

# 一种适用于图象去噪的三通道正交完全重建滤波器组

张玉华<sup>1</sup>, 王 欣<sup>2</sup>

(1. 山东大学医学院, 山东济南 250012; 2. 山东大学信息科学与工程学院, 山东济南 250100)

**摘要:** 小波变换作为一种多尺度信号分析方法, 在图像处理中得到了重要的应用. 图像处理的一个重要研究方向就是去噪. 由于图像含有大量的边缘, 因此用于图像处理的小波基必须具有良好的边缘检测性能和较强的平滑噪声能力. 但是, 目前还难以找到具有这样特性的正交小波基. 本文利用信号的多相位表示理论, 提出了一种基于 Haar 小波的三通道正交完全重建滤波器组, 并推导出它在图像去噪中的软门限方法. 试验表明, 该滤波器组用于图像去噪可以得到很好的结果.

**关键词:** 图像处理; 小波变换; 多通道滤波器组; 去噪

**中图分类号:** TN911. 73      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2008) 02-0376-05

## The 3-Channel Orthogonal Perfect Reconstruction Filter Bank for Image Denoising

ZHANG Yu hua<sup>1</sup>, WANG Xin<sup>2</sup>

(1. School of Medicine, Shandong University, Jinan, Shandong 250012, China;

2. School of Information and Engineering Science, Shandong University, Jinan, Shandong 250100, China)

**Abstract:** As a new tool of signal analysis, wavelet transform has been successfully used in image processing. One of the most important fields of image processing is denoising. Since image contains plenty of edges, the wavelet basis used in image denoising should have the nice properties of edge preserving and noise smoothing. However, it is difficult to find such a wavelet basis. In this paper, based on the theory of multi-phase representation of signal, a 3-channel orthogonal perfect reconstruction filter bank is designed and the corresponding soft thresholding algorithm used in image denoising is deduced too. Examples show that the proposed filter bank is effective in image denoising.

**Key words:** image processing; wavelet transform; multi channel filter bank; denoising

### 1 引言

小波变换理论的一个重要的应用, 就是对叠加噪声的图象进行去噪处理. Mallat 等<sup>[1]</sup>首先提出了一种最大模重建的方法, 利用信号的小波变换系数的极大模值重建原始信号, 从而抑制信号中的噪声. Donoho<sup>[2]</sup>则提出了一种软门限去噪的方法, 该方法利用图像中噪声小波系数的幅度较小、图像的边缘小波系数幅度较大这一特点, 设计了一个门限用于对噪声的清除. 软门限算法简单, 一经提出便引起人们的广泛注意. 在实际应用中, 人们发现 Donoho 所给出的理论门限值偏大, 从而造成图像的模糊. 后来, 一些改进算法相继被提出. 例如, Chang<sup>[3]</sup>等根据小波系数的一般化高斯分布模型 (GGD) 提出了一个最佳门限, 该门限可以使小波系数估计的

Bayes 风险达到最小; Moulin<sup>[4]</sup>等在假设小波系数为 Laplace 分布的情况下, 利用最大后验估计, 给出了一个较好的门限; 张磊<sup>[5]</sup>等利用小波系数的相关特性, 也给出了一种门限的选取方法. 另外, Zervakis 等<sup>[6]</sup>提出一种对小波系数进行矢量处理的降噪算法, 可有效去除高斯噪声或高斯和脉冲噪声的混合噪声; Shui<sup>[7]</sup>等提出一种在小波域中利用基于有方向窗口的双局部维纳滤波器的图像去噪算法, 可有效去除高斯白噪声; 唐仁等<sup>[8]</sup>提出基于小波相位信息的低强度 X 射线影像系统的图像去噪方法; 刘芳等<sup>[9]</sup>提出基于复小波邻域隐马尔科夫模型的图像去噪方法; 吴亚东等<sup>[10]</sup>提出基于二维小波收缩与非线性扩散的混合图像去噪算法.

最近的研究表明, 图像去噪的结果和小波基的选择有极大关系. 图像信号的非平稳特性要求用于图像处理

的小波基应具有良好边缘检测性能和一定的平滑噪声的能力. 我们知道, Haar 小波具有最佳的边缘检测特性, 但其相应的低通滤波器平滑噪声的能力极差, 故不宜用于图像的去噪. 目前用于图像去噪的小波基主要是 D-8 小波. 尽管该小波具有较好的平滑噪声的能力, 但因其支集过长, 从而检测边缘的能力较差. 因此, 如何设计用于图像去噪的具有优良特性的小波是一个重要的研究课题. 但由于正交完全重建条件的限制, 很难设计出这种适用于图像去噪的双通道小波基. 为此, Shen<sup>[11]</sup> 等提出采用冗余小波基来对图像进行去噪处理, 但是图像分解维数的增加使运算量增加太多, 难以实际应用.

近来, 关于非正交多通道滤波器组在图像处理中应用的研究引起了人们的注意<sup>[12]</sup>. 它的缺点是那些适用于正交小波基的一些去噪算法(如软门限方法)不能在这种非正交小波基下得到最佳结果.

本文利用 Haar 小波和滤波器的多相位表示理论, 提出了一种三通道正交完全重建小波基. 由于它的正交分解特性, 因此适用于所提出的小波去噪算法. 试验结果表明, 利用软门限方法, 该正交小波基与 D-8 小波相比较, 可以得到更好的结果.

## 2 多通道正交完全重建滤波器组的定义

多通道正交完全重建滤波器组(Orthogonal Perfect Reconstruction Filter Bank, OPRFB) 是由 Vandiyathanan<sup>[13]</sup> 首先提出, 并在语音信号压缩编码中得到了重要应用.

图 1 给出了一个  $M$  通道 OPRFB 的结构图. 从图中可以看出, 输入信号  $x(n)$  被解析滤波器组中的低通滤波器  $H_0(z)$  和高通滤波器  $H_1(z), \dots, H_{M-1}(z)$  分解为尺度部分  $x_0(n)$  和细节部分  $x_1(n), \dots, x_{M-1}(n)$ , 再经过  $M$  抽取后得到输出信号; 而接收到的输入信号进行  $M$  插值后, 通过重建滤波器组中的低通滤波器  $G_0(z)$  和高通滤波器  $G_1(z), \dots, G_{M-1}(z)$  处理后, 得到重建信号  $y(n)$ . OPRFB 要求其解析和重建滤波器组中的滤波器分别满足正交条件, 且有  $y(n) = x(n)$ .

为了达到利用多通道 OPRFB 进行多尺度分析的目的, 我们只要把解析滤波器组中低通滤波通道的输出继续进行分解即可, 直到合乎要求为止.

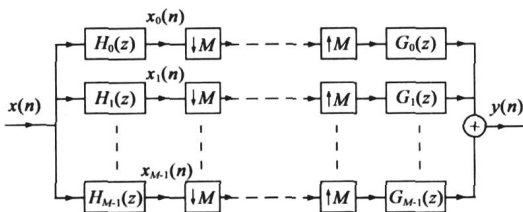


图 1  $M$  通道 OPRFB 的结构图

下面讨论 OPRFB 的设计<sup>[13]</sup>. 根据图 1, 输出  $y(n)$  的

$Z$  变换可以由下式给出:

$$Y(z) = \left[ \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} G_k(z) H_k(z) \right] X(z) + \sum_{n=1}^{M-1} \left[ \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} G_k(z W_M^n) \right] X(z W_M^n) \quad (1)$$

这里,  $W_M = \exp\left[-j \frac{2\pi}{M}\right]$ . 由此可以看出, 为了满足完全重建要求, 下述正交条件必须得到满足

$$\frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} G_k(z) H_k(z) = 1 \quad (2)$$

$$\sum_{k=0}^{M-1} G_k(z) H_k(z W_M^n) = 0, \quad n = 1, \dots, M-1 \quad (3)$$

由式(1)~(3)得到

$$Y(z) = \left[ \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} G_k(z) H_k(z) \right] X(z) \quad (4)$$

写成矩阵形式后有

$$Y(z) = \frac{1}{M} \mathbf{g}^T(z) \mathbf{h}(z) X(z) \quad (5)$$

其中

$$\mathbf{g}(z) = [G_0(z) \quad G_1(z) \quad \dots \quad G_{M-1}(z)]^T \quad (6)$$

$$\mathbf{h}(z) = [H_0(z) \quad H_1(z) \quad \dots \quad H_{M-1}(z)]^T \quad (7)$$

把  $H_k(z), k = 0, \dots, M-1$ , 写成 I-型多相位表达式,

有 
$$H_k(z) = \sum_{m=0}^{M-1} z^{-m} E_{k,m}(z^M) \quad (8)$$

这里,

$$E_{k,m}(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_k(Mn+m) z^{-n}, \quad m = 0, \dots, M-1 \quad (9)$$

代入式(7)得到

$$\mathbf{h}(z) = \mathbf{E}(z^M) \mathbf{e}_M(z) \quad (10)$$

其中, 延迟矢量  $\mathbf{e}_M(z)$  由下式给出

$$\mathbf{e}_M(z) = [1 \quad z^{-1} \quad \dots \quad z^{-(M-1)}]^T \quad (11)$$

而多相位分解矩阵

$$\mathbf{E}(z) = \begin{bmatrix} E_{0,0}(z) & E_{0,1}(z) & \dots & E_{0,M-1}(z) \\ E_{1,0}(z) & E_{1,1}(z) & \dots & E_{1,M-1}(z) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E_{M-1,0}(z) & E_{M-1,1}(z) & \dots & E_{M-1,M-1}(z) \end{bmatrix} \quad (12)$$

同样, 可以把  $G_k(z), k = 0, \dots, M-1$ , 写成 II-型多相位表达式

$$G_k(z) = \sum_{m=0}^{M-1} z^{-(M-1-m)} R_{k,m}(z^M) \quad (13)$$

其中

$$R_{k,m}(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_k(Mn+M-1-m) z^{-n}, \quad m = 0, \dots, M-1 \quad (14)$$

这样, 重建滤波器组就可以被写成矩阵形式

$$\mathbf{g}(z) = z^{-(M-1)} \mathbf{R}(z^M) \tilde{\mathbf{e}}_M(z) \quad (15)$$

其中  $\tilde{e}_M(z) = e_M(1/z)$ , 而  $e_M^H$  表示对矢量  $e_M$  的共轭转置, 其中

$$R(z) = \begin{bmatrix} R_{0,0}(z) & R_{0,1}(z) & \cdots & R_{0,M-1}(z) \\ R_{1,0}(z) & R_{1,1}(z) & \cdots & R_{1,M-1}(z) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{M-1,0}(z) & R_{M-1,1}(z) & \cdots & R_{M-1,M-1}(z) \end{bmatrix} \quad (16)$$

最后, 把  $h(z)$  和  $g^T(z)$  的表达式代入式(1)后, 得到

$$Y(z) = \frac{1}{M} \tilde{e}_M^T(z) R^T(z^M) E(z^M) e_M(z) X(z) \quad (17)$$

由式(17)看出, 如果选择  $R^T(z) = E^{-1}(z)$  就可以使滤波器组满足完全重建条件。

由上述的结果可以看出, 为了得到适用于图像去噪的正交完全重建滤波器组, 关键问题就是寻求与之相对应的矩阵  $E(z)$ 。

### 3 基于 Haar 小波的三通道 OPRFB 的设计

从上一节的讨论可以看出, 多通道 OPRFB 的设计一般比较复杂。在这里, 我们只讨论具有短支集的三通道 OPRFB 的设计问题。考虑到为了在图像去噪时有效地检测图像的边缘, 因此可以基于 Haar 小波直接让解析滤波器组中的一路高通滤波器为

$$H_1(z) = (1 - z^{-1})/3 \quad (18)$$

为了更好的平滑噪声, 可以令其低通滤波器为均值滤波器

$$H_0(z) = (1 + z^{-1} + z^{-2})/3 \quad (19)$$

最后, 由正交条件, 可以令

$$H_2(z) = (1 + z^{-1} - 2z^{-2})/3 \quad (20)$$

可以验证该滤波器为一高通滤波器。

由式(18)~(20)可以得到解析滤波器组的多相位

表示矩阵  $E(z) = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$

这样由式(17)就可以得到重建滤波器组的多相位表示

矩阵  $R^T(z) = E^{-1}(z) = \begin{bmatrix} 1.5 & 0.5 & 1 \\ -1.5 & 0.5 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$

或写成  $G_1(z) = -1.5 + 1.5z^{-1} \quad (23)$

$$G_2(z) = -1 + 0.5z^{-1} + 0.5z^{-2} \quad (24)$$

$$G_0(z) = 1 + z^{-1} + z^{-2} \quad (25)$$

由上述设计方法得到的三通道 OPRFB 有下述特点: 其解析滤波器组中的高通滤波器是基于 Haar 小波的, 所以具有良好的边缘检测性能; 而其低通滤波器为一均值滤波器, 故具有较强的平滑噪声的功能。因此, 该滤波器组非常适用于图像的去噪。

### 4 基于滑动窗口的去噪算法

上述的三通道 OPRFB 在对信号分解的过程中, 给

出了两组小波系数。下面分析这两组小波系数的最佳软门限收缩算法。为此, 设某一混有噪声的输入序列可以表示为

$$x(n) = s(n) + w(n) \quad (26)$$

这里  $s(n)$  是原始信号,  $w(n)$  为均值为零的高斯白噪声。

设在某一尺度下  $x(n)$  经过三通道 OPRFB 分解后, 其小波系数分别为  $x_1(n)$  和  $x_2(n)$ 。则有

$$x_1(n) = s_1(n) + w_1(n) \quad (27)$$

$$x_2(n) = s_2(n) + w_2(n) \quad (28)$$

其中  $s_1(n)$  和  $s_2(n)$ 、 $w_1(n)$  和  $w_2(n)$  分别表示  $s(n)$  和  $w(n)$  经 OPRFB 分解后对应的小波系数。

令  $x = [x_1(n) \ x_2(n)]^T$ 、 $s = [s_1(n) \ s_2(n)]^T$ 、 $w = [w_1(n) \ w_2(n)]^T$ 。则式(27)和(28)可以写成下述的矩阵形式

$$x = s + w \quad (29)$$

显然,  $w_1(n)$  和  $w_2(n)$  是具有相同分布的零均值高斯白噪声。设其方差为  $\sigma_w^2$ , 那么概率密度函数可以写为

$$p_w(w) = \frac{1}{2\pi\sigma_w^2} \exp\left[-\frac{w_1^2(n) + w_2^2(n)}{2\sigma_w^2}\right] \quad (30)$$

实验表明, 小波系数  $s_1(n)$  和  $s_2(n)$  具有下述的二维 Laplace 分布

$$p_s(s) = \frac{1}{2\sigma_s^2} \exp\left[-\sqrt{2} \frac{|s_1(n)| + |s_2(n)|}{\sigma_s}\right] \quad (31)$$

其中  $\sigma_s^2$  为信号小波系数的方差。利用最大后验估计, 有

$$\hat{s} = \arg \max_s [\log p_{x|s}(x|s) + \log p_s(s)] \quad (32)$$

把式(30)、(31)代入式(32), 得到

$$\begin{bmatrix} s_1(n) \\ s_2(n) \end{bmatrix} = -\frac{[x_1(n) - s_1(n)]^2 + [x_2(n) - s_2(n)]^2}{2\sigma_w^2} - \sqrt{2} \frac{|s_1(n)| + |s_2(n)|}{\sigma_s} \quad (33)$$

并注意到  $s_1(n)$  和  $s_2(n)$  之间的不相关特性, 对它们分别求导置零后, 可以得到对应的小波系数的软门限收缩算法<sup>[4]</sup>

$$\hat{s}_k(n) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(x_k(n)) [ |x_k(n)| - \delta ] & |x_k(n)| > \delta \\ 0 & |x_k(n)| \leq \delta \end{cases} \quad k = 1, 2 \quad (34)$$

这里

$$\delta = \sqrt{2} \frac{\sigma_w^2}{\sigma_s} \quad (35)$$

下面利用所设计的三通道 OPRFB, 给出一种基于  $3^n \times 3^n$  滑动窗口, 即分解尺度为  $n$  的针对图像的软门限去噪算法, 具体步骤如下:

(1) 令该窗口沿图像逐行滑动, 设在某一时刻该窗口内的  $3^n \times 3^n$  的图像为  $x_0(i, j)$ 。

(2) 对该  $x_0(i, j)$  图像, 沿水平方向用滤波器  $H_0(z)$ 、 $H_1(z)$  和  $H_2(z)$  进行分解, 得到三幅子图像  $x'_{00}(m, n)$ 、 $x'_{01}(m, n)$  和  $x'_{02}(m, n)$ . 它们分别代表分解后的一个低频和二高频分量.

(3) 对所得到的三幅图像  $x'_{00}(m, n)$ 、 $x'_{01}(m, n)$  和  $x'_{02}(m, n)$ , 再分别沿垂直方向用滤波器  $H_0(z)$ 、 $H_1(z)$  和  $H_2(z)$  进行分解, 得到九幅子图像  $x''_{0j}(m, n)$ ,  $0 \leq j \leq 8$ .

(4) 对所得到的九幅子图像  $x''_{0j}(m, n)$ ,  $0 \leq j \leq 8$ , 按行和列进行三抽取, 得到了九幅  $3^{n-1} \times 3^{n-1}$  的图像  $x_{0j}(m, n)$ ,  $0 \leq j \leq 8$ . 这样就完成了第一个尺度的变换.

(5) 对所得到的低频分量图像  $x_{00}(m, n)$ , 返回到第二步, 得到下一个尺度的分解. 一直到第  $n$  尺度的分解完成.

(6) 对每个分解尺度的高频图像分量, 用软门限方法进行去噪处理.

(7) 利用与上述(2)~(5)相反的步骤进行子图像重建, 重建子图像中心像素的值作为去噪后的图像在该滑动窗口位置的输出值.

(8) 返回到第一步, 使该  $3^n \times 3^n$  窗口滑到下一个相邻像素, 直到图像所有的像素都被处理完为止.

对图像采用上述的基于滑动窗口的小波域去噪方法的一个最大优点就是它可以避免滤波后的图像产生方块效应. 另外, 由于图像中距离较远的像素之间不再具有相关性, 因此采用较小的滤波窗口就可以得到很好的结果. 在实际应用中, 一般可以取  $n=2$ , 即  $9 \times 9$  的滑动窗口对图像进行去噪处理.

实际应用中, 可以由混有噪声图像的小波变换系

数  $y(m, n)$  来估计出式(35)中  $\sigma_w^2$  和  $\sigma_s^2$  的值<sup>[3]</sup>, 对一幅  $M \times M$  的图像, 标准差  $\sigma_w$  和  $\sigma_s$  的估计值为

$$\sigma_w = \frac{\text{median}\{|y(m, n)|\}}{0.6745}, \quad 1 \leq m, n \leq M \quad (36)$$

和

$$\sigma_s = \sqrt{\max(\sigma_x^2 - \sigma_w^2, 0)} \quad (37)$$

这里

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{M^2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M y^2(m, n) \quad (38)$$

$y(m, n)$  一般取第一分解尺度的最高频带的小波系数, 即上面步骤(4)中得到的  $x_{08}(m, n)$ . 实验结果表明, 采用上述的门限值, 可以得到较好的去噪结果.

## 5 实验结果

下面举例说明本文提出的三通道 OPRFB 和常用的 D-8 小波在图像去噪中的差异. 小波系数收缩利用了上述的软门限方法.

我们采用了的 Lena 图像和 Barbara 图像进行试验. 首先, 在每幅原始图像上分别叠加方差为 100, 400, 900 的高斯白噪声. 然后分别利用 D-8 小波和三通道 OPRFB 进行软门限去噪. 前者去噪时对图像采用的分解层数为 3; 后者去噪时采用  $9 \times 9$  的滑动窗口, 即去噪时分解层数为 2. 当噪声强度为 400 时, 图 2(a)、(b)、(c)、(d) 分别给出了两幅测试图像的部分原始图像、加噪图像、利用 D-8 小波去噪后的图像、利用三通道 OPRFB 去噪后的图像. 表 1 给出了在不同噪声水平时, 各去噪图像的峰值信噪比 PSNR.

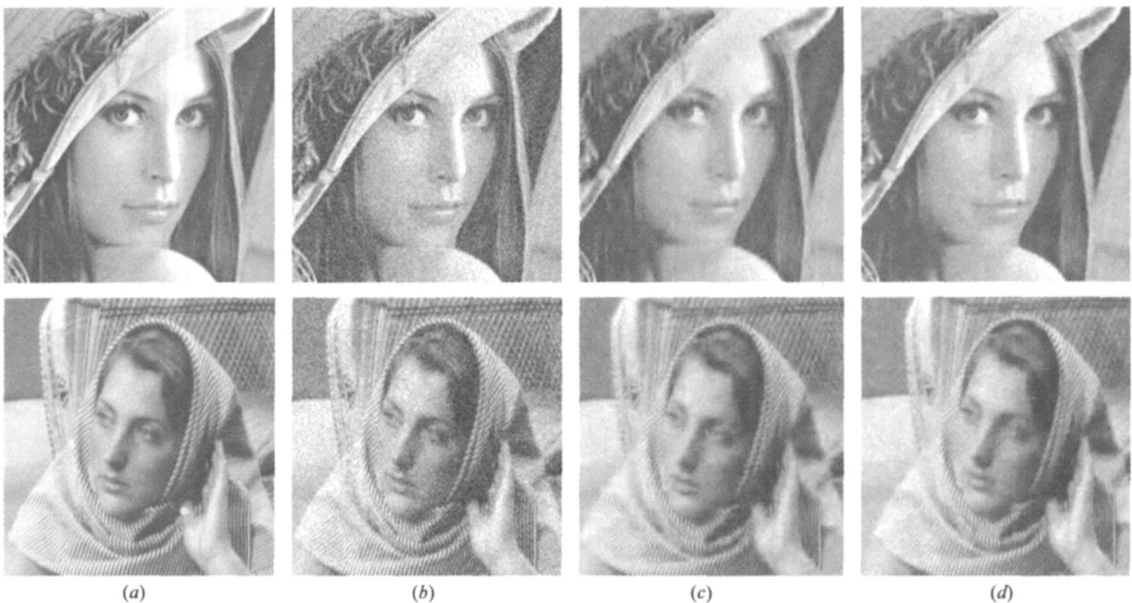


图 2 (a) 部分原始图像;(b) 叠加方差为 400 的高斯白噪声后的图像;(c) 利用 D-8 小波去噪后的图像;(d) 利用三通道 OPRFB 去噪后的图像.

表 1 不同噪声水平时, 各去噪图像的峰值信噪比 PSNR (dB)

| 噪声<br>方差 | 去噪前   |         | D-8 小波去噪 |         | 三通道 OPRFB 去噪 |         |
|----------|-------|---------|----------|---------|--------------|---------|
|          | Lena  | Barbara | Lena     | Barbara | Lena         | Barbara |
| 100      | 28.18 | 28.16   | 30.92    | 29.17   | 31.28        | 30.48   |
| 400      | 22.14 | 22.14   | 28.12    | 24.80   | 29.59        | 25.84   |
| 900      | 18.62 | 18.62   | 26.79    | 22.92   | 27.59        | 23.43   |

由上面的结果可以看出, 尽管在去噪过程中后者采用的图像分解层数少, 但仍然给出了较好的结果. 主要表现在图像中的干扰成分少, 保护图像的细节功能较强, 说明后者在很好地平滑噪声的同时, 边缘检测性能也较强. 例如, 图 2(d) 比(c) 中 Lena 的眼部的细节要清晰, 而图 2(c) 与(d) 相比较, Barbara 的额部出现了较严重的干扰条纹.

## 6 结论

利用多通道滤波器组对信号分析, 特别是图像去噪, 近来受到了人们的重视. 本文首先利用多相位表示理论, 设计出了一种三通道 OPRFB, 然后推导出它在图像去噪中的软门限方法. 该滤波器组结构简单, 使用方便, 边缘检测性能好. 试验表明它与在图像去噪中常用的 D-8 小波相比较, 可以给出更好的去噪效果.

### 参考文献:

- [1] S Mallat, S Zhong. Characterization of signals for multiscale edges[J]. IEEE Trans on PAM I, 1992, 14(7): 710-732.
  - [2] D Donoho. Denoising by soft thresholding[J]. IEEE Trans on IT, 1995, 41(5): 613-627.
  - [3] S G Chang, Bin Yu, et al. Spatially adaptive wavelet thresholding with context modeling for image denoising[J]. IEEE Trans on Image Processing, 2000, 9(9): 1522-1531.
  - [4] P Moulin, J Liu. Analysis of multiresolution image denoising schemes using generalized gaussian and complexity priors[J]. IEEE Trans on IT, 1999, 45(4): 909-919.
  - [5] 张磊, 潘泉, 等. 小波域滤波域值参数  $c$  的选取[J]. 电子学报, 2001, 29(3): 400-403.
- Zhang Lei, Pan Quan, et al. On the determination of threshold

### 作者简介:



张玉华 女, 1971 年 4 月生于山东成武, 1998 年 7 月于山东大学获得硕士学位. 现为山东大学医学院生物医学工程研究所讲师, 山东大学信息科学与工程学院信号与信息处理专业博士研究生. 研究方向为图像处理与计算机视觉、医学信号处理.

E-mail: zhangyh@sdu.edu.cn

- in threshold2based denoising by wavelet transformation[J]. Acta Electronica Sinica, 2001, 29(3): 400-403. (in Chinese)
- [6] M E Zervakisa, V Sundararajanb, et al. Vector processing of wavelet coefficients for robust image denoising[J]. Image and Vision Computing, 2001, 19(7): 435-450.
  - [7] P L Shui, Image denoising algorithm via doubly local Wiener filtering with directional windows in wavelet domain[J]. IEEE Signal Process Lett. 2005, 12(10): 681-684.
  - [8] 但唐仁, 田景全, 等. 一种基于小波相位信息的低强度 X 射线影像系统的图像去噪方法[J]. 电子学报, 2004, 32(6): 977-979.
- Dan Tangren, Tian Jinquan, et al. A way of the imaging filter with wavelet phase based on low Intense X ray image system [J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(5): 977-979. (in Chinese)
- [9] 刘芳, 刘文学, 等. 基于复小波邻域隐马尔科夫模型的图像去噪[J]. 电子学报, 2005, 33(7): 1284-1287.
- Liu Fang, Liu Wenxue, et al. Image denoising using local contextual hidden Markov model based on complex wavelet[J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(7): 1284-1287. (in Chinese)
- [10] 吴亚东, 孙世新. 基于二维小波收缩与非线性扩散的混合图像去噪算法[J]. 电子学报, 2006, 34(1): 163-166.
- Wu Yadong, Sun Shixin. A new hybrid image denoising algorithm based on 2D wavelet shrinkage and nonlinear diffusion [J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(1): 163-166. (in Chinese)
- [11] L Shen, M Papadakis, et al. Image denoising using a tight frame[J]. IEEE Trans on Image Processing, 2006, 15(5): 1254-1263.
  - [12] X Wang. Moving window based double Haar wavelet transform for image processing[J]. IEEE Trans on Image Processing, 2006, 15(9): 2771-2779.
  - [13] P P V and iyanathan. Theory and design of M-channel maximally decimated quadrature mirror filters with arbitrary M, having the perfect reconstruction property[J]. IEEE Trans on Acoust, Speech, Signal Processing, 1987, 35(4): 476-492.



王欣 男, 1947 年 4 月生于山东宁津, 1990 年在北京邮电大学获博士学位, 教授, 博士生导师. 研究方向为非线性滤波、图像处理与计算机视觉. 中国电子学会电路与系统分会副秘书长, IEEE 会员.