

束-离子通道系统的电磁慢波特性

王 斌^{1,2}, 郝保良², 刘濮鲲², 唐昌建¹

(1. 四川大学物理科学与技术学院, 四川成都 610065; 2. 中国科学院电子学研究所, 北京 100800)

摘 要: 利用荷流体线性微扰理论分析了无外加磁场时相对论电子束在离子通道中的三维扰动效应, 导出了系统的等效介电率张量. 对电磁波沿轴向传播的情况进行了详细研究和数值模拟计算, 得到了系统的色散关系. 结果表明, 此系统存在电磁慢波的传输特性. 电磁波与电子的 Betatron 振荡相互耦合, 可能是该系统出现电磁辐射的物理原因. 研究结果也旁证了: 由此系统电磁不稳定性所带来的电磁辐射, 在一定条件下可能是切连科夫辐射.

关键词: 离子通道; 介电率张量; 色散关系; 慢波特性

中图分类号: TN128 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2008) 06-1074-04

The Electromagnetic Slow-Wave Characteristics in the Beam-Ion Channel System

WANG Bin^{1,2}, HAO Bao liang², LIU Pu kun², TANG Chang jian¹

(1. College of Physical Science and Technology, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610065, China;

2. Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100800, China)

Abstract: The three dimensional perturbation effect of relativistic electron beam in ion channel is analyzed by use of the charge fluid linear perturbation theory without extra magnetic field. The equivalent dielectric tensor of the system is derived. Particular research and numerical calculation for propagating axial electromagnetic wave are presented. The dispersion relation of the system is obtained. It is clearly shown that the electromagnetic slow wave characteristics exist in the system. The electromagnetic radiation may result from the coupling of microwave mode to electronic Betatron motion. Finally, the research result gives a circumstantial evidence that the electromagnetic radiation, which brought from the electromagnetic instability in the system, might be Cherenkov radiation under a certain condition.

Key words: ion channel; dielectric tensor; dispersion relation; slow wave characteristics

1 引言

利用相对论电子束(REB)与等离子体相互作用产生电磁辐射的研究已有近三十年的历史,且一直被科学界相关领域所关注.由此发展起来了离子通道激光(ICL)^[1,2],离子波纹激光(IRL)^[3],离子通道电子回旋脉塞(ICECM)^[4,5],等离子体辅助慢波振荡器(PASOTRON)^[6,7]等互作用机理及实验,加速了高功率微波实验和器件的发展.由于相对论电子束在等离子体中传输时束、波、等离子体三者相互作用产生辐射的机理较为复杂,一直成为相关领域研究的热点问题.为了更加清楚的了解高能电子束在离子通道中的传输情况及离子通道激光(ICL)的束-波互作用产生辐射的机理问题,我们有必要深入研究束-离子通道这一特殊系统的电磁学传输特性.

本文采用荷流体线性微扰理论研究了无外加磁场时,束-离子通道系统中相对论电子束的三维扰动,在考虑离子通道空间电荷效应的基础上导出了将系统视为特殊电磁介质的等效介电率张量,并通过进一步研究介电率张量这一宏观物理量,分析了系统中电子束、电磁波、等离子体之间互作用的微观过程.对电磁波沿轴向传播的情况,文中进行了详细研究,通过适当的数值模拟计算,表明了系统存在电磁学慢波的传输特性,并讨论了系统有关参数的影响.电磁波与电子的 Betatron 振荡相互耦合可能是该系统出现电磁辐射的物理原因,这为研究与离子通道相关的慢波辐射(如 Cherenkov 辐射)问题奠定了一定的理论基础.

2 束-离子通道系统的物理模型

图1为本文所研究的束-离子通道系统物理模型的

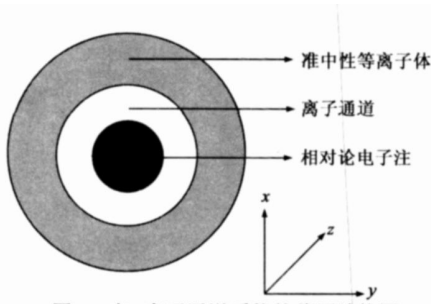


图 1 束-离子通道系统的截面结构图

结构图。一初始速度 $v = v_0 e_z$ 的相对论实心电子束沿轴向入射均匀等离子体空间, 其中 e_z 表示轴向单位矢量。当电子束单独存在时, 由于自身的荷电场与运动产生的磁场作用, 束流电子受到的电磁力为

$$F_{b,r} = \frac{n_b e^2}{2 \epsilon_0 \gamma^2 r} e_r \quad (1)$$

式中, ϵ_0 和 e 分别表示真空中介电常数和电子电量绝对值, n_b 为实心电子束密度, γ 为电子束的相对论因子, 且 $\gamma \cong 1 \sqrt{1 - \left(\frac{v_0}{C}\right)^2}$, 其中 C 为光速, e_r 是径向单位矢量, 在直角坐标系下 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ 。当考虑离子通道效应时, 离子电荷对束电子的力场为

$$F_{i,r} = - \frac{n_i e^2}{2 \epsilon_0} r e_r \quad (2)$$

式中, n_i 为通道中离子密度, 等于电子束入射前的均匀等离子体密度 n_p 。

如果系统满足 $|F_{i,r}| \gg |F_{b,r}|$, $\partial n_i / \partial t = 0$, $\nabla n_i = 0$ 且考虑相对论电子束沿轴向入射的持续时间 τ 满足 $\tau_e \ll \tau \ll \tau_i$ (τ_e 为电子振荡周期, τ_i 为离子振荡周期)^[1], 则由式(1)和(2)得到 $\gamma^2 n_i \gg n_b > n_i$, 电子束的头部将把等离子体中的电子排斥出去, 留下一相对静态的离子群, 称为离子通道 (Ion channel), 其半径 $R_i = R_b \sqrt{n_b / n_i}$, 其中 R_b 为实心电子束半径, 且离子通道内残留的电子很少, 电子束将在这一几乎是纯正离子背景通道中作 Berron 振荡^[1,8]。

3 束-离子通道系统中电子的三维扰动

电子荷流体所满足的相对论运动方程

$$\frac{d(\gamma m_0 v)}{dt} = - |e| (E + v \times B) \quad (3)$$

式中, m_0 为电子的静止质量, v 为电子的速度, E 与 B 分别为作用于电子的电场强度与磁感应强度。假定电子束的密度 n_b , 电流密度 J , 电子速度 v 及电场强度 E 均满足线性微扰理论的基本方程, 则对于沿轴向传播的情况, 都可以表示成如下形式

$$\Psi = \Psi_0 + \Psi_1 \exp[j(\omega t - k_z z)], \quad \Psi_1 \ll \Psi_0 \quad (4)$$

式中, Ψ_0 为稳态量, Ψ_1 为扰动量, ω 和 k_z 分别为电磁

波的角频率和纵向波数。考虑无纵向引导磁场即 $B_0 = 0$, 根据式(3)可得

$$\frac{d(\gamma m_0 v)}{dt} = - e (E_i + E_1 + v \times B_1) \quad (5)$$

式中, E_i 为通道中离子的空间电荷场, E_1 为高频电磁波电场。根据麦克斯韦方程组中的法拉第定理, 用电场表示磁场, 将方程式(5)按直角坐标系的三个方向分解并做线性化处理, 可以推得

$$\begin{cases} \gamma \left[\frac{\omega_p^2}{2\gamma} - (\omega - k_z v_0)^2 \right] v_{x1} = - j(\omega - k_z v_0) \frac{e}{m_0} \\ \quad \cdot \left[E_{x1} \left(1 - \frac{k_z v_0}{\omega} \right) + E_{z1} \frac{k_x v_0}{\omega} \right] \\ \gamma \left[\frac{\omega_p^2}{2\gamma} - (\omega - k_z v_0)^2 \right] v_{y1} = - j(\omega - k_z v_0) \frac{e}{m_0} \\ \quad \cdot \left[E_{y1} \left(1 - \frac{k_z v_0}{\omega} \right) + E_{z1} \frac{k_y v_0}{\omega} \right] \\ j(\omega - k_z v_0) v_{z1} = - \frac{e}{\gamma^3 m_0} E_{z1} \end{cases} \quad (6)$$

式中, $W_p = \left(\frac{n_p e^2}{\epsilon_0 m_0} \right)^{1/2}$ 为等离子体振荡角频率, E_{x1} , E_{y1} 及 E_{z1} 分别为高频电磁波电场三个方向的分量, k_x , k_y 及 k_z 分别为电磁波三个方向的波数。通过计算整理进而可得到电子束的三维扰动速度

$$\begin{cases} v_{x1} = - \frac{j(\omega - k_z v_0) e}{\gamma m_0 \left[\frac{\omega_p^2}{2\gamma} - (\omega - k_z v_0)^2 \right]} \left(\frac{\omega - k_z v_0}{\omega} E_{x1} + \frac{k_x v_0}{\omega} E_{z1} \right) \\ v_{y1} = - \frac{j(\omega - k_z v_0) e}{\gamma m_0 \left[\frac{\omega_p^2}{2\gamma} - (\omega - k_z v_0)^2 \right]} \left(\frac{\omega - k_z v_0}{\omega} E_{y1} + \frac{k_y v_0}{\omega} E_{z1} \right) \\ v_{z1} = - \frac{j e}{\gamma^3 m_0 (\omega - k_z v_0)} E_{z1} \end{cases} \quad (7)$$

利用连续性方程

$$\nabla \cdot J + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (8)$$

将电子束密度 $n_b = n_{b0} + n_{b1}$ 代入, 则连续性方程可线性化为

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_0 \frac{\partial}{\partial z} \right) n_{b1} + n_{b0} \nabla \cdot v_1 = 0 \quad (9)$$

得到电子束的扰动密度为

$$\begin{aligned} n_{b1} = & - \frac{j n_{b0} e}{\gamma m_0 \left[\frac{\omega_p^2}{2\gamma} - (\omega - k_z v_0)^2 \right]} \\ & \left[\frac{(\omega - k_z v_0) k_x}{\omega} E_{x1} + \frac{(\omega - k_z v_0) k_y}{\omega} E_{y1} + \frac{(k_x^2 + k_y^2) v_0}{\omega} E_{z1} \right] \\ & + \frac{j n_{b0} e k_z}{\gamma^3 m_0 (\omega - k_z v_0)^2} E_{z1} \end{aligned} \quad (10)$$

忽略高阶扰动小量, 则扰动电流密度可表示为

$$J_1 = - e (n_{b1} v_0 + n_{b0} v_1) \quad (11)$$

由此可求得电子束的三维扰动电流密度

$$\begin{cases} J_{x1} = \frac{jn_b0e^2(\omega - k_zv_0)}{\gamma m_0 \left[\frac{\omega_p^2}{2\gamma} - (\omega - k_zv_0)^2 \right]} \left(\frac{\omega - k_zv_0}{\omega} E_{x1} + \frac{k_x v_0}{\omega} E_{z1} \right) \\ J_{y1} = \frac{jn_b0e^2(\omega - k_zv_0)}{\gamma m_0 \left[\frac{\omega_p^2}{2\gamma} - (\omega - k_zv_0)^2 \right]} \left(\frac{\omega - k_zv_0}{\omega} E_{y1} + \frac{k_y v_0}{\omega} E_{z1} \right) \\ J_{z1} = \frac{jn_b0e^2v_0}{\gamma m_0 \left[\frac{\omega_p^2}{2\gamma} - (\omega - k_zv_0)^2 \right]} \left[\frac{(\omega - k_zv_0)k_x}{\omega} E_{x1} \right. \\ \left. + \frac{(\omega - k_zv_0)k_y}{\omega} E_{y1} + \frac{(k_x^2 + k_y^2)v_0}{\omega} E_{z1} \right] \\ - \frac{jn_b0e^2\omega}{\gamma^3 m_0 (\omega - k_zv_0)^2} E_{z1} \end{cases} \quad (12)$$

4 束-离子通道系统的介电率张量
根据系统满足的麦克斯韦方程

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + j\omega\epsilon_0\mathbf{E} \quad (13)$$

电子束的扰动效应可通过折合系统的介电率张量来描述, 写为如下形式

$$\mathbf{J}_1 + j\omega\epsilon_0\mathbf{E}_1 = j\omega\epsilon\mathbf{E}_1 \quad (14)$$

将式(12)代入上式, 整理后即可得出系统的等效介电率

$$\text{张量} \quad \epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & 0 & \epsilon_{13} \\ 0 & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (15)$$

其中

$$\begin{cases} \epsilon_{11} = \epsilon_{22} = \epsilon_0 \left\{ 1 + \frac{\omega_b^2(\omega - k_zv_0)^2}{\gamma\omega^2 \left[\frac{\omega_p^2}{2\gamma} - (\omega - k_zv_0)^2 \right]} \right\} \\ \epsilon_{13} = \epsilon_{31} = \epsilon_0 \frac{\omega_b^2(\omega - k_zv_0)k_xv_0}{\gamma\omega^2 \left[\frac{\omega_p^2}{2\gamma} - (\omega - k_zv_0)^2 \right]} \\ \epsilon_{23} = \epsilon_{32} = \epsilon_0 \frac{\omega_b^2(\omega - k_zv_0)k_yv_0}{\gamma\omega^2 \left[\frac{\omega_p^2}{2\gamma} - (\omega - k_zv_0)^2 \right]} \\ \epsilon_{33} = \epsilon_0 \left\{ 1 + \frac{\omega_b^2(k_x^2 + k_y^2)v_0^2}{\gamma\omega^2 \left[\frac{\omega_p^2}{2\gamma} - (\omega - k_zv_0)^2 \right]} - \frac{\omega_b^2}{\gamma^3(\omega - k_zv_0)^2} \right\} \end{cases}$$

式中, $\omega_b = \left(\frac{n_b e^2}{\epsilon_0 m_0} \right)^{1/2}$ 为电子束振荡角频率. 式(15)为无外加磁场情况下束-离子通道系统最基本的等效介电率张量形式.

5 束-离子通道系统的色散特性

在大多数情况下, 如回旋速调管、相对论行波管等, 电磁波通常沿轴向 e_z 方向传播. 对于沿此方向传播的电磁波, $k_x = k_y = 0, k_z \neq 0$, 此时系统的介电率张量式(15)可简化为

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\text{其中} \quad \begin{cases} \epsilon_1 = \epsilon_0 \left\{ 1 + \frac{\omega_b^2(\omega - k_zv_0)^2}{\gamma\omega^2 \left[\frac{\omega_p^2}{2\gamma} - (\omega - k_zv_0)^2 \right]} \right\} \\ \epsilon_2 = \epsilon_0 \left[1 - \frac{\omega_b^2}{\gamma^3(\omega - k_zv_0)^2} \right] \end{cases} \quad (17)$$

分析可知, 系统此时的介电率张量形式为单轴晶体的介电张量形式, 即对角张量只有三个对角元素, 且三个对角元素中有两个相同, 另一个不同, 这个具有不同介电率元素的坐标轴称为光轴^[9] (这里光轴为 z 轴).

在电各向异性媒质中, 平面波的电场 E 的波动方程表示为

$$k^2 E - k(k \cdot E) - \omega^2 \mu_0 \epsilon \cdot E = 0 \quad (18)$$

对于沿轴向 e_z 方向传播的电磁波, 将式(17)代入式(18), 可以得到满足波动方程解的波

$$k_z = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_c} \quad (19)$$

其中, ϵ_0 表示所求波的等效相对复介电常数, 且

$$\epsilon_c = 1 + \frac{\omega_b^2(\omega - k_zv_0)^2}{\gamma\epsilon^2 \left[\frac{\omega_p^2}{2\gamma} - (\omega - k_zv_0)^2 \right]} \quad (20)$$

由于折射率 μ 与衰减系数 χ 分别满足如下关系^[10]

$$\mu = \text{Re} \left\{ \sqrt{\epsilon_c} \right\} \quad (21)$$

$$\chi = -\text{Im} \left\{ \sqrt{\epsilon_c} \right\} \quad (22)$$

令 $\sqrt{\epsilon_c} = x, \frac{\omega_b}{\omega} = \bar{\omega}_b, \frac{\omega_p}{\omega} = \bar{\omega}_p$, 则式(20)可以写为

$$a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0 \quad (23)$$

$$\text{其中} \quad \begin{cases} a_4 = -\gamma\beta^2 \\ a_3 = 2\gamma\beta \\ a_2 = \frac{\bar{\omega}_p^2}{2} - \gamma(1 - \beta^2) - \bar{\omega}_b^2\beta^2 \\ a_1 = -2\beta(\gamma - \bar{\omega}_b^2) \\ a_0 = -\frac{\bar{\omega}_p^2}{2} + \gamma - \bar{\omega}_b^2 \end{cases} \quad (24)$$

式中, $\beta = \frac{v_0}{C}, \gamma = 1 / \sqrt{1 - \beta^2}$. 利用计算机进行数值模拟计算, 去掉两个与物理不符的解, 可以得到如图 2 所示的色散曲线. 分析图 2 得到如下结果:

(1) 系统中的电磁波的确存在慢波传输特性, 且具有不稳定点出现.

(2) 系统存在的两个色散关系, 如图 2 所示, 分别对应于电磁波与 Betatron 波的色散情况. 结合图 2 两图可以发现, 电磁波与 Betatron 波存在互相耦合区, 这可能是该系统出现电磁辐射的物理原因. 另外, 根据 Cherenkov 辐射的条件: 电子的速度应大于电磁波在介质中的光速, 那么对于 Cherenkov 辐射而言, 其色散关系只能取在色散关系(a)~(c)谐振点左边的范围和色散关系(d)~(f)谐振点右边的范围, 这正好构成两波耦合的条件.

具体考虑入射电子束速度为 $\beta = \frac{v_0}{C} = 0.7$ 的 Cherenkov 辐射色散曲线, 应确定在色散关系 (a) ~ (c) 中 $\omega_p^2 / \omega^2 > 0.64$ 和色散关系 (d) ~ (f) 中 $\omega_p^2 / \omega^2 < 0.64$ 的范围进行研究。

(3) 系统的不稳定点位于 $\omega \approx k_z v_0 + \omega_p / \sqrt{2} v$ 处, 与理论值式 (20) 相符合, 此处电子束与波相互作用耦合产生谐振。

(4) 电磁波产生的不稳定性是由于其与束-等离子体相互作用的结果, 不同的入射电子束能量将影响它的衰减(或增长)情况, 且存在一最佳的入射电子束能量使束-波相互作用产生波增长(或衰减)的现象最明显。

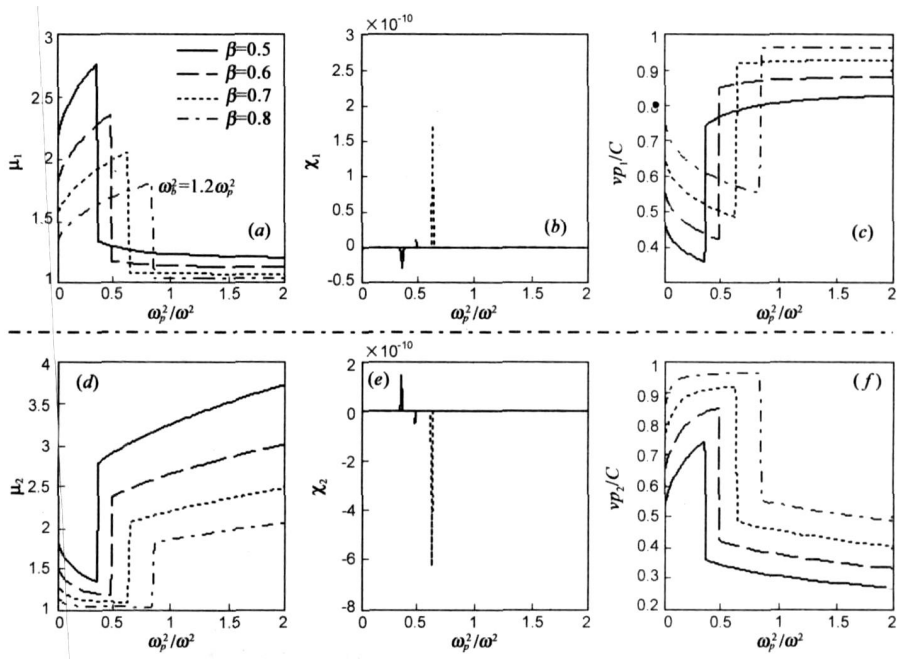


图 2 折射率、衰减系数及相速的色散曲线
2004, 92(8): 489- 497.

6 结论

无外加磁场时, 束-离子通道系统中电子的三维扰动引起的等效介电率张量具有较复杂的形式, 正好反映了束、波、等离子体三者之间复杂的相互作用关系。在电磁波沿轴向传播的情况下, 此介电率张量的形式变为单轴晶体的介电张量形式。数值模拟结果表明, 系统的确存在电磁慢波传输特性, 且系统在 $\omega \approx k_z v_0 + \omega_p / \sqrt{2} v$ 处出现不稳定性, 不稳定性产生波的增长(或衰减)受入射电子束能量及等离子体密度的影响, 由此不稳定性带来的辐射可能为 Cherenkov 辐射^[11]。电磁波与 Betatron 波通过电子束耦合起来, 可能是该系统出现电磁辐射的物理原因。但是其它因素, 如粒子碰撞, 离子通道中正离子分布及电磁波沿横向传播情况下对系统电磁学传输特性的影响等方面的问题尚需进一步研究。

参考文献:

[1] Whittum D H, Sessler A M, Dawson J M. Iorr channel laser [J]. Phys Rev Lett, 1990, 64(21): 2511- 2514.
 [2] Chen K R, Katsouleas T C, Dawson J M. On the amplification mechanism of the iorr channel laser[J]. IEEE Trans on Plasma Science, 1990, 18(5): 837- 841.
 [3] Chen K R, Dawson J M. Iorr ripple laser[J]. Phys Rev Lett, 1992, 68(1): 29- 32.
 [4] Tang C J, Liu P K, Liu S G. Electromagnetic instability in an iorr channel electron cyclotron maser[J]. J Phys D: Appl Phys, 1996, 29: 90- 94.
 [5] Tang C J, Gong Y B, Hao B L. A time depend nonr linear theory of ion channel electron cyclotron maser[J]. Int J Electronics,

[6] Bliokh Y P, Nusinovich G S. Temporal evolution of electron beam transport in PASOTRON microwave sources[J]. IEEE Trans on Plasma Science, 2001, 29(6): 951- 959.
 [7] Nusinovich G S, Carmel Y, Shkvarunets A G, et al. The parsontron: Progress in the theory and experiments[J]. IEEE Trans on Electron Devices, 2005, 52(5): 845- 857.
 [8] 唐昌建, 宫玉彬, 杨玉芷. 二维相对论运动等离子体的介电率张量[J]. 物理学报, 2004, 53(4): 1145- 1149.
 Tang C J, Gong Y B, Yang Y Z. Dielectric tensor of 2D relativistic motional plasma[J]. Acta Physica Sinica, 2004, 53(4): 1145- 1149. (in Chinese)
 [9] 张克潜, 李德杰. 微波与光电子学中的电磁理论[M]. 北京: 电子工业出版社, 2001. 489- 491.
 [10] Heald M A, Wharton C B. Plasma Diagnostics with Microwaves[M]. New York, London, Sydney: John Wiley & Sons Inc, 1965. 4- 12.
 [11] 王斌, 唐昌建, 刘濮鲲. 离子通道中相对论电子注的切连科夫辐射[J]. 物理学报, 2006, 55(11): 5953- 5958.
 Wang B, Tang C J, Liu P K. Cherenkov radiation of relativistic electron beam in the iorr channel[J]. Acta Physica Sinica, 2006, 55(11): 5953-5958. (in Chinese)

作者简介:

王 斌 男, 1982年2月出生于重庆市, 分别于2004年和2007年在四川大学毕业并获得学士和硕士学位, 现为中国科学院电子学研究所博士研究生, 主要研究方向为高功率微波器件。
E-mail: raulbinscu@163.com

郝保良 男, 1980年7月出生于山东菏泽, 分别于2003年和2005年在四川大学毕业并获得学士和硕士学位, 现在中国科学院电子学研究所从事微波和毫米波器件的研制工作。