最为关键的一步便是计算信号的复时间延迟信号,即 $z(n+jm)$.这在理论上已经得到了解决,解决的途径便是依据傅里叶变换的频移性质,这可由下式来说明^[9]:

$$z(n+jm) = \frac{1}{N} \sum_{l=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} Z(l) e^{-j2\pi ml/N} e^{j2\pi nl/N} \quad (13)$$

其中, $Z(l) = F\{z(n)\}$, $F\{\cdot\}$ 为傅里叶变换算子.由式(13)可见,信号 $z(n)$ 的复时间延迟信号可通过其频谱的加权来实现,但存在以下问题:由于信号 $z(n)$ 的长度是有限的,这样会导致其频谱 $Z(l)$ 产生大量的旁瓣,而

式(13)中的加权系数 $e^{-2\pi ml/N}$, 当 m 为负数时, 在高频部分的值将是非常大的, 此时虽然旁瓣的幅值很小, 但两者的乘积仍然很有可能超过计算机所能承受的精度范围, 类似的情形还包括 m 为正数时, 其在低频(负频)部分的值也是非常大的. 解决这个问题目前主要有两种: 一是增加信号 $z(n)$ 的长度来降低旁瓣的影响, 但这会导致计算量的急剧增加; 二是通过加窗的方法, 通过对原信号加窗, 如 Hanning 窗、Kaiser 窗等来降低旁瓣, 同时对延迟量 m 的大小进行限定, 可在一定程度上解决上述问题. 但在这个过程中存在较多的人为因素, 目前还没有更好的方法来计算信号的复时间延迟, 这也是以后要继续研究的问题. 本节中的两个算例是通过信号的解析表达式来进行计算的, 只是为了在理论上说明复时间延迟型相位匹配变换可实现对任意 P 阶 PPS 的 IFR 进行估计.

3.3 EMPT 与 CLMPT 的性能分析与对比

这里, 对文中所提出的两种变换——指数型相位匹配变换 (EMPT) 与复时间延迟型相位匹配变换 (CLMPT) 的性能进行分析与对比. 从 EMPT 的定义式(5)以及式(8)可知, 系数 c_k ($k=1, 2, \dots, K$) 均为分数, 且至少存在一个 $c_h < 0$ ($h \in [1, K]$), 这种信号的负分数幂次运算(实际上涉及到信号的除法运算)必将产生大量舍入误差, 同时, 使得 EMPT 对噪声非常敏感, 这是 EMPT 不利的一面; 但 EMPT 实现起来非常容易, 这是由于它的定义式结构决定的. CLMPT(包括 α 型和 β 型)由于只涉及到信号的加法与乘法运算, 使得其计算 IFR 的精度要大大高于 EMPT, 这可由图 1(a) ~ (c) 看出, 而且 CLMPT 对噪声不敏感. 然而, 实现 CLMPT 时面临的最大问题便是复时间延迟信号的计算, 这已经在 3.2.3 节中得到说明.

4 IFR 的应用

4.1 PPS 参数估计

对于任意 P 阶 PPS, 如式(2)所示, 其 IFR 曲线为 $\Omega = \sum_{p=1}^P p(p-1) a_p n^{p-2}$, 此时, 分别计算 $P-1$ 个不同 n 值 ($n_1 \sim n_{P-1}$) 所对应的 Ω 值 ($\Omega_1 \sim \Omega_{P-1}$), 即可得到参数 a_p ($p=2, 3, \dots, P$) 的估计. 令

$$X = \begin{bmatrix} 1 \times 2 & 2 \times 3 \times n_1 & \dots & P \times (P-1) \times n_1^{P-2} \\ 1 \times 2 & 2 \times 3 \times n_2 & \dots & P \times (P-1) \times n_2^{P-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 \times 2 & 2 \times 3 \times n_{P-1} & \dots & P \times (P-1) \times n_{P-1}^{P-2} \end{bmatrix}_{(P-1) \times (P-1)}$$

$$A = [\hat{a}_2 \quad \hat{a}_3 \quad \dots \quad \hat{a}_P]_1^T \times (P-1)$$

$$\Psi = [\Omega_1 \quad \Omega_2 \quad \dots \quad \Omega_{P-1}]_1^T \times (P-1)$$

则有

$$A = X^{-1} \Psi \quad (14)$$

而参数 a_1 , a_0 和 b_0 的估计可由以下三式来实现:

$$\hat{a}_1 = \arg \max_{a_1} \left| \sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} z(n) e^{-j(a_1 n + \hat{a}_2 n^2 + \dots + \hat{a}_P n^P)} \right| \quad (15)$$

$$\hat{a}_0 = \text{angle} \left[\sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} z(n) e^{-j(\hat{a}_1 n + \hat{a}_2 n^2 + \dots + \hat{a}_P n^P)} \right] \quad (16)$$

$$\hat{b}_0 = \left| \frac{1}{N} \sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} z(n) e^{-j(\hat{a}_1 n + \hat{a}_2 n^2 + \dots + \hat{a}_P n^P)} \right| \quad (17)$$

至此, 已获得 P 阶 PPS 所有的参数估计.

4.2 PPS 瞬时频率估计

在估计出 PPS 的参数以后, 即可根据瞬时频率的定义直接对其进行计算. 这里, 给出另外一种计算方法, 该方法也为构造理想的时频分布奠定基础. 首先分析信号 $z(n)$ 的 WVD 核函数 $z(n+m)z^*(n-m)$ 的特点, 有

$$\begin{aligned} z(n+m)z^*(n-m) &= b_0^2 e^{j \sum_{p=0}^P a_p [(n+m)^p - (n-m)^p]} \\ &= b_0^2 e^{j \sum_{p=0}^P \sum_{i=0}^{p-1} \binom{p}{i} n^i m^{p-i} a_p [1 - (-1)^{p-i}]} \\ &= b_0^2 e^{j \sum_{i=0}^{P-1} \sum_{m=0}^P \binom{p}{i} n^i m^{p-i} a_p [1 - (-1)^{p-i}]} \\ &= b_0^2 e^{j \sum_{i=0}^{P-1} \sum_{m=0}^P \binom{l+i}{i} n^i m^l a_{l+i} [1 - (-1)^l]} \\ &= b_0^2 e^{j \sum_{i=0}^P c_l m^l} \end{aligned} \quad (18)$$

其中

$$c_l = \sum_{i=0}^{P-1} \binom{l+i}{i} n^i a_{l+i} [1 - (-1)^l] \quad (19)$$

特别, 当 $l=1$ 时, 有 $c_1 = 2 \sum_{i=0}^P i a_i n^{i-1} = 2 \text{IF}[z(n)]$, 其中, $\text{IF}[\cdot]$ 代表信号的瞬时频率. 因此, 可通过计算式(18)中 m 的系数而获得信号瞬时频率的估计.

4.3 构造新的时频分布

在 WVD 的基础上, 定义如下变换:

$$W(n; c_l) = \sum_{m=-P}^{(N-1)/2} z(n+m)z^*(n-m) e^{-jH(m)} \quad (20)$$

其中, $H(m) = \sum_{l=1}^P c_l m^l$, c_l 如式(19)所示. 此时, 由 $W(n; c_l)$ 所构造的时频分布对于 PPS 而言, 具有理想的频率聚集性, 消除了高次项所产生的自交叉项影响, 克服了传统 WVD 对于非线性调频信号的频率聚集性较差的缺点.

5 仿真实验

这里以一 4 阶 PPS 为例, 来验证本文所提算法的有效性. 信号的样本长度为 255, 各参数为: $b_0=1$, $a_0=1$, $a_1=\pi/8$, $a_2=5 \times 10^{-3}$, $a_3=1 \times 10^{-5}$, $a_4=5 \times 10^{-8}$, 取采样间隔为 1. 图 2 为该信号的 IFR 分布图, 采用 EMPT 方法进行计算, 分别取三个不同的时间采样点 $n_1=0$, n_2

$= -32$, $n_3 = 32$, 通过对 IFR 进行峰值搜索计算出相应的 Ω 值, 进而由式 (14) 计算出 $\hat{\alpha}_2 = 5.01 \times 10^{-3}$, $\hat{\alpha}_3 = 0.99 \times 10^{-5}$, $\hat{\alpha}_4 = 5.10 \times 10^{-8}$. 然后根据式 (15) ~ (17) 可以得到: $\hat{\alpha}_1 =$

0.39, $\hat{\alpha}_0 = 0.95$, $b_0 = 0.99$. 图 3 为该信号的瞬时频率估计, 图

中实线表示瞬时频率的真值, 虚线代表瞬时频率的估计值. 为比较频率估计的结果, 将估计值与真值错开表示. 图 4 为该

信号的时频分布图, 图 3 信号的瞬时频率估计 (图中实线代表真值, 虚线代表估计值) 其中, 图 4(a) 为传统的 WVD, 由于信号的非线性特性, 使得 WVD 的频率聚集性较差, 存在自交叉项的影响; 而采用文中所构造的时频分布则具有理想的频率聚集性, 同时不存在自交叉项的影响, 如图 4(b) 所示.

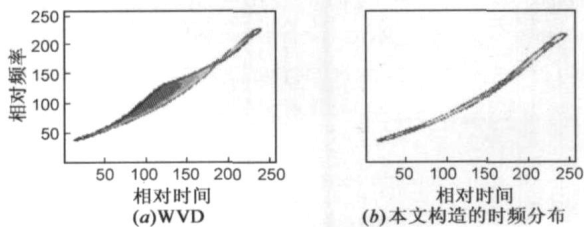


图 4 仿真信号时频分布图

6 结论

对于任意阶次的多项式相位信号, 通过定义两种新的变换——指数型相位匹配变换和复时间延迟型相位匹配变换, 可实现对其瞬时频率变化率的估计. 进而, 可以估计多项式相位信号参数、瞬时频率以及构造具有理想的时频聚集性的时频分布, 为多项式相位信号的分析与处理提供了新的思路和方法, 具有较大的应用价值.

参考文献:

- [1] T Abatzoglou. Fast maximum likelihood joint estimation of frequency and frequency rate[J]. IEEE Trans on AES, 1986, 22(6): 708 - 715.
- [2] R M Liang, K S Arun. Parameter estimation for superimposed chirp signals[J]. ASSP, 1992, 5: 273 - 276.
- [3] L Cohen. Time-Frequency distributions ——A review[J]. Proc IEEE, 1989, 77(7): 941 - 981.
- [4] S Barbarossa, V Petrone. Analysis of polynomial-phase signals by an integrated generalized ambiguity function[J]. IEEE Trans on SP, 1997, 44(2): 316 - 327.
- [5] S Barbarossa, A Scaglione, G Giannakis. Product high-order ambiguity function for multi-component polynomial phase signal modeling[J]. IEEE Trans on SP, 1998, 46(3): 691 - 708.
- [6] B Barkat, B Boashash. Instantaneous frequency estimation of polynomial FM signals using the peak of the PWVD: Statistical performance in the presence of additive Gaussian noise[J]. IEEE Trans on SP, 1999, 47(9): 2480 - 2490.
- [7] B Barkat, B Boashash. Design of higher-order polynomial Wigner-Ville distributions[J]. IEEE Trans on SP, 1999, 47(9): 2608 - 2611.
- [8] L Jubisa Stankovic. A multitime definition of the wigner higher order distribution: L-Wigner distribution[J]. IEEE Signal Processing Letters, 1994, 1(7): 106 - 109.
- [9] L Jubisa Stankovic. Time-frequency distributions with complex argument[J]. IEEE Trans on SP, 2002, 50(3): 475 - 486.
- [10] L Jubisa Stankovic. An analysis of the instantaneous frequency representation by some time-frequency distributions ——Generalized Wigner distribution[J]. IEEE Trans on SP, 1995, 43(2): 549 - 552.
- [11] Peter O 'shea. A new technique for instantaneous frequency rate estimation[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2002, 9(8): 251 - 252.
- [12] A Bjorck, V Pereyra. Solution of Vandermonde systems of equations[J]. Math Comp, 1970, 24: 893 - 903.
- [13] M Z Ikram, G T Zhou. Order determination and parameter estimation of multicomponent polynomial phase signals [A]. Proc 9th IEEE Workshop on Statistical Signal and Array Processing[C]. Portland: OR, 1998. 352 - 355.

作者简介:



王 勇 男, 1979 年生于吉林扶余, 现为哈尔滨工业大学通信与信息系统专业博士生. 主要研究方向为非平稳信号的时频分析及其在合成孔径雷达成像中的应用.
E-mail: wangyong6012@hit.edu.cn



姜义成 男, 1964 年生于哈尔滨市, 哈尔滨工业大学教授, 博士生导师. 研究方向为雷达信号处理、目标识别技术等.