

基于逆高斯几率模型的心率预测算法

刘 杰, 肖 红, 王 波, 张昭朝

(北京交通大学计算机与信息技术学院, 北京 100044)

摘 要: 心跳间隔时间序列可模拟为逆高斯模型, 由点过程自适应算法估计模型时变参数和预测心率. 本文在现有的一步参数预测算法基础上, 首先利用模型参数均值和加权因子修正算法提高模型时变参数的预测精度; 然后利用线性预测简化了点过程自适应滤波预测算法, 实现了心率变化的实时分析. 实验仿真表明: 改进后的算法对心率分析和预测有很好的效果.

关键词: 心率; 点过程; 逆高斯; 自适应预测

中图分类号: R138. 0 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2008)01-0199-04

Heart Rate Prediction Algorithm Based on Inverse Gaussian Model

LIU Jie, XIAO Hong, WANG Bo, ZHANG Zhao chao

(School of Computer and Information Technology, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: Heartbeat time series can be described as inverse Gaussian model. The model's time varying parameter can be estimated by adaptive point process and then heart rate can be predicted. Based on current one step parameter prediction, the prediction of model's parameter mean value by incorporating weighted observation term is proposed to improve the predictive accuracy of model's time varying parameter. Furthermore, the point process adaptive filtering is simplified by using linear process so as to acquire real time prediction. The simulations demonstrate that our algorithm is effective in improving the efficiency of heartbeat prediction.

Key words: heart rate; point process; inverse Gaussian; adaptive prediction

1 引言

心率变化是 ECG 信号中的重要信息, 心率的变化与许多疾病有关, 是心血管系统的重要指标, 因此, 分析预测心率变异对研究心血管动力学和心血管系统疾病的诊断具有重要意义. 目前主要通过 ECG 信号 R 波间隔的统计特性、频谱特性和信息熵分析等静态方法研究心率变异. 静态方法将心率看成以 ECG 中 R-R 波间隔为基本单位的连续信号, 其时间分辨率不能小于 R-R 间隔, 只能给出心率均值和方差^[1-3]. 事实上, 一次 R 波是连续时间内的离散序列, 即一次 R 波的形成过程可看成由一系列离散信号组成的点过程^[8]. 点过程首先用于研究神经元的放电^[4-6], 并开始用于心率信号变化的研究^[7,8]. 它将心率信号等效为与历史信号相关的逆高斯几率模型, 通过模型状态参数和观察数据计算时变参数和预测心率的变化.

本文首先介绍了现有的逆高斯心率模型和点过程预测算法, 分析其不足之处, 对点过程预测算法进行了改进, 提出了均值和加权因子的模型参数预测算法, 并

修正了方差更新方程, 提高了预测精度; 其次, 将线性预测算法与几率模型算法相结合, 提高了预测速度, 在基本保证预测精度的前提下, 实现了心率的实时分析和预测.

2 逆高斯分布心率模型

2.1 积分发射模型

心率逆高斯几率模型源于心电信号产生的生理机制. 每一次心电信号都是由心脏细胞去极化过程而产生. 首先, 右心房窦房节自发电活动通过一定的路径传到左心房和左右心室, 由 Na^+ , K^+ 和 Ca^{++} 扩散引起膜电位升高. 当电位达到门限值引起去极化产生 R 波, 随后, 又开始复极化, 返回其静态电位, 等待下一次的去极化. 心脏细胞的去极化和复极化促使心脏收缩和舒张, 从而带动血液循环. 上述生理过程称为积分发射模型^[1], 积分发射模型可等效为逆高斯几率模型^[9]. 心电信号的产生既来自心脏窦房节的自律性电活动, 同时, 又受到神经的支配. 虽然交感和副交感神经输入到窦房节持续很短的时间, 但它们的影响可持续数秒, 因此, 当

前的心率应与历史心率有关, 可将当前心率表示成历史心率信号的线性组合, 但具有时变的系数和方差. 由点过程动态估计逆高斯心率模型时变参数, 以此预测心率和标准偏差, 并根据需要可在任意分辨率上进行计算.

2.2 逆高斯几率模型

假设在观察区间 $[0, T]$ 内, 即在 $0 < u_1 < u_2 < \dots < u_k \leq T$ 内记录到 k 个 R 波 H_k, H_k 可表示为 $H_k = \{u_k, w_k, w_{k-1}, \dots, w_{k-p+1}\}$, 其中, $w_k = u_k - u_{k-1}$. 若下一 R 波在 $t > t_k$ 时间发生的几率符合逆高斯几率分布则称为逆高斯几率模型, 逆高斯几率分布定义为^[7, 8]:

$$f(t | H_k, \theta) = \left[\frac{\theta_{p+1}}{2\pi(t - u_k)^3} \right]^{\frac{1}{2}} \exp \left\{ - \frac{1}{2} \frac{\theta_{p+1} [t - u_k - \mu(H_k, \theta)]^2}{\mu(H_k, \theta)^2 (t - u_k)} \right\} \quad (1)$$

其中, θ 是模型参数矢量, $\theta = \{\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_{p+1}\}$, $w_k = u_k - u_{k-1}$ 代表第 k 次心率值, 则模型的均值和方差如式(2), (3)所示.

$$\mu_{RR} = \theta_0 + \sum_{j=1}^p \theta_j w_{k-j+1} \quad (2)$$

$$\sigma_{RR} = [u(H_k, \theta)^3 \theta_{p+1}^{-1}]^{1/2} \quad (3)$$

若 t 时刻以前的历史状态为 H_t , 将时间 $[0, T]$ 离散化为 N 个间隔, $j = 1, 2, \dots, N$, 则条件几率密度函数 $\lambda(t | H_t)$ 定义为:

$$\lambda(j \Delta | H_j, \theta_{j\Delta}) = \frac{f(j \Delta | H_j, \theta_{j\Delta})}{1 - \int_{u_j}^{j \Delta} f(u | H_j, \theta_u) du} \quad (4)$$

条件密度函数提供了点过程标准特性^[6, 9], 代表了几率变化的速度. 点过程时间间隔 Δ 为 T/N , 对很小的间隔 Δ , $\lambda(j \Delta | H_j, \theta_{j\Delta}) \Delta$ 为事件在 $((j-1)\Delta, j\Delta)$ 的几率.

2.3 点过程自适应预测算法

如果将每次 ECG 的 R 波看成时间间隔为 T/N 的点过程, 则点过程自适应预测算法由式(5), (6) 根据几率模型对模型状态参数 θ 进行预测, 通过式(7), (8) 由实测数据进行更新, 再利用式(2), (3) 对心率信号进行分析预测. 文献[7]使用一步预测计算模型参数 θ 和方差, $\theta_{j|j-1} = \theta_{j-1|j-1}$, $W_{j|j-1} = W_{j-1|j-1}$. 然而, 一步预测过于简单, 预测误差大. 本文在文献[5, 7]的基础上引入 θ 均值和加权心率预测算法式(5), (6), 并将其方差更新修正为式(8), 则相应的点过程自适应滤波算法为:

$$\theta_{j|j-1} = \bar{\theta} + F\theta_{j-1|j-1} \quad (5)$$

$$W_{j|j-1} = FW_{j-1|j-1}F' + W_\epsilon \quad (6)$$

$$\theta_{j|j} = \theta_{j|j-1} + W_{j|j-1}(\nabla \log \lambda)[n_j - \lambda_j \Delta] \quad (7)$$

$$W_{j|j} = [W_{j|j-1} - (\nabla^2 \log \lambda)[n_j - \lambda_j \Delta] + (\nabla^2 \log \lambda)[\nabla \lambda \Delta]^{-1}]^{-1} \quad (8)$$

其中: $\bar{\theta}$ 是已有 θ 的均值, F 为加权系数矩阵, $\lambda_j = \lambda(j \Delta | H_j, \theta_{j|j-1})$, ∇, ∇^2 分别代表对 θ 的一阶和二阶微分. $\theta_{j|k}$ 为给定 $(0, k \Delta)$ 情况下在时间 $j \Delta$ 的值, W_ϵ 是均值为零的高斯白噪声协方差矩阵. n_j 为实际事件发生几率, 如果在 $j \Delta$ 时刻发生事件, 则 $n_j = 1$, 否则 $n_j = 0$.

表 1 心率数据相关性分析

相关长度	2	3	4	5	6	7	8	9	10
相对相关系数	1	0.96	0.94	0.88	0.74	0.57	0.40	0.23	0.09

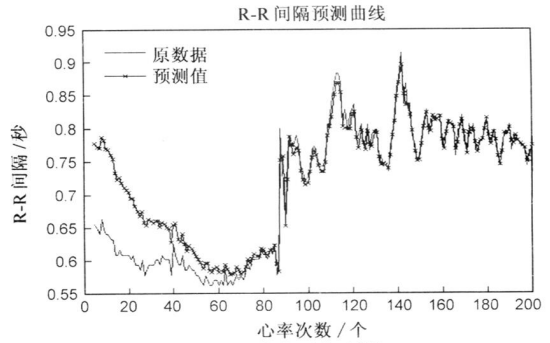


图 1 一步点过程预测

自适应预测算法主要过程如下: 给定 $(j-1)\Delta$ 时刻的状态 $\theta_{j-1|j-1}$ 和方差 $W_{j-1|j-1}$, 通过式(5)、(6) 预测 $j \Delta$ 时刻 $\theta_{j|j-1}$ 和 $W_{j|j-1}$, 式(7)、(8) 由实际测量值对预测值更新为 $\theta_{j|j}$ 和 $W_{j|j}$. 首先, 对给定的心率信号, 由极大似然法估计 θ, W 和 F 的初始值, 然后, 利用式(5)~(8) 迭代计算参数 θ , 通过由式(2)、(3) 预测当前心率和方差. 为了计算当前心率和方差, 应首先确定心率信号历史长度 p . 表 1 计算了 200 次心率数据在不同相关长度时的相关系数. 其中, 最大相关系数为 1, 其它为相对相关系数. 由表 1 可见, 当相关长度为 2 或 3 时, 相关性较大, 当相关长度大于 5 时, 数据相关性下降较快. 选择相关长度 $p = 2$, 利用文献[7]的方法和上述的均值加权预测算法, 分别对 200 次心率数据进行预测, 结果如图 1、2 所示. 其中, 纵坐标 R-R 间隔为 ECG 信号 R 波的间隔, 即相邻心跳的时间间隔, 横坐标为心跳的次数. 实线代表原始心率数据, “*” 号线代表预测值. 由于心率变化

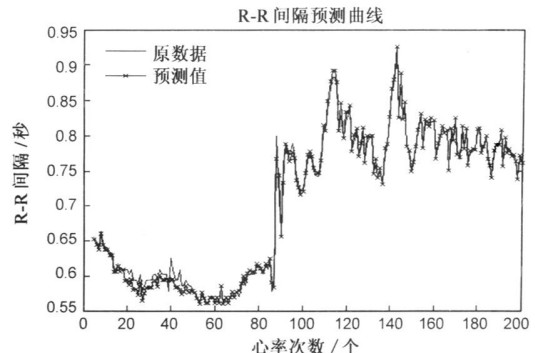


图 2 均值及加权点过程预测

的非线性, 自适应滤波过程对初始条件 θ 和矩阵 W 敏感. 文献[7]的一步预测过于简单, 方差更新也有较大误差, 导致起始段点过程跟踪过程很慢, 如图 1 显示大约 80 秒后才能逼近实际值, 不满足实时性的要求. 采用本文的均值加权预测算法, 提高了预测精度, 降低了对起始条件的敏感性, 如图 2 所示, 起始预测精度明显提高, 预测误差如表 2 数据段 1 所示.

3 快速心率预测方法

3.1 快速点过程预测算法

在均值加权预测算法中, 利用式(5)~(8)迭代估计时变参数 θ . 由于有方差矩阵求逆及二阶偏微分等运算使迭代算法复杂, 计算效率低, 不能满足实时预测的要求. 因此, 若以学习速率因子 a_k 代替方差矩阵 $W_{j|j-1}$, λ_{j-1} 代替 λ_j , 则更新过程式(7)变为式(9). 由于消除了矩阵求逆及二阶微分运算, 可进行快速点过程的预测. 考虑到 $u_{RR} = \theta_0 + \sum_{j=1}^n \theta_j w_{k-j+1} > 0$, $u_{RR} \approx \theta_0$, 因此, a_k 可近似地通过心率均值 u_{RR} 的线性加权最小化均方差得到.

$$\theta_{1j} = \theta_{1j-1} + a_k [\nabla \log \lambda_{j-1} (n_j - \lambda_{j-1} \Delta)] \quad (9)$$

3.2 线性加权最小均方差预测

为了快速自适应估计式(9)中的 a_k , 对于给定的离散时间序列 $x(n-1), x(n-2), x(n-3) \dots, x(n-M)$, 利用 a_k 及 $x(n-1), x(n-2), \dots, x(n-M)$ 的线性组合函数预测 $x(n)$.

$$\hat{x}(n) = \sum_{k=1}^M a_k x(n-k) \quad (10)$$

其中, M 为预测阶次. 为了确定 a_k , 使预测加权均方差的和 $\beta(a)$ 最小, 即

$$\beta(a) = \min \sum_{i=1}^k \alpha_i [a_M^T u(i) - x(i)]^2 \quad (11)$$

其中, u_k 是 $t = k$ 时的输入, $u_k = [x(k-1)x(k-2)x(k-3) \dots x(k-M)]^T$. α 为遗忘因子, $\alpha_k = \alpha^{k-1} < 1$. 通过遗忘因子对不同时刻信号给予不同的加权. 确定系数 a_k 后, 线性预测值为 $\hat{x}(k) = a_M^T(k-1)u(k)$. 线性自适应计算 a_k 及预测值 $x(n)$ 的算法过程如下^[10]:

对 $k = 2 \infty$

(1) 计算当前预测输出:

$$\hat{x}(k) = a_M^T(k-1)u(k) \quad (12)$$

(2) 更新系数矢量:

$$a_M(k) = a_{M-1}(k-1) + \frac{P(k-1)u(k)}{\alpha + u^T(k)P(k-1)u(k)} [x(k) - \hat{x}(k)] \quad (13)$$

(3) 更新矩阵:

$$P = P(k) = \frac{1}{\alpha} \left\{ P(k-1) - \frac{P(k-1)u(k)u^T(k)P(k-1)}{\alpha + u^T(k)P(k-1)u(k)} \right\} \quad (14)$$

设定初始值 $a_M = [1, 0, 0, \dots, 0]^T$, $P = I$ 为 $M \times M$ 单位矩阵, 考虑到表 1 的相关长度, 令 $M = 2$. 为了进行比较, 采用与图 1、2 相同的 200 次心率数据. 若直接采用式(10)~(14)线性预测 a_k 及 $x(n)$, 预测结果如图 3 所示. 其中, 实线代表原始心率数据, “*” 号线代表预测值. 由图 3 可以看出, 线性预测与实际信号相比有明显的延迟, 因此, 当心率变化较大时线性预测误差大(见表 2). 若令初始值 $\theta_0 = 0.8$, $\theta_1 = -0.3$, $\theta_2 = 0.2$ 先由式(10)~(14)计算 a_k , 然后将其作为学习速率因子代入式(9)进行快速点过程预测, 预测结果如图 4 所示. 其中, 纵坐标 R-R 间隔为 ECG 信号 R 波的间隔, 即相邻心跳的时间间隔; 横坐标为心跳的次数. 实线代表原始心率数据, “*” 号线代表预测值. 与文献[7]的预测结果图 1 相比, 明显提高了起始段的预测精度; 与均值加权预测结果图 2 相比, 快速点过程预测误差略有增加, 但预测速度有了明显提高(见表 2 平均时间).

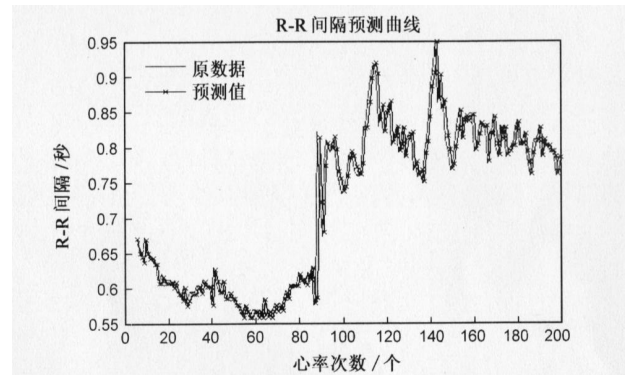


图 3 加权最小均方差线性预测

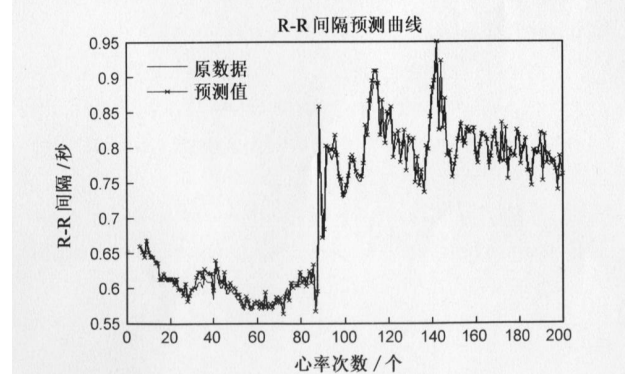


图 4 快速点过程预测

表 2 比较了文献[7]点过程一步预测、均值加权预测和快速预测三种算法的预测误差和计算速度. 选取 4 段心率数据, 每段各有 200 次心率数据, 分别计算每段

平均绝对误差 $\frac{\sum_{i=1}^{200} |e(i)|}{200}$ 和各段平均运算时间

$\frac{\sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^{20} t(j)}{4 \times 200}$, 其中, $e(i)$ 和 $t(j)$ 为每次心率预测的绝对误差和计算时间. 由表 2 可知, 与文献[7] 一步预测相比, 均值加权预测误差小, 但计算时间略长; 快速预测误差略大, 但计算时间短, 可实现实时预测分析, 因此, 改进的算法提高了心率预测性能.

表 2 三种方法误差及计算时间对比(s: 秒)

方 法	数据段 1	数据段 2	数据段 3	数据段 4	平均时间
一步预测(s)	0.061	0.079	0.029	0.063	2.12
均值加权预测(s)	0.057	0.076	0.024	0.051	2.46
快速预测(s)	0.075	0.080	0.031	0.065	0.96

4 结 论

心率信号是生命的重要信息, 其变化是复杂的非线性过程. 由于逆高斯几率模型源于心电信号的生理过程, 因此, 较其它通用预测方法更切合实际. 它以逆高斯几率分布表示心率模型, 结合心率信号的相关性, 通过点过程动态估计模型的时变参数, 以此进行心率的分析和预测. 本文以逆高斯几率模型为基础, 首先对已有的一步点过程预测算法进行了改进, 通过均值和加权预测提高了预测精度; 其次, 进一步简化了点过程预测算法, 结合线性加权最小均方差自适应预测, 在提高分析速度的同时, 保证了预测的精度, 可对心率进行实时跟踪、分析和预测, 能更有效地研究心脏动态时域和频域特性, 对 CT 心脏成像实时控制和心血管疾病诊断具有实际意义.

参考文献:

- [1] G B Stanly, K Poolla, R A Siegel. Threshold modeling of autonomic control of heart rate variability[J]. IEEE Transaction on Biomedical Engineering, 2000, 47(9): 1147- 1153.
- [2] J Mateo, P Laguna. Analysis of heart rate variability in the presence of ectopic beats using the heart timing signal[J]. IEEE Transaction on Biomedical Engineering, 2003, 50(3): 334- 343.
- [3] Sheng Lu, Jogen Kanters, K H Chon. A new stochastic model to interpret heart rate variability[A]. Proceedings of the 25th

Annual International Conference of the IEEE EMBS[C]. Cancun, Mexico, 2003, 9: 17- 21.

- [4] M L Frank, U T Eden, V Solo, M A Wilson, E N Brown. Contrasting pattern of receptive field plasticity in the hippocampus and the entorhinal cortex: an adaptive filtering approach[J]. The Journal of Neuroscience, 2002, 22(9): 3817- 3820.
- [5] R Barbieri, M C Quirk, L M Frank, M A Wilson, E N Brown. Construction and analysis of non-Poisson stimulus response models of neural spiking activity[J]. Journal of Neuroscience Methods, 2001, 105(1): 25- 37.
- [6] E N Brown, R Barbieri, V Ventura, R E Kass, L M Frank. The time rescaling theorem and its application to neural spike train data analysis[J]. Neural Computation, 2002, 14(2): 325- 340.
- [7] R Barbieri, E C Matten, A A Alaib, E N Brown. A point process model of human heartbeat intervals: new definitions of heart rate and heart rate variability[J]. Am J Physiol Heart Circ Physiol, 2005, 288(1): 424- 435.
- [8] R Barbieri, E N Brown. Analysis of heartbeat dynamics by point process Adaptive Filtering[J]. IEEE Transaction on Biomedical Engineering, 2006, 53(1): 4- 12.
- [9] H C Tuckwell. Nonlinear and Stochastic Theories[M]. New York, USA: Cambridge University Press, 1988, 2: 56- 78.
- [10] R A Monzingo, T W Miller. Introduction to Adaptive Array[M]. USA: John Wiley & Sons, 1980, 32- 39.

作者简介:



刘杰男, 副教授. 1963年12月出生, 辽宁省大连市, 1999年在北京理工大学获工学博士学位. 现为北京交通大学生物医学系主任, 主要从事医学信号与图像处理、CT图像重建和可视化研究. E-mail: jieliu@bjtu.edu.cn

肖红女, 1982年2月出生, 黑龙江, 硕士研究生, 主要研究方向为医学信号与图像处理.

王波男, 1984年2月出生, 湖北, 硕士研究生, 主要研究方向为医学信号与图像处理.

张昭朝男, 1983年2月出生, 重庆, 硕士研究生, 主要研究方向为医学信号与图像处理.