

# 奇异值分解带通滤波背景抑制和去噪

胡谋法, 董文娟, 王书宏, 陈曾平

(国防科学技术大学 ATR 重点实验室, 湖南长沙 410073)

**摘要:** 针对可见光图像弱小目标检测中的背景抑制和去噪问题, 提出了奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)带通滤波新方法. 首先分析了图像奇异值与目标、噪声和图像背景的关系, 结果表明奇异值的高序部分更多地反映图像噪声, 中序部分更多地反映目标性质, 而低序部分更多地反映图像背景. 以此为依据提出了 SVD-I 型和 SVD-II 型两种带通滤波器, 并给出了奇异值曲线转折点法和门限准则法两种滤波器参数确定方法. 实验表明 SVD 带通滤波能有效抑制图像背景, 去除噪声, 进而提高弱小目标的信噪比.

**关键词:** 背景抑制; 图像去噪; 奇异值分解(SVD)带通滤波; 奇异值曲线转折点法; 门限准则法

**中图分类号:** TN911.73 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2008)01-0111-06

## Singular Value Decomposition Band-Pass Filter for Image Background Suppression and Denoising

HU Mou-fa, DONG Wen-juan, WANG Shu-hong, CHEN Zeng-ping

(ATR Key Laboratory, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

**Abstract:** A new singular value decomposition (SVD) band pass filter technology is presented for background suppression and denoising in small targets detecting of visible images. Firstly, the relation between image singular value and targets, image noise and image background is analyzed. And results show that the high order part of image singular value obtains more information of image noise, the middle order part obtains more information of targets and the low order part obtains more information of image background. Based on this fact, two SVD band pass filters named SVD-I and SVD-II are proposed. And two filter parameters estimation methods are given, including singular value curve turning point method and threshold criterion method. Experiments show that the new SVD band pass filter can suppress image background and denoising effectively, and improve the signal to noise (SNR) of small targets.

**Key words:** background suppression; image denoising; singular value decomposition (SVD) band pass filter; singular value curve turning point method; threshold criterion method

### 1 引言

奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)算法具有良好的数值稳健性, 在信号处理, 特别是阵列信号处理<sup>[1-3]</sup>、天文定位<sup>[4]</sup>和图像处理<sup>[5-9]</sup>中得到了非常广泛的应用. 文献[5, 6]将 SVD 算法应用到图像去噪, 它对整幅图像或者分块图像进行 SVD 变换, 依据一定的准则选择门限, 低于该门限的特征值置零(截断), 然后重构图像. 文献[7]将 SVD 变换作为图像内积表示的一种实现方式, 并将其与 Harr 变换, Walsh 变换以及 Fourier 变换等三种内积表示进行比较, 表明 SVD 方式具有较小的存储需求. 该文还重点分析了 SVD 在图像复原中的应用. 文献[8]讨论了两种 SVD 滤波器在图像重建中的应用, 分别是截断 SVD 滤波器和统计 SVD 滤波器. 文献[9]讨论噪声对于矩阵秩的影响, 并总结了几种常用的 SVD 的特征值截断准则, 重点研究了其中一种的阈值选择原则. 总体上说, SVD 的应用涉及到图像处理的

每一个方面, 包括图像压缩、编码, 图像除噪以及图像复原与重构; 另一类重要的应用是降秩信号估计和优化问题. 所有这些都归结到 SVD 算法的数值稳定性和低的存储需求. 这些应用<sup>[1-9]</sup>都是选择高于一定门限的奇异值及其对应的奇异矢量作为最终的处理结果, 可视作为 SVD 低通滤波.

对目标进行检测, 成像观测是最直接、有效的手段. 由于距离遥远以及各种干扰的存在, 空间目标在 CCD 像面上成像往往是淹没在复杂的背景中, 而且目标像素少, 缺乏形状信息, 这使得检测非常困难. 国内外学者在这方面做了大量的研究, 提出了很多背景抑制和去噪的方法<sup>[10, 11]</sup>, 本文提出的 SVD 带通滤波器也是为了解决这个问题, 其优势在于良好的数值稳健性和自适应性, 而且是单帧处理. 下面将在介绍了 SVD 基本原理之后, 基于可见光图像模型讨论了目标和噪声的变化对图像奇异值和奇异矢量的影响, 在此基础上提出了两种 SVD 带通滤波器(I 型, II 型)以及参数估计方法.

## 2 SVD 基本原理

设矩阵  $A$  为  $m \times n$  矩阵, 不妨假定  $m \geq n$ , 且  $\text{rank}(A) = r, r \leq n$ . 它的 SVD 为:

$$A = U \Sigma V^T \quad (1a)$$

这里  $U$  为  $m \times m$  正交矩阵,  $V$  为  $n \times n$  正交矩阵, 分别称为左、右奇异矢量矩阵.  $\Sigma$  为  $m \times n$  奇异值矩阵, 其一般形式为

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Lambda_r \times r & \mathbf{0}_{r \times (n-r)} \\ \mathbf{0}_{(n-r) \times r} & \mathbf{0}_{(n-r) \times (n-r)} \\ \mathbf{0}_{(m-n) \times r} & \mathbf{0}_{(m-n) \times (n-r)} \end{bmatrix} \quad (1b)$$

$\Lambda_r \times r = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r)$ , 其中  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_r > 0$  为矩阵的非零奇异值; 矩阵还有  $n-r$  个零奇异值, 记为  $\lambda_{r+1} = \dots = \lambda_n = 0$  (矩阵  $\mathbf{0}_{(n-r) \times (n-r)}$  的对角元);  $\Sigma$  的  $n+1$  行到  $m$  行元素均为零. 为方便起见, 将  $\Sigma$  简记为  $\Sigma \triangleq \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$  (尽管这种表达不规范, 但不影响上下文的理解). 若  $U = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_m]$ ,  $V = [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_n]$ , 式(1a)为:

$$A = U \Sigma V^T = \sum_{i=1}^r \lambda_i u_i v_i^T \quad (2)$$

$u_i v_i^T$  为对应于第  $i$  个奇异值  $\lambda_i$  的左右奇异矢量的内积, 称之为基底, 它具有原始矩阵相同的规模, 且秩为 1. 根据式(2), 原始矩阵可以理解为  $r$  个基底的线性加权和. 为方便起见, 称  $\lambda_i u_i v_i^T$  为矩阵的第  $i$  个成分, 矩阵可以认为是  $r$  个成分的线性组合.

按照矩阵范数理论, 奇异值常常与向量 2-范数和矩阵 Frobenius-范数相关联:

$$\lambda_i = \|A\|_2 = \max(\|Ax\|_2 / \|x\|_2) \quad (3a)$$

$$\|A\|_F = \left( \sum_{m,n} |a_{m,n}|^2 \right)^{1/2} = \left( \sum_{i=1}^r \lambda_i^2 \right)^{1/2} \quad (3b)$$

从这个意义上, 奇异值反映了矩阵的能量分布. 奇异值越大, 其对应的成分占矩阵的比重就越大; 奇异值越小, 比重就越小. 根据这个特性, 选择特定的成分集  $S$  可以重构矩阵以满足特定的处理需要:

$$A = \sum_{i \in S} \lambda_i u_i v_i^T \quad (4)$$

这里  $A$  为重构的矩阵. 特别的, 选择  $S = \{1, 2, \dots, k \mid k \leq r\}$ , 即取前  $k$  个成分进行二维图像处理, 式(4)就是图像压缩、重构与复原, 以及去噪等的一般形式.

SVD 具有良好的数值特性. 分析表明<sup>[12]</sup>, 矩阵受到扰动  $\delta A$ , 其奇异值和奇异矢量的变化可以用幂级数形式显式描述, 即若  $\delta A \ll A$  时,  $\varepsilon = \|\delta A\|_F$ , 则

$$\lambda_k(A + \delta A) = \lambda_k(A) + a_1 \varepsilon + a_2 \varepsilon^2 + \dots \quad (5a)$$

$$u_k(A + \delta A) = u_k(A) + \varepsilon b_1 + \varepsilon^2 b_2 + \dots \quad (5b)$$

$$v_k(A + \delta A) = v_k(A) + \varepsilon c_1 + \varepsilon^2 c_2 + \dots \quad (5c)$$

其中,  $a_1, b_1, c_1$  分别为幂级数的系数(系数向量),  $\lambda_k(A), u_k(A), v_k(A)$  分别为矩阵  $A$  的奇异值和相应的左右奇异矢量. 因此扰动矩阵  $A + \delta A$  的第  $k$  个成分为:

$$\lambda_k u_k v_k^T(A + \delta A) = \lambda_k u_k v_k^T(A) + \varepsilon (a_1 u_k v_k^T + \lambda_k b_1 v_k^T + \lambda_k u_k c_1^T) \quad (5d)$$

式(5d)表明, 矩阵的扰动使得每一个奇异值以及相应的基底都发生变化. 扰动越大, 奇异值和基底变化也越大. 奇异值越大, 相同程度的扰动对它的影响就越小, 相应的基底变化也越小; 但是奇异值小的部分受到扰动其变化比较明显.

对二维图像进行 SVD, 奇异值越大(它在奇异值降序排列中越靠前, 称它的序越低), 其对应的成分反映图像的轮廓信息; 奇异值越小(序越高), 对应的成分反映图像的细节部分. 基于此, 可以选择合适的成分重构图像, 以满足特定的图像处理需求. 如果关注图像的轮廓, 可以将低序部分作为原始图像的近似, 这在图像去噪和压缩中得到了广泛应用. 如果更注重图像的细节, 选择高序部分作为图像的近似, 以去除大部分的图像背景, 这就是背景估计与抑制. 这两种处理分别可以称为 SVD 低通和高通滤波. 本文结合二者的优势, 提出了两种 SVD 带通滤波器(SVD band pass filter), 用来抑制可见光图像背景和去除噪声.

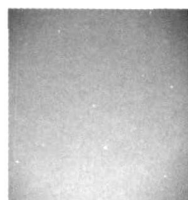
## 3 SVD 带通滤波器

### 3.1 可见光图像模型

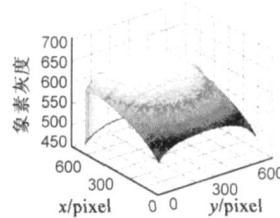
可见光图像可以表示为<sup>[13]</sup>:

$$I(x, y) = \begin{cases} t(x, y) + b(x, y) + n(x, y), & \text{exist targets} \\ b(x, y) + n(x, y), & \text{else} \end{cases} \quad (6)$$

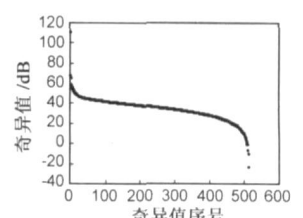
其中  $x, y$  分别表示每帧图像的空间坐标横、纵轴;  $I(x, y)$  表示图像  $(x, y)$  处的象素灰度;  $t, b, n$  分别表示目标、背景以及测量噪声的灰度. 由于背景的起伏以及噪声的影响, 使得目标淹没在背景之中, 特别是对低信噪比、低对比度小目标, 这使得检测非常困难.



(a) 原始图像



(b) 第一个成分



(c) 奇异值曲线

图 1 可见光图像及其第一个成分和相应的奇异值曲线

### 3.2 目标和噪声对奇异值和图像基底的影响

设  $A$  为图像背景, 根据式(6)可以将目标和噪声当作背景图像的扰动  $\delta A$ . 图 1 给出了一幅可见光图像以及它的奇异值曲线和第一个成分. 为了清晰起见, 图 1(a)进行了增强. 从图 1(c)可以看到, 奇异值曲线由三部分组成, 即急剧减小的低序部分(约 5 以前), 相对平坦的中序部分(约 5~470)和急剧减小的高序部分(约 470 以后). 式(5)表明当目标、噪声的强度不大时, 图像背景的各个成分在加入扰动前后差别不大, 特别是低序部分. 下面以实际例子定量分析扰动对奇异值和基底的影响.

#### 3.2.1 目标对奇异值和图像基底的影响

目标仅仅几个到十几个像素大小, 因此它反映图像局部区域变化. 下面定量分析不同强度、不同大小和不同位置的目标对图像奇异值和基底的影响. 记图 1(a)的方差为  $\sigma$ , 情形 1 目标强度为  $0.5\sigma$ ,  $10 \times 10$  像素, 质心位于(256, 256), 情形 2 目标强度为  $\sigma$ ,  $10 \times 10$  像素, 质心位于(256, 256); 情形 3 目标强度为  $\sigma$ ,  $20 \times 20$  像素, 质心位于(256, 256); 情形 4 目标强度为  $\sigma$ ,  $10 \times 10$  像素, 质心位于(185, 365). 目标叠加在图 1(a)上, 图 2 分别给出了不同情形下加入目标前后的奇异值差  $\lambda_i(A + \delta A) - \lambda_i(A)$ 、相对变化  $|\lambda_i(A + \delta A) - \lambda_i(A)| / \lambda_i(A) \times 100\%$  以及第一成分差  $\lambda_1 u_i v_i^T(A + \delta A) - \lambda_1 u_i v_i^T(A)$ .

图 2 以及更多的仿真实验表明, 尽管目标的是否出现, 以及它的位置、大小和强度的变化仅仅影响图像的局部, 但是这种变化影响每一个奇异值和图像基底. 更重要的, 图像局部的变化使得高序部分奇异值相对大小变化非常剧烈, 中序部分的前十几个奇异值的绝对大小和相对大小都有较大的变化, 低序部分变化很小(不超过 1%); 图像的局部变化, 使得基底也有与奇异值相似的变化规律. 因此, 扰动前后, 低序部分的奇异值和基底变化很小, 对应的图像成分变化也很小(不超过幅度的 1%); 高序部分尽管它们的变化很剧烈, 但是由于它们的数值很小, 图像成分变化的影响也很小; 图像成分变化大的是中序部分, 即目标的变化更多的是由中序部分反映的.

#### 3.2.2 噪声对奇异值和图像基底的影响

由于图像噪声作用于图像的每一点, 因此它反映的是图像全局的变化. 下面定量分析了不同强度高斯噪声对奇异值和图像基底的影响. 噪声强度分别为  $0.01\sigma$ ,  $0.1\sigma$ ,  $0.5\sigma$ ,  $\sigma$ , 叠加在图 1(a)上, 图 3 给出了不同强度噪声的  $\lambda_i(A + e) - \lambda_i(A)$ 、 $\lambda_1 u_i v_i^T(A + e) - \lambda_1 u_i v_i^T(A)$ , 以及  $|\lambda_i(A + e) - \lambda_i(A)| / \lambda_i(A) \times 100\%$ .

更多的仿真表明, 噪声的加入对所有的特征值都有影响. 相对大小变化曲线表明它对于高序部分的影响更大, 对于低序部分影响较小, 并且这种相对大小变化总

体上是随着序号的增大而增大的. 绝对大小变化曲线表明噪声的加入对中序部分的影响最大, 而且强度越大, 这种变化越大; 而低序部分和高序部分变化较小. 从仿真的结果看, 噪声强度大于  $0.5\sigma$  时奇异值的变化较大, 当强度小于  $0.1\sigma$  时奇异值变化很小(不超过 1%), 这也说明 SVD 的数值稳定性. 总体上, 低序部分的图像基底并不随着噪声的加入而发生显著变化, 特别是噪声强度很小(低于 0.1 倍图像方差)时. 因此, 噪声的加入对图像的低序成分影响不大, 高序部分影响最大, 这也说明奇异值的高序部分更多的表征噪声的特性.

### 3.3 SVD 带通滤波器

理论和数值仿真分析表明图像奇异值的高序部分

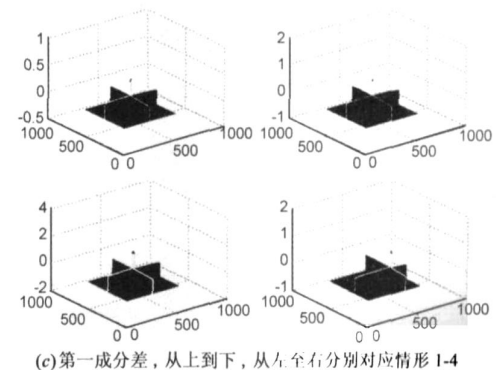
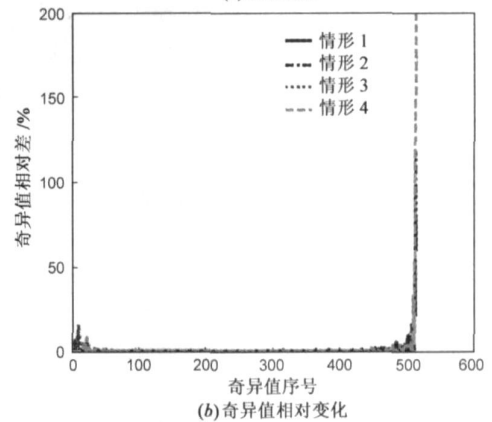
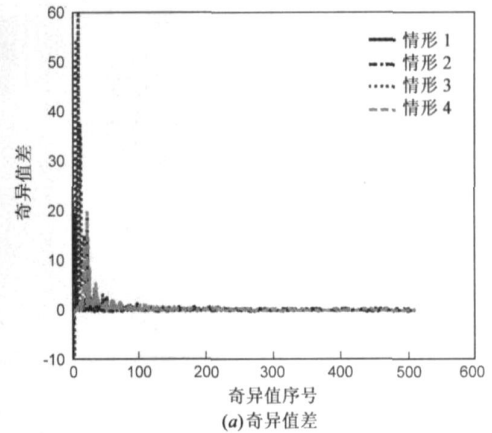
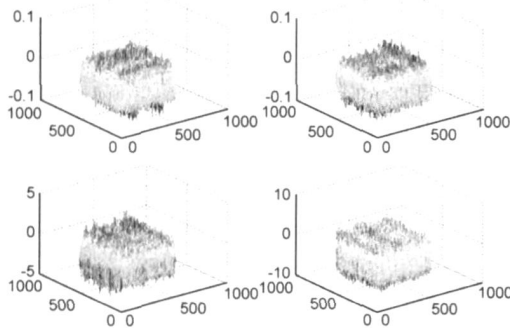
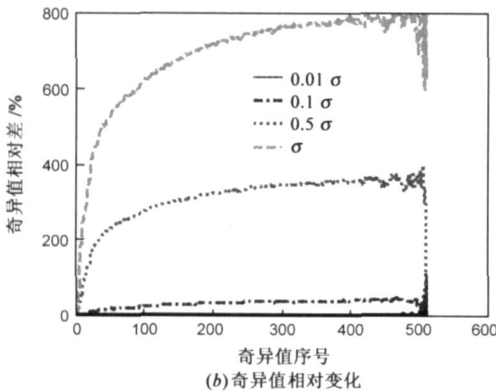
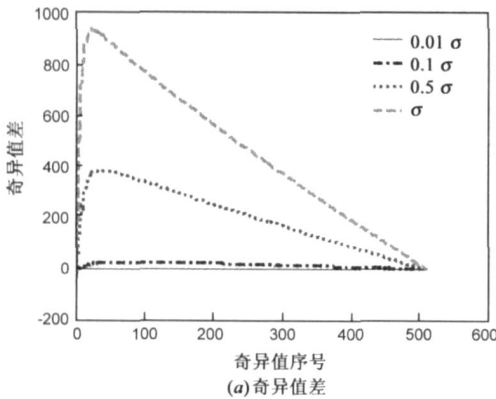


图 2 不同强度、大小、空间位置的目标对奇异值和基底的影响



(c) 第一成分差, 从上到下从左至右分别对应 0.01σ, 0.1σ, 0.5σ, σ

图 3 不同强度噪声对奇异值和基底的影响

更多地表征噪声的信息, 低序部分表征图像背景. 中序部分, 尤其是前几十个成分反映了图像局部变化(目标)和噪声对整幅图像的影响. 基于此, 本文提出两种 SVD 带通滤波器, 以达到抑制图像背景, 去除图像噪声和增强目标的目的.

### 3.3.1 SVD-I 型带通滤波器

若原始图像 SVD 后有  $A = \sum_{i=1}^r \lambda_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T$ , 则 SVD-I 型带通滤波表示为:

$$\lambda_i = \begin{cases} \frac{\sum_{i=k_{\text{low}}}^{k_{\text{up}}} \lambda_i}{k_{\text{up}} - k_{\text{low}} + 1}, & k_{\text{low}} \leq i \leq k_{\text{up}} \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (7a)$$

$$\mathbf{A} = \sum_{i=k_{\text{low}}}^{k_{\text{up}}} \lambda_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T \quad (7b)$$

其中,  $k_{\text{low}}$ 、 $k_{\text{up}}$  分别为带通滤波器的左右截止点. 式(7)表明 SVD-I 型滤波将图像基底等同对待, 它大大削弱了原始图像中背景成分的比重, 增强了细节成分(目标), 使得滤波后图像对比度大大增强. 同时, 恰当的选择截止点, 也避免了增强细节的同时放大噪声. 由于滤波后成分的加权系数相等, 因此该滤波器可称为 SVD 均衡滤波器.

### 3.3.2 SVD-II 型带通滤波器

如前所述, 图像噪声对中序部分的奇异值和基底影响在有些场合下不可忽略, 因此在所有奇异值中去除由于噪声引起的增量部分是必须的. 假定  $k_{\text{up}}$  已知,

则图像中噪声强度可以表示为  $n_s = \sum_{i=k_{\text{up}}+1}^r \lambda_i / (r - k_{\text{up}})$ ,

于是 SVD-II 型带通滤波可以表示为:

$$\lambda_i = \begin{cases} \lambda - p \cdot n_s \cdot w(i), & k_{\text{low}} \leq i \leq k_{\text{up}} \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (8a)$$

$$\mathbf{A} = \sum_{i=k_{\text{low}}}^{k_{\text{up}}} \lambda_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T \quad (8b)$$

其中  $p$  为与图像无关的调整参数, 取值在 1~2.  $w(i)$  为与奇异值对应的加权系数, 它可以由奇异值相对大小随噪声强度变化的曲线确定(图 3(b)). 大量的仿真结果表明, 在噪声强度不太大(实际情况大多是如此)奇异值相对大小变化曲线有一个很长的平坦区域, 因此  $w(i)$  可以近似为 1.

### 3.4 滤波器参数估计

前面提出了两种带通滤波器, 其截止点的选择是非常关键的, 本文给出两种截止点的选择方法. 其一是根据奇异值曲线形状, 滤波器仅允许中序部分通过, 截止点定义为曲线的转折点. 其二根据奇异值的大小, 采用门限准则选择截止点.

#### 3.4.1 曲线转折点法

若图像的奇异值为  $\lambda(i)$ , 奇异值曲线采样值表示为  $f(i) = 20 \lg(\lambda(i))$ , 这里  $i = 1 \sim \min(m, n)$  的整数. 首先将奇异值曲线进行插值拟合, 使得  $f(x) \sim x$  连续平滑的在  $1 \sim \min(m, n)$  上变化. 转折点就是连续函数  $f(x)$  的拐点(二阶导数为零的点). 插值可以采用三次样条函数、B-spline 等进行.

#### 3.4.2 门限准则法

奇异值反映了基底在原始图像中所占的比重, 或者说它具有能量特性, 因此可以根据适当的门限准则来选择合适的基底, 并将它们的加权和作为滤波输出. 本文提出两个自适应的门限准则. **Criterion1** 根据图像的能量选择阈值门限(一次权重准则), **Criterion2** 则根

据图像的功率考虑(二次权重准则).

**Criterion1:** 设  $T(k) = \sum_{i=1}^k \lambda_i$ ,  $1 \leq k \leq r$ , 若  $T(k+1) > (1-\alpha)T(r) > T(k)$ , 则  $k$  为截止点.

**Criterion2:** 设  $S(k) = \sum_{i=1}^k \lambda_i^2$ ,  $1 \leq k \leq r$ , 若  $S(k+1) > (1-\alpha)S(r) > S(k)$ , 则  $k$  为截止点.

其中  $\alpha$  为调整参数,  $0 < \alpha \ll 1$ . **Criterion1** 右截止点  $a$  典型值为 0.01, **Criterion2** 右截止点  $a$  典型值为  $10^{-6}$ . 数据分析表明, 可见光图像的奇异值远大于其余奇异值, 甚至大于其他所有奇异值之和, 因此简单的左截止点门限选择方法就是直接排除第一个奇异值. 比较精细的方法是仍然按照右截止点选择方法, 确定合适的门限, 对于 **Criterion1**,  $\alpha$  典型值为 0.11, 而对于 **Criterion2** 选择为  $10^{-4}$  比较合适.

### 3.5 小结

综上所述, 可以将 SVD 带通滤波归结一下三个步骤:

- (1) 图像 SVD 分解, 得到奇异值  $\lambda$ , 奇异矢量  $u$  和  $v$ ;
- (2) 根据曲线转折点法或门限准则法确定带通滤波器截止点  $k_{low}$ ,  $k_{up}$ ;
- (3) 利用式(7)进行 SVD-I 型带通(均衡)滤波. SVD-II 型带通滤波还需要估计噪声参数, 然后根据式(8)计算滤波结果.

## 4 实验仿真结果

以图 1(a) 为例, 选择三次样条函数进行插值, 求得拟合曲线的转折点为 3.5 和 478, 取整后选择截止点为

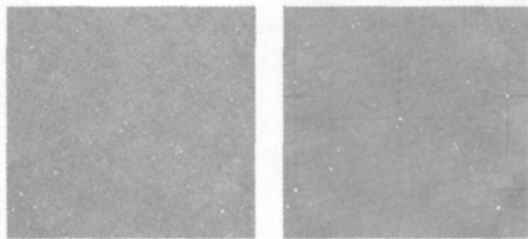


图 4 SVD-I 型(左)和 SVD-II 型(右)带通滤波结果, 曲线转折点法确定截止点

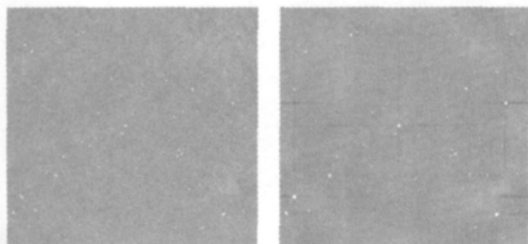


图 5 SVD-I 型(左)和 SVD-II 型(右)带通滤波结果, 门限准则法确定截止点

4 和 478. 图 4 给出了 SVD-I 型和 SVD-II 型滤波器的滤波结果. 图 5 给出了门限准则法的 SVD 带通滤波结果, 准则选为 Criterion1,  $\alpha$  分别取为 0.001 和 0.11, 对应的截止点分别为 355 和 4. 图 6 是第二个实际例子, 目标被背景完全淹没. 比较原始图像和滤波后结果, SVD 带通滤波的确大大抑制了图像背景, 增强了目标的信噪比和对比度, 而且消除了部分噪声.

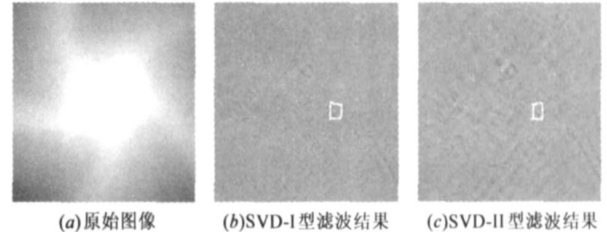


图 6 第二个例子滤波结果, 白框标示为目标点

## 5 总结和讨论

本文主要讨论可见光图像奇异值和奇异矢量在背景抑制和噪声去除上的应用. 定量分析了不同强度, 大小, 位置的目标(局部变化)对于图像奇异值和基底的影响和不同强度噪声(全局变化)对奇异值和基底的影响, 结果表明: 不论是局部还是全局的变化, 图像每一个奇异值和基底都相应的发生改变. 其中, 高序部分更多地反映图像噪声, 中序部分更多地反映目标性质, 而低序部分更多地反映图像的背景. 而且, 图像低序成分具有良好的稳健性, 图像变化不大它的改变相当小. 由此, 本文提出了两种 SVD 滤波器, 也就是均衡滤波器(SVD-I 型)和 SVD-II 型带通滤波器. 并且提出了两种滤波器截止点(参数选择)的确定方法: 其一是曲线转折点法, 也就是采用三次样条函数对特征值对数曲线进行插值拟合, 将得到的函数二阶微分求得曲线的拐点, 将它们作为滤波器参数; 其二是阈值法, 也就是根据准则(一次权重和二次权重准则)和恰当的调整参数选择合适的截止点.

仿真实验证实了上述算法的有效性. 而且, 尽管本文主要讨论可见光波段的背景抑制和噪声去除问题, 但是该方法也可以应用到红外目标检测与跟踪上.

当然, 由于 SVD 算法的运算量取决于矩阵的规模, 在矩阵较大需要的存储容量和计算量很大, 如何快速实施是算法必须考虑的问题, 一个有效途径是矩阵分块, 另一个途径是寻求近似算法或并行算法, 文献[14-18]在这方面做了有益的尝试, 取得了较好的效果.

本文的滤波集中在奇异值上, 而没有涉及奇异矢量的处理. 然而, 奇异值矢量包含了图像的空间位置和幅度信息, 因此对它们进行适当的处理能否提高本文方法的性能是一个值得探索的方向, 这也是下一步

## 的研究内容.

致谢 感谢国家 863 高技术研究发展计划资助. 感谢匿名审稿人和编辑给本文提出的参考意见.

## 参考文献:

- [1] A Herment, J F Giovannelli, G Demoment, et al. Improved characterization of non stationary flows using a regularized spectral analysis of ultrasound Doppler signals[J]. Journal de Physique III, 1997, 7(10): 2079- 2085.
- [2] Yingbo Hua, Maziar Nikpour, Petre Stoica. Optimal reduced rank estimation and filtering[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2001, 49(3): 457- 469.
- [3] A Dogand, A Nehorai. Space time fading channel estimation and symbol detection in unknown spatially correlated noise[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(3): 457- 474.
- [4] 李金岭. SVD 算法简介与模拟数据检验[J]. 中国科学院上海天文台年刊, 1998, (19): 16- 21.  
Li Jin ling. An introduction of the SVD algorithm and it's test of artificial data[J]. Annals of Shanghai Observatory Academia Sinica, 1998, (19): 16- 21. (in Chinese)
- [5] 田绪红, 李庆华. 基于曙光 1000A 的并行 SVD 图像滤波方法[J]. 华中理工大学学报, 1999, 27(2): 92- 94.  
Tian Xurhong, Li Qing-hua. A parallel SVD filtering algorithm based on DAWN 1000A[J]. Journal of Huazhong University of Science & Technique, 1999, 27(2): 92- 94. (in Chinese)
- [6] 刘超, 汪元美. 超声逆散射图象重建问题中截断奇异值分解正则化方法研究[J]. 中国图象图形学报, 2003, 8A(10): 1146- 1152.  
Liu Chao, Wang Yuan mei. The study on truncated singular value decomposition method in ultrasound inverse scattering image reconstruction[J]. Journal of Image and Graphics, 2003, 8A(10): 1146- 1152. (in Chinese)
- [7] H C Andrews, C L Patterson. Outer product expansions and their uses in digital image processing[J]. IEEE Transactions on Computers, 1976, C-25(2): 140- 148.
- [8] Y S Shim, Z H Cho. SVD pseudo inversion image reconstruction[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1981, 29(4): 904- 909.
- [9] K Konstantinides, Kung Yao. Statistical analysis of effective singular values in matrix rank determination[J]. IEEE Transactions Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1988, 36(5): 757- 763.
- [10] 彭嘉雄, 周文琳. 红外背景抑制与小目标分割检测[J]. 电子学报, 1999, 27(12): 47- 51.  
Peng Jia xiong, Zhou Wen lin. Infrared background suppression for segmenting and detecting small target[J]. ACTA Electronica Sinica, 1999, 27(12): 47- 51. (in Chinese)
- [11] S C Pohlig. Spatiotemporal detection of electro optic moving

targets[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System, 1995, 31(2): 608- 616.

- [12] J H 威尔金森. 代数特征值问题[M]. 北京: 科学出版社, 2001.  
J H Wilkinson. The Algebraic Eigenvalue Problem[M]. Beijing: Science Press, 2001. (in Chinese)
- [13] 胡谋法, 李超, 韩建涛, 等. 可见光图像背景起伏的平稳性和相关性分析[J]. 光电工程, 2006, 33(3): 44- 49.  
Hu Mour fa, Li Chao, Han Jiar tao et al. Research on the stationary characterization and correlation of visible image background clutter[J]. Optoelectronic Engineering, 2006, 33(3): 44- 49. (in Chinese)
- [14] Aleksandar Kav, Bin Yang. Simultaneous subspace tracking and rank estimation[A]. Proc. SPIE: Advanced Signal Processing Algorithms[C]. Franklin T. Luk; Ed, 1995, 2563: 206- 217.
- [15] E C Real, D W Tufts, J W Cooley. Two algorithms for fast approximate subspace tracking[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1999, 47(7): 1936- 1944.
- [16] Roland Badeau, Gaël Richard, Bertrand David. Sliding window adaptive svd algorithms[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 52(1): 1- 10.
- [17] 冯大政, 保铮, 焦李成. 用于奇异值分解的全并行神经网络[J]. 电子科学学刊, 1997, 19(1): 17- 23.  
Feng Da zheng, Bao Zheng, Jiao Li cheng. A new total parallel neural network for SVD[J]. Journal of Electronics, 1997, 19(1): 17- 23. (in Chinese)
- [18] 贾仲孝, 张萍. 计算大规模矩阵最大最小奇异值和奇异向量的两个精化 Lanczos 算法[J]. 计算数学, 2003, 25(3): 293- 304.  
Jia Zhong xiao, Zhang Ping. Two refined Lanczos algorithm for computing the largest/smallest singular values and associated singular vectors of a large matrix[J]. Mathematica Numerica Sinica, 2003, 25(3): 293- 304. (in Chinese)

## 作者简介:



胡谋法 男, 1979 年生于湖北省石首市, 现为国防科技大学 ATR 重点实验室博士生. 主要研究方向光学信息处理、目标识别等.  
E-mail: hu199709\_200106@sina.com



董文娟 女, 1979 年 9 出生于安徽泾县, 目前为电路系统专业博士研究生. 研究方向为光电目标检测. E-mail: janewd@126.com