

一种基于非线性 PCA 的卷积混合盲源分离算法

马丽艳, 李宏伟

(中国地质大学数理学院, 湖北武汉 430074)

摘要: 本文针对卷积混合的盲源分离, 首先提出了一种基于非线性主成分分析(PCA)的准则, 然后推导出了
一种递推最小二乘(RLS)算法. 该算法为时域盲源分离算法, 分为两个阶段. 第一阶段为混合信号的白化, 第二阶段为
基于白化信号的 RLS 迭代. 新算法不存在频域算法在每个频点的幅度与次序不确定性的问题, 具有较快的收敛速度.
文中最后通过仿真试验验证了本文算法的有效性.

关键词: 盲信号分离; 卷积混合; 非线性 PCA

中图分类号: TN911.7 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112(2008)05-1009-04

An Algorithm Based on Nonlinear PCA for Blind Separation of Convolutive Mixtures

MA Li-yan, LI Hong-wei

(School of Mathematics and Physics, China University of Geosciences, Wuhan, Hubei 430074)

Abstract: This paper proposes a nonlinear principle component analysis (PCA) cost function for blind separation of convolutive mixtures. Then a new recursive least squares (RLS) algorithm is developed in time domain. This algorithm has two stages: one is whitening, the other is RLS iteration. Also, the algorithm does not suffer from the problems of frequency domain based algorithms on arbitrary scaling and permutations in different frequency components. Simulations show that this algorithm can successfully separate mixing signals and has fast convergence.

Key words: blind source separation; convolutive mixtures; nonlinear PCA

1 引言

盲信号分离是目前信号处理中最热门的新兴技术之一, 它具有许多方面的应用潜力. 由混合方式不同, 盲信号分离可分为瞬时混合盲源分离和卷积混合盲源分离. 卷积混合信号是指复杂环境下由多个未知源信号相互卷积混合的信号. 现实生活中由于混合系统的复杂性以及信号传播的延时性, 传感器获得的通常是卷积混合信号, 故卷积混合盲源分离吸引了众多的研究者^[3, 4, 8, 10].

对于卷积混合盲源分离, 有两大类方法. 时域方法^[1, 8]和频域方法^[3, 4, 7, 10]. 频域方法首先通过傅立叶变换将信号分块变换到频域, 由于时域中的卷积混合在频域中每个频点是瞬时混合, 所以可以应用时域中的处理复数信号瞬时混合的方法在每一频点分离信号. 但是这时会出现一个严重的问题, 由于盲信号分离存在的两个不确定性: 排列的不确定性和幅度的不确定性^[2]. 为了从频域重构源信号必须解决这两个不确定性, 但这是相当困难的. 而时域盲信号分离不存在这样的问题. 当然时域算法也有其缺点: 分离滤波器很长时, 计算相当费时. 本文算法是一种时域解决方法. 本文将文献^[14]中的瞬时盲源分离的非线性 PCA 准则推广到了卷积混合盲源分离的情况, 从而推导出一种基于非线性 PCA 的卷积混合

盲源分离的递推最小二乘(RLS)算法. 仿真试验表明, 本文算法有较快的收敛速度和较好的分离效果.

2 卷积混合模型

卷积混合的一般模型可以表示为:

$$x(t) = A * s(t) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} A_p s(t-p), t = 1, 2, \dots$$

其中 $s(t) = [s_1(t), \dots, s_n(t)]^T$ 为具有 n 个平稳的相互统计独立同分布源信号的向量, $x(t) = [x_1(t), \dots, x_m(t)]^T$ 是 m 个卷积混合信号, 本文中取 $m = n$, A 为混合滤波器, 运算符“*”为卷积计算. 卷积混合盲源分离的目的就是要寻找一个分离滤波器 W 使得

$$y(t) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} W_p x(t-p)$$

为源信号 $s(t)$ 的估计. 其中 $y(t) = [y_1(t), \dots, y_n(t)]^T$ 为 n 维列向量, $\{W_p, -\infty \leq p \leq \infty\}$ 为一列 $n \times n$ 维复数矩阵. 在变 z 换域中输入、输出系统可表示为:

$$X(z) = A(z)S(z)$$

$$Y(z) = W(z)X(z) = W(z)A(z)S(z) = C(z)S(z)$$

其中

$$W(z) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} W_p z^{-p}, A(z) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} A_p z^{-p}, C(z) = W(z)A(z)$$

当 $y(t)$ 为 $s(t)$ 的估计时有

$$C(z) = PD(z)$$

其中 P 为任意置换矩阵, $D(z)$ 为非奇异对角矩阵, 其对角元素为 $c_i z^{-\Delta_i}$, $i = 1, \dots, n$, c_i 非零系数, Δ_i 为一实数.

3 一种新的非线性 PCA 准则

本文中考虑有限长滤波器, 相应的混合与解混系统如下:

$$x(t) = \sum_{p=0}^{L_1} A_p s(t-p)$$

$$y(t) = \sum_{p=0}^{L_2} W_p x(t-p)$$

令 $B(z)$ 为 $n \times n$ 白化滤波器, 使得输出

$$V(z) = B(z)X(z)$$

满足

$$E[v(t)v^T(t-j)] = I\delta(j)$$

为了得到 $W(z)$, Amari 等^[1] 提出了一种基于自然梯度的 IMS 算法:

$$W_p(k+1) = W_p(k) + \mu(k) [W_p(k) - f(y(k-L))u^T(k-p)] \quad (1)$$

其中

$$u(k) = \sum_{q=0}^L W_{L-q}^T y(k-q)$$

文[5]中针对卷积混合盲源分离提出了一种非线性 PCA 准则为:

$$\min J(W(z)) = E \left\{ \left\| v(t) - \sum_{p=0}^L W_p^T f(y(t+p)) \right\|^2 \right\} \quad (2)$$

其中

$$y(t) = \sum_{l=0}^L W_l v(t-l)$$

W 满足

$$\sum_{l=0}^L W_l W_{l+1}^T \approx I\delta(i)$$

文献[14]中为了实现自适应算法提出了一种解决瞬时混合盲源分离的非线性 PCA 准则如下:

$$\min J(W(t)) = \sum_{i=1}^L \beta^{-i} \|v(i) - W^T(t)f(y(i))\|^2 \quad (3)$$

其中 β ($0 < \beta < 1$) 为遗忘因子.

受式(3)及文[9]的启发, 我们对准则式(2)作如下修改. 由于式(2)是未知的, 它可由过去的样本均值代替. 而 $z(t+p) = f(y(t+p)) = f \left[\sum_{l=0}^L W_l(t)v(t+p-l) \right]$ 可以由 $f \left[\sum_{l=0}^L W_l(t-1)v(t+p-l) \right]$ 近似, $W_l(t-1)$ 已由前一时刻迭代得到, 所以这时 $z(t+p)$ 很容易计算. 这种近似产生的误差从算法开始收敛时因 $W(z)$ 变化相

对于自己很小而相当小. 基于这种考虑我们得到了下面的用于卷积混合盲源分离的新准则为

$$\min J(W(t)) = \sum_{i=1}^L \beta^{t-i} \left\| v(i) - \sum_{p=0}^L W_p^T(t)f(y(i+p)) \right\|^2 \quad (4)$$

其中, v 为混合信号白化后的信号, f 为非线性函数. 当源信号为亚高斯信号时, 取 $f(y) = \tanh(y)$; 当源信号为超高斯信号时, 取 $f(y) = y^3$.

4 一种新的 RLS 算法

4.1 白化算法

在盲源分离算法中有些算法需要预白化, 白化后有利于加快算法的计算速度. 对于瞬时混合信号的白化算法通过奇异值分解就可以得到白化信号, 但是对于卷积混合信号, 由于其混合方式不能简单的通过奇异值分解得到, 目前卷积混合信号的白化大都通过将卷积混合转化为瞬时混合来进行白化, 当然这时的分离算法大都是将卷积混合信号转化为瞬时混合来解决卷积混合信号的盲源分离问题. Ohta 等^[8] 近期从卷积混合方式的结构出发, 通过定义白化准则从而得到卷积混合信号的白化算法.

本文混合信号的白化算法采用^[8] 中的方法. 令白化滤波器 $B(z)$ 为 $B(z) = \sum_{\tau=-K}^K B_{\tau} z^{-\tau}$, 其自适应算法如下:

$$v(t-K) = \sum_{\tau=-K}^K B_{\tau} x(t-K-\tau)$$

$$\Delta B_{\tau} = \alpha \left\{ B_{\tau} - \sum_{t=-K}^K y(t-3K)v(t-3K-\tau) B_{\tau} \right\}$$

$$B_{\tau} = \frac{1}{2} (B_{\tau} + B_{-\tau}^T) \quad (5)$$

其中 α ($0 < \alpha < 1$) 为迭代步长.

4.2 RLS 算法

利用映射逼近^[12, 15] 可知

$$y(t) = \sum_{l=0}^L W_l(t)v(t-l) \approx \sum_{l=0}^L W_l(t-1)v(t-l)$$

所以式(4)对 $W_p(t)$ 求导有

$$\frac{\partial J(W(t))}{\partial W_p(t)} = -2 \sum_{i=1}^L \beta^{t-i}$$

$$\left[z(i+p)v^T(i) - z(i+p) \sum_{p_1=0}^L z^T(i+p_1) W_{p_1}(t) \right]$$

令 $\frac{\partial J(W(t))}{\partial W_p(t)} = 0$, 得到 t 时刻最优矩阵

$$W_p(t) = \left[\sum_{i=1}^L \beta^{t-i} z(i+p)z^T(i+p) \right]^{-1} \cdot \left[\sum_{i=1}^L \beta^{t-i} (z(i+p)v^T(i) - z(i+p)z^T(i+p)) \right]$$

$$= R^{-1}(t)C(t) \quad (6)$$

其中

$$\boldsymbol{\varphi}(i) = \sum_{\substack{p_1=0 \\ p_1 \neq p}}^L z(i+p_1)^T \mathbf{W}_{p_1}(t),$$

$$\mathbf{R}(t) = \sum_{i=1}^L \beta^{-i} z(i+p) z^T(i+p),$$

$$\mathbf{C}(t) = \sum_{i=1}^L \beta^{-i} (z(i+p) \mathbf{v}^T(i) - z(i+p) \boldsymbol{\varphi}(i))$$

从滤波的角度看, 式(6)中 $\mathbf{W}_p(t)$ 为典型的 Weiner 滤波器. 令 $\mathbf{P}(t) = \mathbf{R}^{-1}(t)$, 类似前面的处理有

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varphi}(t) &= \sum_{\substack{p_1=0 \\ p_1 \neq p}}^L z(t+p_1)^T \mathbf{W}_{p_1}(t) \\ &\approx \sum_{\substack{p_1=0 \\ p_1 \neq p}}^L z(t+p_1)^T \mathbf{W}_{p_1}(t-1) \end{aligned}$$

由矩阵迭代求逆定理^[13]及

$$\mathbf{R}(t) = \beta \mathbf{R}(t-1) + z(t-p) z^T(t+p)$$

和

$$\mathbf{C}(t) = \beta \mathbf{C}(t-1) + z(t+p)x(t) - z(t+p) \boldsymbol{\varphi}(t)$$

从而得到一种新的卷积混合盲源分离的自适应 RLS 算法如下:

$$y(t+p_1) = \sum_{l=0}^L \mathbf{W}_l(t-1) v(t+p_1-l)$$

$$z(t+p_1) = f(y(t+p_1))$$

$$\boldsymbol{\varphi}(t) = \sum_{\substack{p_1=0 \\ p_1 \neq p}}^L z(t+p_1)^T \mathbf{W}_{p_1}(t-1)$$

$$\mathbf{Q}(t) = \frac{\mathbf{P}(t-1)}{\beta + z^T(t+p) \mathbf{P}(t-1) z(t+p)}$$

$$\mathbf{P}(t) = \frac{1}{\beta} [\mathbf{P}(t-1) - \mathbf{Q}(t) z(t+p) z^T(t+p) \mathbf{P}(t-1)]$$

$$\mathbf{W}_p(t) = \mathbf{W}_p(t-1) + [\mathbf{P}(t) (z(t+p) \mathbf{v}^T(t) - z(t+p) \boldsymbol{\varphi}(t)) - \mathbf{Q}(t) z(t+p) z^T(t+p) \mathbf{W}_p(t-1)]$$

(7)

5 仿真实验

实验 1 实验中选取的源信号为 3 道亚高斯信号, 模型分别为 $\sin(t/811) \cos(t/51)$, $\sin(t\sqrt{90})$, $\sin(t\sqrt{800})$. 混合滤波器 A 每次实验随机产生, 其阶数 $L_1 = 3$, 白化滤波器的阶数 $K = 7$, 白化算法的步长取为 $\alpha = 5 \times 10^{-7}$, 分离滤波器的阶数 $L = 7$, 遗忘因子 $\beta = 0.999$, 非线性函数为 $f(y) = \tanh(y)$, $\mathbf{P}(0) = \mathbf{I}$, $\mathbf{W}_p(0) = \delta(p) \mathbf{I}$, 其中 \mathbf{I} 为单位矩阵, $\delta(p)$ 为 Kronecker 函数. 实验中数据长度为 50000. 图一中(a), (b), (c) 分别给出了源信号、混合信号和分离信号的波形图. 通过图 1 可以看出, 源信号得到了有效分离.

实验 2 利用实验 1 中的源信号, 在下面实验中与式(1)的 LMS 算法及文献[6]中的算法进行比较. 其中

式(1)中非线性函数选为 $f(y) = (y)^3$, 文献[6]中信号的预白化我们选用本文中用到的算法. 分离算法性能通过如下定义^[11]来评价:

$$SR_i = 10 \log_{10} \frac{c_{i,j}}{\sum_{\forall j \neq i} c_{i,j}}$$

其中 $c_{i,j} = \text{cor}(s_i(t), \tilde{s}_j(t))$, $\text{cor}(\cdot)$ 代表相关系数, $\tilde{s}_j(t)$ 为第 j 个源信号的估计. SR_i 越大, 说明第 i 个信号分离得越好. 图 2 中(a), (b), (c) 图分别表示 SR_1, SR_2, SR_3 . 从图中可以看出, 本文算法对于此三个信源的分离效果优于式(1)LMS 算法及文献[6]中的算法.

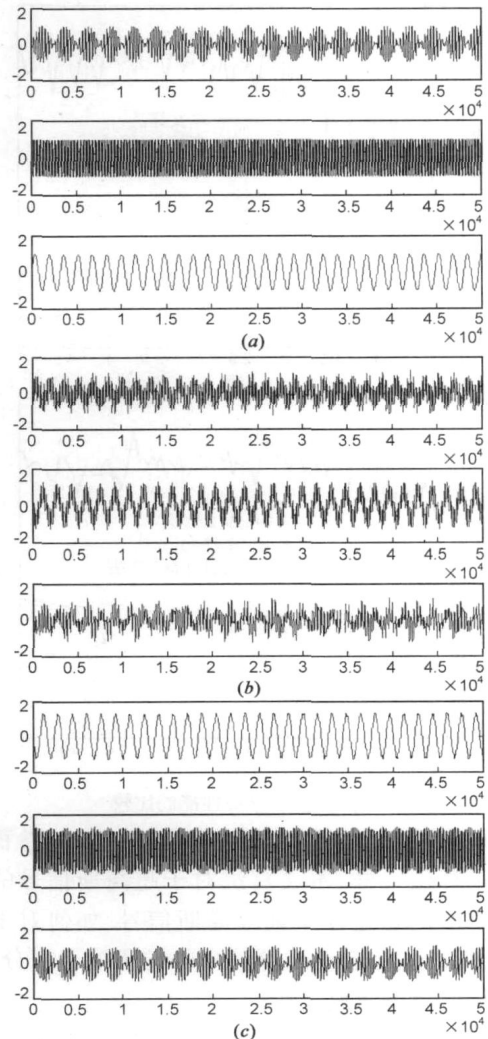


图 1 (a)源信号;(b)混合信号;(c)分离信号

6 结论

本文提出了一种分离卷积混合信源的算法. 通过本文提出的分离准则推导出了一种新的基于非线性 PCA 准则的 RLS 算法. 仿真实验表明, 本文算法对亚高斯信号的分离具有较快的收敛速度和较好的分离效果. 与一些现有的算法比较, 可以看出本文算法分离效果较优.

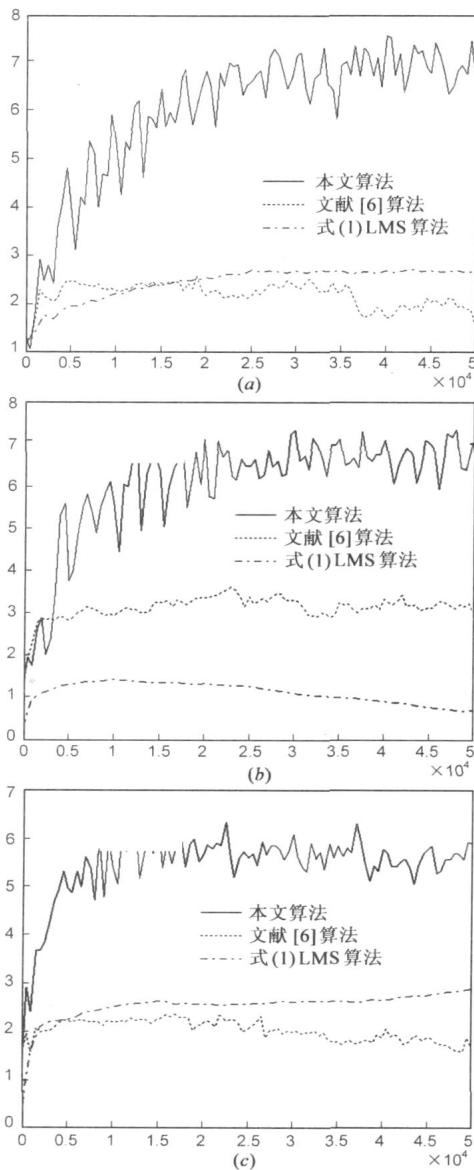


图 2 信号分离性能的比较

与现有的一些基于非线性 PCA 的瞬时、卷积混合盲源分离算法一样,本文算法对于超高斯信号的分离效果及算法的稳定性不如亚高斯信号。如何对本文算法改进,使之适应于任意源信号的卷积混合盲分离,将是我们进一步的研究工作。

参考文献:

- [1] S Amari, et al. Multichannel blind deconvolution and equalization using the natural gradient[A]. Proc IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communication[C]. Paris, France, 1997. 101–104.
- [2] P Comon. Independent component analysis, A new concept? [J]. Signal Processing, 1994, 36(3): 287–314.
- [3] A Dapena, et al. A novel frequency domain approach for mix-

tures of temporally white signals[J]. Digital Signal Processing, 2003, 13(2): 301–316.

- [4] A Dapena, et al. Inversion of the sliding Fourier transform using only two frequency bins and its application to source separation [J]. Signal Processing, 2003, 83(2): 453–457.
- [5] Q Lv, et al. A new algorithm for blind separation of convolutive mixture[A]. IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop[C]. Sitges, Spain, 2004. 422–426.
- [6] 吕齐,等. 卷积盲信号分离的非线性 PCA 方法[J]. 清华大学学报(自然科学版). 2006, 46(4): 492–494.
Q Lv, et al. Nonlinear PCA algorithm for blind separation of convolutive mixtures[J]. Tsinghua Univ (Sci&Tech), 2006, 46(4): 492–494. (in Chinese)
- [7] N Murata, et al. An approach to blind source separation based on temporal structure of speech signals[J]. Neurocomputing, 2001, 41(1–4): 1–24.
- [8] M Ohata, et al. An adaptive blind separation method using para Hermitian whitening filter for convolutedly mixed signals[J]. Signal Processing, 2007, 87(1): 33–50.
- [9] P Pajunen, et al. Least Squares methods for blind source separation based on nonlinear PCA[J]. Int J Neural Syst, 1998, 8(5–6): 601–612.
- [10] P Smaradis. Blind separation of convolved mixtures in the frequency domain[J]. Neurocomputing, 1998, 22(1–3): 21–34.
- [11] P Smaradis. Convolutional speech bases and their application to supervised speech separation [J]. IEEE Trans on Audio, Speech and Language Processing, 2007, 15(1): 1–12.
- [12] B Yang. Projection approximation subspace tracking[J]. IEEE Trans Signal Processing, 1995, 43(1): 95–107.
- [13] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- [14] X L Zhu, et al. Adaptive RLS algorithm for blind source separation using a natural gradient[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2002, 9(12): 432–435.
- [15] X L Zhu, et al. A fast NPCA algorithm for online blind source separation[J]. Neurocomputing, 2006, 69(7–9): 964–968.

作者简介:



马丽艳 女, 1983 年生于河北, 中国地质大学(武汉)数理学院应用数学专业硕士研究生。研究方向: 盲信号分离。E-mail: liyan_ma@126.com

李宏伟 男, 1965 年生于湖南, 中国地质大学(武汉)数理学院教授, 博士生导师, 研究方向: 高阶谱分析、独立分量分析、非平稳信号处理。