

基于 Clifford 代数的数字图像水印技术

李岩山

(深圳大学智能信息研究所, 广东深圳 518060)

摘 要: 本文首先讨论了 Clifford 代数的几何性质,探讨了 3 维 Clifford 代数空间中的几何积和投影运算,介绍了 Clifford 代数空间中的 Fourier 变换及其计算公式,进而研究了 Clifford 代数的存在性定理,并提出基于 Clifford 代数的存在性定理和 Clifford-Fourier 变换的数字图像水印嵌入算法. 本文首次提出在 Clifford 代数空间中进行数字水印嵌入,实验论证了该算法的合理性,能较好的完成数字图像水印的嵌入.

关键词: Clifford 代数; Clifford-Fourier 变换; 数字水印

中图分类号: TP391.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2008) 05-0852-04

A Digital Image Watermarking Algorithm Based on Clifford Algebra

LI Yan-shan

(Intelligent Information Processing Key Laboratory, Shenzhen University, Shenzhen, Guangdong 518060, China)

Abstract: The geometric properties of the Clifford Algebra including operations of the Clifford Product, the Projection and the Rejection are discussed in this paper. The Fourier Transform and its compute method in Clifford Algebra are introduced. Then the existence theorem of the Clifford Algebra is researched. Based on the existence theorem and the Clifford Transform, the algorithm is proposed. The paper attempts to apply Clifford Algebra to handle the digital watermarking and the experimental results show that the algorithm has very good performance.

Key words: Clifford algebra; Clifford-Fourier transform; digital watermarking

1 引言

随着计算机网络及多媒体技术的发展,数字产品的版权保护越来越成为当前的热点问题之一. 由于数字产品的拷贝、修改非常容易,可以和原作品一模一样,而如果在原作品上加上可见的标识,不仅破坏了作品本身,而且极容易被破坏,无法识别. 而数字水印技术可以嵌入不可见的标识数字产品的技术,获得了极大的发展.

所谓数字水印技术,就是将代表数字媒体著作权人的特定信息、用户指定的标志或序列码等,按照某种方式嵌入被保护的信息中,在产生版权纠纷时,通过相应的算法提取该数字水印,从而验证版权的归属,确保媒体著作全人的合法利益,避免非法盗版的威胁. 水印的存在要以不破坏数据的欣赏价值和使用价值为原则.

早期的水印算法时把水印信息嵌入到图像的空间域中的象素的最低位^[1], 这种方法的鲁棒性不高. 近年来许多研究者提出了在变换域上进行水印嵌入的方法, 由于变换域的能量分布的特点, 变换域的水印嵌入算法可以很好的保证水印的不可见性. 基于变换域的水印嵌

入算法首先对图像进行变换^[2] (如 DCT^[3,4], Fourier-Mellin 变换^[5], 小波变换^[6]等等), 然后针对变换后的情况, 将水印信息嵌入到变化后的系数中. 这种方法提高了水印嵌入算法的鲁棒性, 是目前较为流行的水印嵌入算法. 此外, 还有很多水印嵌入算法, 如基于分形的水印嵌入算法, 基于神经网络的水印嵌入算法等等.

2 Clifford 代数

Clifford 代数也称几何代数, 是由 Clifford 代数和 Grassmann 发展而来^[7]. 自它出现以来, 许多物理学家将它应用在物理上, 用它来处理物理中的时间与空间问题. 经过一百多年来物理学家和数学家的努力, Clifford 代数已经发展成一门比较成熟的几何理论. 随着计算机技术的发展, 一些科研工作者, 已经将 Clifford 代数理论应用到了信息处理领域, 包括计算机视觉, 机器人, 图像处理等等, 并取得了重大的成果. 如文献[8]将 Clifford 代数理论应用在了图像处理中, 提出用 Clifford 代数处理图像和模式匹配的模型; 文献[9, 10]提出了在矢量场上的 CFT, 并介绍了它的一些性质.

2.1 三维的 Clifford 代数空间

设 v^n 是实数域上的 n 维向量空间,则在 v^n 上定义 Clifford 代数空间,即 $G_n = G(v^n)$.

三维空间中, G_3 的正交基由 8 级向量构成如下,

$$\alpha, \{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}, \{\sigma_1 \wedge \sigma_2, \sigma_2 \wedge \sigma_3, \sigma_3 \wedge \sigma_1\} \quad (1)$$

其中, \wedge 是 Clifford 外积, α 为标量, $\{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$ 可以看作 G_3 的 3 维量子子空间的基向量 $\{x, y, z\}$. $\{\sigma_1 \wedge \sigma_2, \sigma_2 \wedge \sigma_3, \sigma_3 \wedge \sigma_1\}$ 则看作由量子子空间张成的几何平面子空间,该子空间位数同样是 3. 由于 $\sigma_1 \wedge \sigma_2 \wedge \sigma_3$ 所构成的所有可能有向空间体之间呈现线性比例关系,因此,它对应一个 1 维的 G_3 子空间. 由此可以看出, G_3 空间中的 Clifford 代数由一系列子空间代数运算组合而成(标量也可作为 0 维标量子空间),不依赖于固定坐标系.

将 $\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3$ 记为 I , 则 $\sigma_1 \sigma_2 = I \sigma_3, \sigma_2 \sigma_3 = I \sigma_1$ 以及 $\sigma_3 \sigma_1 = I \sigma_2$. 并满足,

$$(\sigma_1 \sigma_2)^2 = (\sigma_2 \sigma_3)^2 = (\sigma_3 \sigma_1)^2 = -1 \quad (2)$$

2.2 Clifford 代数几何积

Clifford 积定义为:设有向量 v_1 和 v_2 , 两向量的 Clifford 积为

$$v_1 v_2 = v_1 \cdot v_2 + v_1 \wedge v_2 \quad (3)$$

其中, $v_1 \cdot v_2$ 为向量内积, $v_1 \wedge v_2$ 为向量外积.

Clifford 积的定义同时包含了向量 v_1 和 v_2 相互关系的幅度信息和几何方向信息,具备以下性质:

$$v_1 \cdot v_2 = \frac{1}{2}(v_1 v_2 + v_2 v_1) \quad (4)$$

$$v_1 \wedge v_2 = \frac{1}{2}(v_1 v_2 - v_2 v_1) \quad (5)$$

Clifford 代数构建了一个分级线性空间. Clifford 积中的 $v_1 \cdot v_2$ 为 0 级向量,它作为标量表达了 v_1 和 v_2 间相互关系的幅度信息. v_1 和 v_2 作为 1 级向量,表达了其自身的相关信息. 外积 $v_1 \wedge v_2$ 为 2 级向量,它作为有向平面表达了 v_1 和 v_2 间相互关系的方向信息. $v_1 \wedge v_2 \wedge v_3$ 作为 3 级向量,通常 I 用表示,又称为伪标量.

Clifford 几何空间中的代数运算满足以下性质:

$$v_1(v_2 v_3) = (v_1 v_2)v_3 \quad (6)$$

$$v_1(v_2 + v_3) = v_1 v_2 + v_1 v_3 \quad (7)$$

$$(v_1 + v_2)v_3 = v_1 v_3 + v_2 v_3 \quad (8)$$

$$\lambda v = v \lambda \quad (9)$$

$$v^2 = \pm |v|^2 \quad (10)$$

其中, λ 为任意标量, $|v|$ 为向量 v 的模绝对值标量.

2.3 G_3 空间中的正交投影和正交补

设有一个向量 v 和一个子空间 M , 将 v 表示为: $v = proj_M(v) + rej_M(v)$, 其中 $rej_M(v)$ 是 v 垂直于 M 的部分,称为 G_3 空间中的正交补(Rejection); $proj_M$ 是 v 在 M 中的正交投影(Projection),如图 1 所示. 并且满足

$$rej_M(v) \cdot M = 0 \text{ 和 } proj_M(v) \wedge M = 0$$

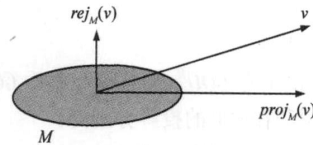


图 1 G_3 空间中的 projection 和 rejection

得到: $rej_M(v) = (v \wedge M) / M \quad (11)$

$$proj_M(v) = (v \cdot M) / M \quad (12)$$

上述两式适用于任意的矢量 v 和任意维子空间 M .

3 Clifford-Fourier 变换

CFT 是定义在 Clifford 代数基础之上的 Fourier 变换, G_3 空间的 CFT 可以表示为如下形式:

对于一个矢量 $x \in R_3, f: E^3 \rightarrow G_3$, 有 Clifford-Fourier 转换:

$$F\{f\}(u) = \int_{E^3} f(x) e^{(-2\pi i_3(x,u))} |dx| \quad (13)$$

其中, E^3 为 3 维实数域向量空间, $x, x', u \in E^3, i_3 = e_1 e_2 e_3, e_i$ 是单位矢量.

Clifford-Fourier 反转换(ICFT)

$$F^{-1}\{f\}(x) = \int_{E^3} f(u) e^{(2\pi i_3(x,u))} |du| \quad (14)$$

由根据以上公式,可以得到, CFT 核 $e^{(-2\pi i_3(x,u))}$ 是一个多矢量值,它包含一个标量和一个伪标量.

对于 $f: E^3 \rightarrow G_3$ 有:

$$f = f_0 e_1 + f_1 e_1 + f_2 e_2 + f_3 e_3 + f_{23} e_{23} + f_{31} e_{31} + f_{12} e_{12} + f_{123} e_{123} = [f_0 + f_{123} i_3] 1 + [f_1 + f_{23} i_3] e_1 + [f_2 + f_{13} i_3] e_2 + [f_3 + f_{12} i_3] e_3 \quad (15)$$

根据 CFT 的线性特性,可以得出:

$$F\{f\}(u) = [F\{f_0(x) + f_{123}(x) i_3\}(u)] 1 + [F\{f_1(x) + f_{23}(x) i_3\}(u)] e_1 + [F\{f_2(x) + f_{31}(x) i_3\}(u)] e_2 + [F\{f_3(x) + f_{12}(x) i_3\}(u)] e_3 \quad (16)$$

4 水印嵌入与提取

图像上的任一像素都用它的三个分量(RGB)来表示,则在 Clifford 三维空间中图像可以表示为:

$$f(x, y) = f_R(x, y) e_1 + f_G(x, y) e_2 + f_B(x, y) e_3 \quad (17)$$

根据式(15)、(16)得到:

$$F[f] = F_R e_1 + F_G e_2 + F_B e_3 \quad (18)$$

记: $GOU^F = \{v_i | v_i = F_R e_1 + F_G e_2 + F_B e_3, i = 1, 2, \dots, n\}$

定理 1 (存在性定理):对于任意 $P \in G_3^2$, 如果 $P = (e_1 - e_2) \wedge (e_1 - e_3)$, 则存在 $v \in GOU^F$ 使得 $v \perp P$.

证明 取 $v = e_1 + e_2 + e_3$, 则

$$v \cdot P = (e_1 + e_2 + e_3) \cdot [(e_1 - e_2) \wedge (e_1 - e_3)]$$

$$= (e_1 + e_2 + e_3) \cdot [(e_1 \wedge e_2) - (e_1 \wedge e_3) + (e_2 \wedge e_3)]$$

$$= 0$$

故 $v \perp P$, 得证.

推理 1 设 $v \in GOU^F, \mathcal{P} \in \mathcal{G}_3^2, F \in GOU$, 则 F 在 P 上的投影和在 v 上的投影分别为:

$$proj_P(F) = (F \cdot P) / P \quad (19)$$

$$proj_v(F) = (F \cdot v) / v \quad (20)$$

设嵌入的水印 W , 其任一点表示为 $W = w_1e_1 + w_2e_2 + w_3e_3$. 采用 Clifford 代数的子空间的加法式(21), 乘法式(22), 以及模运算式(23)等方法, 将水印信息 W 嵌入到原图变换后的 $proj_v$ 较小(或较大)的 F 中.

$$F_w = F + \alpha w_i \quad (21)$$

$$F_w = F(1 + \alpha w_i) \quad (22)$$

$$|F_w| = |F| + \alpha |w_i| \quad (23)$$

其中 F_w 为嵌入水印后的矢量, F 为嵌入前的矢量, α 为调节参数, w_i 为水印矢量. 图 2 是基于 Clifford 代数加法式(21)的数字图像水印算法的示意图.

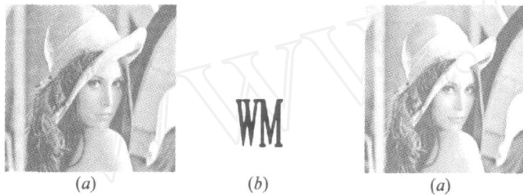


图 3 (a)lena 图原图; (b)嵌入水印原图

图 4 为应用本文算法嵌入水印的 lena 图和提取出来的水印信息; 其中, 图 4 (a), (b) 为按式 (21) 嵌入水印的图像和提取出来的水印信息; 图 4 (c), (d) 为按式 (22) 嵌入水印的图像和提取出来的水印信息; 图 4 (e), (f) 为按式 (23) 嵌入水印的图像和提取出来的水印信息. 嵌入的水印对原图在视觉上的影响因的取值不同而不同. 从图 4 可以看出, 当 取值适当时原图和嵌入水印后的图像在视觉上差别很细微, 因此该算法符合了水印的不可感知性即透明性. 由于 CFT 的可逆性和水印嵌入的运算符均是可逆运算, 因此理论上嵌入的水印可以完全被提取, 从实验结果可以看出, 水印信息可以被恢复出来, 该算法符合了水印的可证明性. 所以该水印嵌入算法是一个可行的算法.

本文对上述实验结果进行了水印攻击, 结果如图 5 所示.

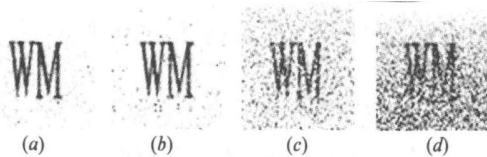


图 5 水印攻击后提取的水印

图 5 (a) 是对嵌入水印的图像进行中值滤波后提取出的水印, 所用模版为 3×3 ; 图 5 (b) 是对嵌入水印的图

最后将嵌入水印后的矢量场进行 Clifford-Fourier 反变换, 水印嵌入完成.

水印提取过程和嵌入过程类似, 按式(21)、式(22)、式(23)的逆运算完成水印提取.

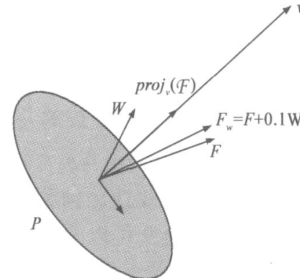


图 2 基于 Clifford 代数的数字图像水印算法

5 实验分析

本文使用 lena 图 (256 * 256) 对以上算法进行了数字水印嵌入和提取的实验, 水印使用 (32 * 32) 的图像, 如图 3 所示:

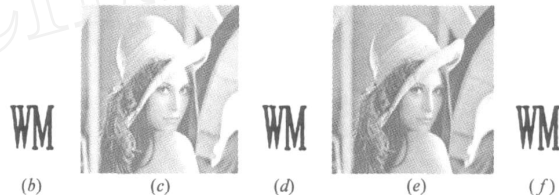


图 4 水印实验结果

像进行中值滤波后提取出的水印; 图 5 (c) 是对嵌入水印的图像进行放大 10 % 然后缩小到原尺寸后提取出的水印; 图 5 (d) 是对嵌入水印的图像进行 JPEG 压缩操作后提取出的水印, 其中压缩品质为 80. 攻击实验结果显示, 本文的算法具有较好的抗攻击能力, 能够抵抗对图片的滤波、添加噪声、缩放和 JPEG 压缩等操作. 本文算法对于图像的剪切操作的抗攻击能力比较弱, 以期在后续的工作中提高其对几何攻击的能力.

6 结论

本文提出一种在 Clifford 代数空间中的数字图像水印算法, 提供了一个崭新的水印嵌入方法, 实验结果证明, 该算法具有良好的性能. 在后续工作中, 我们将进一步应用 Clifford 代数对图像信息进行分析, 以提高水印嵌入算法的性能.

参考文献:

[1] Tirkel A Z, et al. Electronic watermark [A]. Digital image Computing Technology and Applications [C]. Sydney: Macquarie University, 1993. 666 - 673.

[2] 王秋盛. 变换域数字水印嵌入算法研究[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2001.

- [3] V Capellini, M Barni, F Bartolini, A Piva. A DCT-domain system for robust image watermarking [J]. Signal Process, 1998, 66(3): 357 - 372.
- [4] IJ Cox, F T Leighton, T Shamoon. Secure spread spectrum watermarking for multimedia [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1997, 6(12): 1673 - 1687.
- [5] Ruanaidh O, Joseph J K, Pun T. Rotation, scale and translation invariant spread spectrum digital image watermarking [J]. Signal Processing, 1998, 66(3): 303 - 317.
- [6] 潘蓉, 高有行. 基于小波变换的图象水印嵌入方法 [J]. 中国图象图形学报: A 辑, 2002, 7(7): 667 - 671.
PAN Rong; GAO Your-xing. Image watermarking method based on wavelet transform [J]. Journal of Image and Graphics, 2002, 7A(7): 667 - 671. (in Chinese)
- [7] Clifford, W K. Applications of grassmann's extensive algebra [J]. Am J Math, 1878, 26(6): 613 - 627.
- [8] Jim Byrnes. Computational Noncommutative Algebra and Applications [M]. Springer Netherlands, 2006. 197 - 225.
- [9] M Schlemmer. Fourier Transformation and Filter Design for Clifford Convolution [D]. Kaiserslautern: University of Kaiserslautern, 2004.
- [10] Fred Brackx, Nel De Schepper. The clifford-fourier transform [J]. The Journal of Fourier Analysis and Applications, 2005, 11(6): 669 - 681.

作者简介:



李岩山 男, 1979 年 11 月生于浙江龙游, 2005 年 8 月起在深圳大学智能信息研究所工作, 研究方向为 Clifford 代数在信号处理中的应用、图像处理. E-mail: lys@szu.edu.cn

www.cnki.net