

# 存在误差情况下的 QSP 波束成形器性能分析

史双宁<sup>1</sup>, 尚 勇<sup>1</sup>, 梁庆林<sup>1</sup>, 梁 斌<sup>2</sup>

(1. 北京大学信息科学技术学院, 北京 100871; 2. 新疆石河子大学信息科学技术学院, 新疆石河子 832003)

**摘要:** 在移动通信中, 由于移动而导致信号波达方向不断变化, 同时天线阵导向矢量扰动误差和采样协方差矩阵估计误差的存在, 使得传统波束成形器产生波束畸变和明显的输出信干噪比下降. QSP 波束成形器作为一种新的鲁棒性波束成形器, 在上述应用场景, 具有很好的性能. 本文分析了 QSP 波束成形器的性能, 并通过仿真比较验证了 QSP 波束成形器的有效性. 分析和实验表明, 在上述应用环境中, 通过适当调整影响因子, QSP 波束成形器较传统波束成形器有更稳定的输出性能.

**关键词:** 波束成形; 量子信号处理; 影响因子; 阵列误差

**中图分类号:** TN911. 23      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2008) 06-1088-04

## The Performance of QSP Beamformer with Array Error

SHI Shuang ning<sup>1</sup>, SHANG Yong<sup>1</sup>, LIANG Qing-lin<sup>1</sup>, LIANG Bin<sup>2</sup>

(1. School of Electronics Engineering and Computer Science, Peking University, Beijing 100871, China;

2. School of Electronics Engineering and Computer Science, Shihezi University, Shihezi, Xinjiang, 832003, China)

**Abstract:** the movement of the terminals in mobile communication which leads to the continuous changing of the DOAs of all signals, the random steering vector errors and the covariance matrix estimation errors result in the degradation of the output SINR with conventional beamformer. As a new robust beamformer, QSP beamformer presents its good performance in that situation depending on its efficiency and validity. The simulations prove the stable output can be maintained in different environment with different impact factor.

**Key words:** beamforming; quantum signal processing; impact factor; array error

### 1 引言

在第三代移动通信中, 随着智能天线技术的发展, 波束成形也得到广泛应用. 波束成形器<sup>[1,2]</sup>设计的主要任务是调整天线阵上各阵元的权值, 使方向图在期望信号方向形成主波束, 而在干扰信号方向上形成零陷, 从而在期望信号方向获得高的输出信干噪比. 但在实际工作环境中, 由于系统中用户的移动, 以及传统波束成形器中导向矢量扰动误差和采样协方差矩阵估计误差的存在, 传统波束成形器的输出性能明显下降. 用户的移动, 使得真实的信号波达方向和由波达方向估计算法得到的估计值之间存在误差; 导向矢量扰动误差指的是天线阵列的理想导向矢量和实际导向矢量之间存在失配误差, 这种误差可能是由于信号波前畸变、阵元误差、阵元位置误差和导向矢量计算误差等因素引起的; 信号的估计采样协方差矩阵的估计误差指的是在传统波束成

形器最优权的计算中, 接收信号的协方差矩阵是用有限次快拍数据得到的, 因此与理想协方差矩阵存在误差.

对于存在误差情况下波束成形器的校正, 已有不少文献讨论这个问题<sup>[3-5]</sup>. 我们提出的基于量子信号处理 (QSP)<sup>[6]</sup>框架的 QSP 波束成形器<sup>[7]</sup>, 无需估计接收信号的协方差矩阵, 且对用户移动造成的波达方向角度的改变以及阵列误差不敏感, 所以比较适合应用于上述工作环境中.

文章下面的内容主要由三部分组成: 首先给出存在阵列误差条件下的信号模型, 并简单介绍 QSP 波束成形器的原理; 然后对存在误差情况下的 QSP 波束成形器的性能进行分析和仿真; 最后给出本文的结论.

### 2 阵列误差模型

设空间远场有  $J$  个用户发送窄带平稳信号  $\{s_j(t), j = 1, \dots, J\}$ , 其来波方向分别为  $\{\theta_j, j = 1, \dots, J\}$ , 接收

端使用的  $M$  个阵元的半波长等距线阵, 每个阵元上的窄带加性高斯白噪声为  $\{n_m(t), m=1, \dots, M\}$ , 且有相同的方差  $\sigma^2$ . 那么来波方向为  $\theta_j$  的信号对应的导向矢量可以写为

$$\mathbf{a}(\theta_j) = [1, \exp(-j\pi \sin(\theta_j)), \dots, \exp(-j\pi(M-1)\sin(\theta_j))]^T,$$

接收端第  $k$  次快拍得到的数据采样值为:

$$\mathbf{x}_k(t) = \sum_{j=1}^J \mathbf{a}(\theta_j) s_j(t) + \mathbf{n}_k(t) \quad (1)$$

其中,  $k$  指的是快拍次数  $k=1, \dots, K$ ,  $K$  是快拍数;  $\mathbf{n}(t) = [n_1(t), \dots, n_M(t)]^T$ .

假定信号、干扰和噪声相互独立,  $K$  趋近于无穷, 同时, 所有信号的导向矢量没有误差, 那么, 针对来波方向为  $\theta_j$  的信号的最优线性波束成形权值可写为:

$$\mathbf{w}_j = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta_j) \quad (2)$$

其中  $\mathbf{R} = E\{\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)\}$  为接收数据的协方差矩阵.

而实际工作环境中, 由于系统内用户的移动导致接收信号的来波方向不再是稳定的  $\theta_j$ , 而是存在一定偏差的, 这种偏差可看作是一个满足均值为 0, 方差为  $\sigma_\theta^2$  的高斯随机变量, 记为  $\theta_e$ , 那么信号的真实来波方向就变为  $\theta_j + \theta_e$ , 导向矢量记为  $\mathbf{a}(\theta_j + \theta_e)$ . 同样, 由于理想信号特征和阵列结构与实际情况存在失配现象, 使得所有信号的导向矢量都产生了误差, 即期望信号导向矢量和干扰信号导向矢量同时偏离了理论值, 这种扰动误差导致的期望信号导向矢量的变化可以用一个均值为 0, 方差为  $\sigma_a^2$  的高斯随机矢量  $\mathbf{a}_e$  来表示, 同时考虑到上文提到的由于系统用户移动产生的来波方向的变化, 那么真实的信号导向矢量应该写为  $[\mathbf{a}(\theta_j + \theta_e) + \mathbf{a}_e]$ , 第  $k$  次快拍后得到的实际采样数据为

$$\mathbf{x}_k(t) = \sum_{j=1}^J (\mathbf{a}_k(\theta_j + \theta_e) + \mathbf{a}_e) s_j(t) + \mathbf{n}_k(t) \quad (3)$$

同样, 由于采样协方差快拍算法中的协方差矩阵  $\mathbf{R}$  是基于有限次快拍数据的, 所以与理想的  $\mathbf{R}$  之间存在着估计误差, 它会导致特征值的扩散, 也最终影响到传统波束成形器的输出性能.

### 3 QSP 波束成形器

上文讨论的各种误差, 主要是由于导向矢量  $\mathbf{a}(\theta)$  的不真实以及协方差矩阵  $\mathbf{R}$  的不精确导致的. 作者在文献[7]中给出的 QSP 波束成形器, 由于只需已知理想波达方向, 因此可以较好改善导向矢量的不真实带来的波束成形输出性能的不稳定.

QSP 波束成形器的主要原理简述如下: 假设在 Hilbert 空间  $\mathcal{H}$  中存在  $J$  个导向矢量  $\{\mathbf{a}(\theta_j), j=1, \dots, J\}$ . 在给定向量组  $\{\mathbf{a}(\theta_j), j=1, \dots, J\}$  的基础上, 针对不同信号分别使用不同的影响因子  $\{q_j, j=1, \dots, J\}$ , 构建

一组有彼此正交的向量组  $\{\mathbf{w}(\theta_j), j=1, \dots, J\}$ , 在最小平方的约束下, 与已知向量组  $\{\mathbf{a}(\theta_j), j=1, \dots, J\}$  最接近. 同时, 那么, 待求向量组  $\{\mathbf{w}(\theta_j), j=1, \dots, J\}$  应该使下式取得最小值:

$$\epsilon_{LS} = \sum_{j=1}^J q_j \langle \mathbf{a}(\theta_j) - \mathbf{w}(\theta_j), \mathbf{a}(\theta_j) - \mathbf{w}(\theta_j) \rangle \quad (4)$$

同时, 满足约束:

$$\langle \mathbf{w}(\theta_j), \mathbf{w}(\theta_{j'}) \rangle = c^2 \delta_{jj'} \quad j \neq j' \quad (5)$$

$$q_1 + q_2 + \dots + q_J = 1 \quad (6)$$

其中,  $c$  为大于零的常数,  $\delta_{jj'}$  表示要求待求向量彼此正交. 在以上式(5)、(6)的约束下, 求解式(4)得到:

$$\mathbf{w}(\theta_j) = c \mathbf{a}(\theta_j) \mathbf{Q} ((\mathbf{Q}^* \mathbf{A} \mathbf{Q})^{1/2})^\dagger \quad \{1 < j < J\} \quad (7)$$

其中  $(\cdot)^\dagger$  表示  $(\cdot)$  的伪逆,  $\mathbf{Q}$  是影响因子  $q_j$  组成的对角阵  $\mathbf{Q} = \text{diag}(q_1, q_2, \dots, q_J)$ .

由式(7)可知, 选择不同的影响因子能够得到不同的性能. 针对来波方向为  $\theta_j$  信号, 如果  $q_j$  的取值较大, 那么得到的  $\mathbf{w}(\theta_j)$  与空间匹配波束成形器的导向矢量  $\mathbf{a}(\theta_j)$  更接近, 这就意味着此信号经过波束成形器后可以得到高信噪比输出, 这种情况适用在噪声很大的环境下. 如果  $q_j$  的取值较小, 那么得到的  $\mathbf{w}(\theta_{j \neq j})$  与空间匹配波束成形器的导向矢量  $\mathbf{a}(\theta_{j \neq j})$  更接近, 而由约束式可知  $\mathbf{w}(\theta_{j \neq j})$  与  $\mathbf{w}(\theta_j)$  正交, 所以得到的  $\mathbf{w}(\theta_j)$  与导向矢量  $\mathbf{a}(\theta_{j \neq j})$  接近正交, 这就意味着此信号经过波束成形器后可以得到高信干比输出, 这种情况适用在干扰信号很大的环境下. 所以 QSP 波束成形器可以根据应用环境的不同, 适当调整影响因子, 从而实现此环境下的信干噪比(SINR)的较好输出.

### 4 仿真分析与比较

仿真环境 天线使用的是半波长 4 阵元等距线阵. 系统有两个来波信号, 波达方向分别为 0 度和 15 度, 其中, 0 度的信号为期望信号, 15 度的信号为干扰信号, 信干比为 0dB, 分配期望信号的影响因子为  $q_1=0.1$ , 仿真中使用的波束成形算法为传统的最小方差无畸变波束成形(MVDR)波束成形器和 QSP 波束成形器.

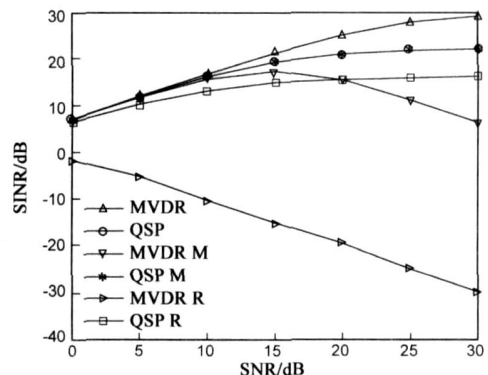


图 1 波束成形器的输出 SINR

**实验 1** 信号的波达方向精确已知(信号没有移动), 天线阵列没有扰动误差, 此时的性能输出如图 1 中 MVDR 和 QSP 曲线所示. 可以发现: 当所有来波信号的波达方向非常稳定, 且精确已知, 没有任何变化的时候, 此时传统波束成形器即 MVDR 波束成形器的输出性能很好, 随着信噪比的提高, QSP 波束成形器性能与线性最优波束成形器性能之间的差距越来越大.

**实验 2** 假设天线阵列没有扰动误差, 用户在以接收端为圆心、2 公里半径长的圆弧切线方向上以 80km/h 的速度做匀速运动, 导致信号波达方向发生变化, 即在 1ms 的时间里, 系统用户波达方向角度变化 0.6 度, 可以认为  $3\alpha_0 \approx 0.6$ , 得到图 1 中 MVDR M 和 QSP M 曲线. 此时发现, 当系统只有由于用户移动导致波达方向角度产生很小的变化时, 随着系统信噪比的增高, 传统波束成形器的性能有明显下降, 而 QSP 波束成形器基本保持不变.

**实验 3** 假设系统内用户没有移动, 即波达方向精确已知无变化, 此时系统只有扰动误差导致的期望信号波达方向导向矢量存在随机偏差, 其中的  $\sigma_a^2 \approx 0.1$ , 波束成形器输出性能如图 1 中 MVDR R 和 QSP R 所示. 此时发现, 导向矢量上非常小的随机误差就导致传统波束成形器性能严重下降, 尤其是在高信噪比的情况下. QSP 波束成形器性能仅有部分下降, 相对 MVDR 要稳定的多.

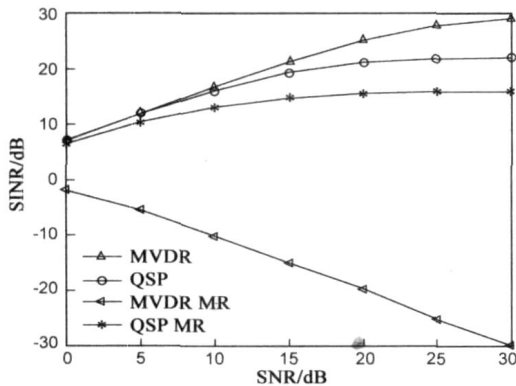


图 2 波束成形器的 SINR 输出

**实验 4** 考虑实际情形下, 既有移动导致的角度误差, 同时又有导向矢量随机误差的情况下, 移动误差和随机矢量误差的实验数值与上述实验 2 和 3 中的相同, 仿真结果如图 2 所示, 其中的 MVDR 和 QSP 曲线同样是在天线阵列没有误差时的性能输出, 而 MVDR MR 和 QSP MR 曲线是既有移动导致误差又有随机矢量误差得到的输出. 比较图 2 中的 MVDR 和 MVDR MR 曲线, 发现此时 MVDR 波束成形输出性能严重下降. 与图 1 比较可得, 导向矢量的随机误差是当前工作环境下传统波束成形器性能下降的主要原因, 而 QSP 波束成形器的性能

如图 2 中 QSP MR 曲线所示, 在两种误差并存的条件下, 其输出性能依然保持良好, 显示出其良好的鲁棒性.

**实验 5** 从实验 1 可以发现, 随着信噪比的升高 QSP 波束成形器的性能与 MVDR 波束成形器性能相差越来越大, 根据 QSP 波束成形器的原理, 在高信噪比低信干比的情况下, 期望信号的影响因子越小, 输出的 SINR 会越高. 本实验相对实验 4 增加了期望信号影响因子  $q_1$  为 0.01 的仿真输出, 结果与上文分析一致, 如图 3 所示. 图中的 QSPS 和 QSPS MR 两条曲线就是期望信号影响因子  $q_1$  为 0.01 时, 阵列无误差和有误差两种情况下的输出. QSPS 在高信噪比下的输出较 QSP 曲线好证明了高信噪比低信干比时, 小的期望信号影响因子有更好的输出. 同时还发现: QSPS 曲线较 MVDR 曲线也好, 这主要是由于实际工作中高点数采样的难以实现进一步影响 MVDR 波束成形器的输出性能. QSPS MR 曲线则表示了小的影响因子的 QSP 波束成形器同样不能避免阵列误差导致的输出性能的损失.

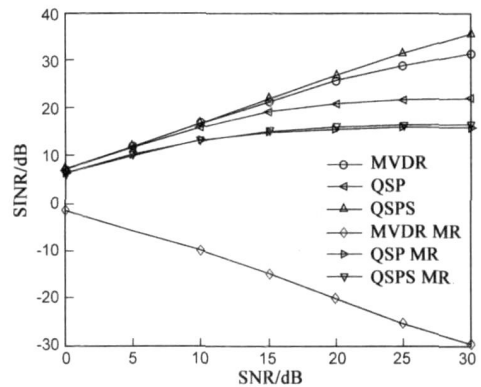


图 3 波束成形器的 SINR 输出

综上所述, 在理想条件下, MVDR 波束成形器具有最佳的性能; 但是由于实际系统中存在着各种非理想情况导致的误差, 影响了传统的 MVDR 波束成形器的输出性能, 且有些误差例如导向矢量的随机偏差等, 会导致 MVDR 的输出性能严重恶化. 而 QSP 波束成形器能较好避免各种误差带来的影响, 输出性能较稳定.

## 5 结论

以上讨论了在移动通信系统中, 用户的移动带来的波达方向角度偏差, 天线阵列扰动误差带来的导向矢量随机矢量误差对波束成形的影响. 研究表明, 移动导致的角度误差和导向矢量上的扰动误差都会影响传统波束成形器输出性能. 而 QSP 波束成形器可以针对不同工作环境, 通过适当调整影响因子, 实现此工作环境下的稳定且良好的输出性能, 具有较强的鲁棒性, 比较适合于工作在存在上述误差的环境中.

## 参考文献:

- [ 1 ] 张贤达, 保铮. 通信信号处理[ M ]. 长沙: 国防工业出版社, 2000. 320– 324.  
ZHANG Xianda, BAO Zheng. Communication Signal Processing[ M ]. Changsha: The publishing house of the National Defence Industry, 2000. 320– 324. (in Chinese)
- [ 2 ] Barry D Van Veen, Kevin M Buckley. Beamforming: A versatile approach to spatial filtering[ J ]. IEEE ASSP Magazine, 1988, 5( 2 ): 4– 24.
- [ 3 ] 王安义, 保铮, 张林让. 阵列估计误差和扰动误差引起方向图畸变的校正[ J ]. 西安电子科技大学学报, 1999, 26( 5 ): 614– 618.  
WANG Anyi, BAO Zheng, ZHANG Linrang. Remedies of the estimation errors and perturbation errors[ J ]. Journal of Xidian University, 1999, 26( 5 ): 614– 618. (in Chinese)
- [ 4 ] Carlson B D. Covariance matrix estimation errors and diagonal loading in adaptive arrays[ J ]. IEEE Trans on AES, 1988, 24( 4 ): 397– 401.
- [ 5 ] Chou C, Lee J H. Robust adaptive array beamforming under steering vector errors[ J ]. IEEE Trans on AP, 1997, 45( 1 ): 168– 175.
- [ 6 ] Yonina C Eldar, Alan V Oppenheim. Quantum signal processing[ J ]. IEEE Signal Processing Magazine, 2002, 19( 6 ): 12– 32.
- [ 7 ] 史双宁, 任术波, 尚勇, 梁庆林, 项海格. 基于量子信号处理的波束成形[ A ]. 第 13 届信息论年会学术论文集[ C ]. 长沙: 国防科技大学出版社, 2005. 147– 149.  
SHI Shuangning, REN Shubo, SHANG Yong, LIANG Qinglin, XIANG Haige. Beamforming based on quantum signal processing[ A ]. The 13-th academic conference of CIE[ C ]. Changsha: The publishing house of the National University of Defence Technology, 2005. 147– 149. (in Chinese)

## 作者简介:

史双宁 男, 1980 年出生于河北滦平. 主要从事量子信号处理、多用户检测和波束成形技术方向的研究. E-mail: shsh@ele.pku.edu.cn

尚勇 男, 研究方向和兴趣: 通信信号处理和雷达信号处理. E-mail: shangyong@pku.edu.cn

梁庆林 男, 1941 年生于河北省青龙县. 主要从事扩展频谱技术和数字通信技术等方面的研究工作.

梁斌 男. 主要研究方向为通信信号处理和雷达信号处理.