

# 干涉合成孔径雷达的垂直基线对图像相干性的影响

孟祥东, 王彤, 保铮

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室, 陕西西安 710071)

**摘要:** 本文指出了 InSAR 中垂直基线是影响图像相干性的重要因素, 论证了现有的直接计算相关系数的公式是基于理想信号得出的, 然后结合实际雷达信号的频率特性推导出了一个直接计算相关系数的公式, 并给出了在各种斜坡地形情况下相关系数与垂直基线的变化关系. 这种计算方法及其数值结果可用于对干涉合成孔径雷达的基线设计和性能评估.

**关键词:** 干涉合成孔径雷达; 高程测量; 地面动目标检测; 垂直基线; 相干性

**中图分类号:** TN957 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2008) 06 1222-05

## The Effect of the Perpendicular Baseline on Coherence for SAR Images in InSAR

MENG Xiang dong, WANG Tong, BAO Zheng

(National Key Lab for Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

**Abstract:** We propose that perpendicular baseline in InSAR is an important factor affecting the coherence of image pairs, and demonstrate that the existing formula for coherence calculation is based on ideal signal. Then a formula for calculating the correlation coefficient is deduced in combination with the frequency characteristics of radar signals. Furthermore, the changing relationship between correlation coefficient and perpendicular baseline in case of any slope terrain is illustrated. This approach and its numerical results can be referenced in InSAR baseline designing and performance evaluation.

**Key words:** InSAR; topographic mapping; GMTI; perpendicular baseline; coherence

### 1 引言

干涉合成孔径雷达能够增强 SAR 获取信息的能力, 主要用于地面高程估计和地面运动目标检测. 在航迹法平面内, 垂直于航迹的基线可以分解为沿视线方向的分量和垂直于视线方向的分量, 其中沿视线方向的分量对相干性无影响, 而垂直于视线方向的分量会使图像配准更加困难, 还会使 SAR 图像去相干<sup>[1,2]</sup>. 本文提到的垂直基线是指实际基线在航迹法平面内和雷达视线垂直的分量. 相关系数不仅与两天线的视角有关, 而且还与地形状况有关. 为了估计视角对相关系数的影响, 常假设地面是由众多随机均匀分布的散射点组成, 且满足 Born 一阶近似, 即只考虑各散射点的一次散射. 对于起伏不大的地块, 这一假设通常是满足的.

当前, 常用的相关系数估计方法有两种: 一种是模拟算法, 对于某一分辨单元和入射角, 在分辨单元内随机地放置众多的散射点, 并考虑信号波形的影响, 计算不同入射角的回波. 用多次不同的随机分布, 可以计算得到它们的相关系数. 另一种是直接算法, 虽然对于不同入射角的信号频率是相同的, 但是地面波数谱与

入射角  $\beta$  的正弦是成正比的. 由于信号频带  $\Delta f$  通常远小于中心频率  $f_0$ , 因而可认为两回波信号因入射角的不同而发生了一个平移, 其平移值为<sup>[3]</sup>,

$$\Delta f_1 = \frac{f_0 \Delta \beta}{\tan \beta} \quad (1)$$

两者的频带不再完全重合.

文献[4~6]在考虑空间去相干时, 认为只有频带重合的部分两者是相关的, 而不重合的部分完全不相关, 由此得到的相关系数的估计值为,

$$\rho = 1 - \left| \frac{\Delta f_1}{\Delta f} \right| \quad (2)$$

其中  $\Delta f$  表示系统带宽, 这是用直接算法得到的比较简单的结果. 但是, 根据给定的信号频带和入射角, 用上述两种方法对相关系数进行估计, 二者结果有很大的差别. 本文认为这是基于不同波形假设的造成的. 估计相关性不仅要考虑信号频带, 还要考虑信号的波形. 本文根据上述模拟计法的概念, 考虑了实际波形推导出了直接计算相关系数值的表达式, 计算结果与模拟算法相吻合, 而且便于实际应用.

## 2 InSAR 天线与地形的几何关系

InSAR 的模型如图 1 所示,  $T_1$  和  $T_2$  分别表示两天线的相位中心; 它们的垂直高度分别为  $H, H+B$ , 下视角分别为  $\theta_1, \theta_2$ , 入射角分别为  $\beta_1, \beta_2$  (法线左侧为正);  $B$  为实际基线长度;  $B_n$  则表示基线  $B$  在垂直于天线射线方向上的长度分量, 即垂直基线;  $r$  为地球曲率半径. 假设地形为理想的斜坡, 倾斜角度为  $\alpha$ . 以地面分辨单元的中心点  $O$  为原点建立直角坐标, 沿斜面向右为  $x$  轴的正方向.

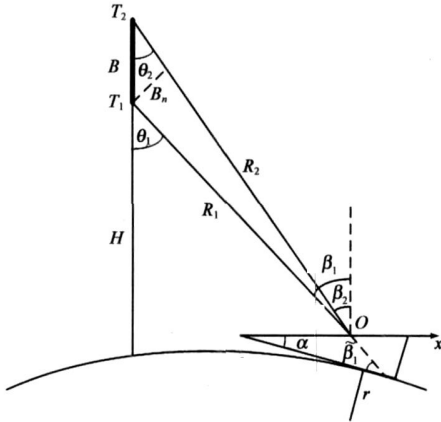


图 1 天线与地形几何关系

两天线的相位中心在航迹法平面中的位置有一定的差异, 当观测同一场景时, 二者在同一垂直线上. 由于斜距远大于地面分辨单元长度, 我们可以做平面波假设. 考虑地球曲率的影响入射角的表达式为

$$\beta_1 = \arcsin\left[\frac{(H+r)\sin\theta_1}{r}\right] - \alpha \quad (3)$$

## 3 理想矩形带限信号的相关系数模拟计算

SAR 成像时距离向脉压后一个距离单元的信息是由地面上相应的一段较长区域里的大量散射点决定的, 地面上同一分辨单元对于不同视角的相关系数决定于单元内众多散射点子回波向量和之间的差异, 它既与视

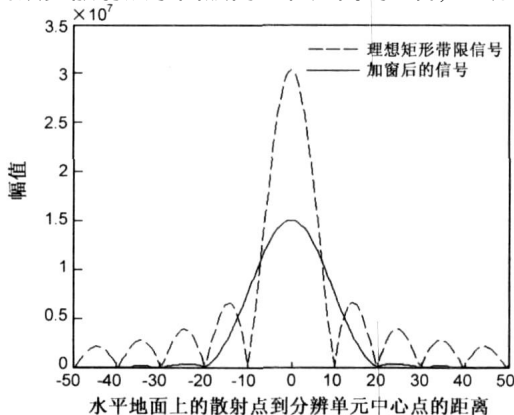


图 2. 信号的地面响应函数

角有关又与分辨单元的长度有关. 成像时响应函数的副瓣会沿着地面纵向延伸, 如图 2 所示. 计算不同射线回波响应的相关系数, 不仅要考虑回波响应的主瓣, 而且要考虑它的副瓣. 加窗函数后信号的地面响应函数副瓣会降低, 但是副瓣在地面上很长一段区域内仍不为零, 因此信号回波表达式中对地面长度的积分限不仅仅是斜距分辨率所对应的地面长度, 理论上应该取无限长.

假设雷达信号为理想矩形带限信号, 天线  $T_1$  的回波信号可以写为,

$$S_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{f_1}^{f_2} \sigma(x) e^{-j\mu\pi\frac{x\sin\beta_1}{c}f} df dx = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma(x) \Delta f \text{sinc}(ax) e^{-j\mu\pi\frac{x\sin\beta_1}{c}f_0} dx \quad (4)$$

式中  $\Delta f = f_2 - f_1$  为频带宽度, 中心频率  $f_0 = \frac{f_1 + f_2}{2}$ ,  $a = \frac{\Delta f}{c} \sin\beta_1$ ,  $b = \frac{\Delta f}{c} \sin\beta_2$ ,  $\sigma(x)$  为独立同分布的地面散射系数. 用模拟计算方法按相关系数的定义计算  $\rho$  为

$$\rho = \frac{E[S_1 S_2^*]}{\sqrt{E[S_1 S_1^*] E[S_2 S_2^*]}} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \text{sinc}(ax) \text{sinc}(bx) e^{-j\mu\pi\frac{x}{c}(f_2 - f_1)} dx}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} \text{sinc}^2(ax) dx \int_{-\infty}^{\infty} \text{sinc}^2(bx) dx}} \quad (5)$$

其中  $t = -4\pi \frac{\sin\beta_1 - \sin\beta_2}{c} f_0$ . 根据傅立叶逆变换的性质对式(5)整理并代入  $a, b$  和  $t$  的值可得

$$\rho = \frac{-(f_1 + f_2)(\sin\beta_1 - \sin\beta_2) + (f_2 - f_1) |\sin\beta_1 + \sin\beta_2|}{2(f_2 - f_1) \sqrt{\sin\beta_1 \sin\beta_2}} \quad (6)$$

通常为了提高相干性都要做预滤波<sup>[7-9]</sup>, 本文主要研究垂直基线对相干性的影响, 做距离向预滤波处理即可. 由于两天线有一定的视角差  $\Delta\theta$ , 它们的地面波数也会有差异<sup>[3]</sup>. 根据地面波数的定义预滤波要滤除的带宽  $\Delta f^{\sim}$  为

$$\Delta f^{\sim} = \frac{f_0(\sin\beta_1 - \sin\beta_2)}{\sin\beta} \quad (7)$$

通常 SAR 图像间要求有很高的相干性,  $\beta_1$  与  $\beta_2$  应近似相等, 由近似关系可知式(7)与文献[3]给出的式(1)是等价的. 预滤波后天线  $T_1$  的中心频率为  $f_0 - \frac{1}{2} \Delta f^{\sim}$ ,  $T_2$  的中心频率为  $f_0 + \frac{1}{2} \Delta f^{\sim}$ , 而预滤波后两信号的带宽都变为  $\Delta f - \Delta f^{\sim}$ , 这时重新写出  $S_1$  和  $S_2$  的表达式, 按照与上面类似计算方法可得相关系数为

$$\rho = \frac{- (f_1 + f_2)(\sin\beta_1 - \sin\beta_2) + \Delta f^{\sim}(\sin\beta_1 + \sin\beta_2)}{2(f_2 - f_1 - \Delta f^{\sim}) \sqrt{\sin\beta_1 \sin\beta_2}} + \frac{(f_2 - f_1 - \Delta f^{\sim}) |\sin\beta_1 + \sin\beta_2|}{2(f_2 - f_1 - \Delta f^{\sim}) \sqrt{\sin\beta_1 \sin\beta_2}} \quad (8)$$

式(6)和式(8)是假设信号为理想的矩形带限信号而得到的, 预滤波与地面地形的倾角有关, 若  $\Delta\tilde{f}$  的估计值与实际值相吻合, 相关系数就达到了最大. 若  $\Delta\tilde{f}$  的估计值偏大或者偏小, 预滤波可能会使某些区域的相关系数有所提高, 也可能使一些区域的相关系数下降. 根据地面波数与频率及带宽的关系, 估计相关系数的值为,

$$\rho = \frac{\Delta f - \Delta\tilde{f} - |\Delta\tilde{f}_1 - \Delta\tilde{f}|}{\Delta - \Delta\tilde{f}} \quad (9)$$

其中  $\Delta\tilde{f}_1$  表示地形状况已知的情况下, 根据几何关系得到  $\Delta\tilde{f}$  的精确值. 由式(7)与式(1)的等价关系以及关系式  $\frac{|\sin\beta_1 + \sin\beta_2|}{2} \approx \sqrt{\sin\beta_1 \sin\beta_2}$  不难看出, 式(9)可以由式(8)取近似而得到. 若不做预滤波处理, 即  $\Delta\tilde{f} = 0$  则式(9)又与式(2)相同. 可见式(2)给出的相关系数计算方法隐含着雷达信号为理想矩形带限信号的条件, 这正是用(2)式计算的相关系数值比实际值偏小的原因.

#### 4 实际信号的相关系数模拟计算

信号为理想矩形频谱时的地面响应函数如图 2 所示为 sinc 函数, 高旁瓣对相干性会有很大影响, 所以实际中采取降低副瓣的加权措施, 即对信号在频域加上一个窗函数. 本文给出了加汉宁窗函数  $h(f)$  的信号波形的相干系数计算方法. 这时  $S_1$  的表达式为

$$\begin{aligned} S_1 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{f_1}^{f_2} \alpha(x) h(f) e^{-j\pi \frac{x \sin\beta}{c} f} df dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{f_1}^{f_2} \frac{1}{2} \alpha(x) \left[ 1 - \cos \left( 2\pi \frac{f-f_1}{f_2-f_1} \right) \right] e^{-j\pi \frac{x \sin\beta}{c} f} df dx \\ &= \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x) \Delta f [ 2\text{sinc}(ax) + \text{sinc}(ax-1) + \text{sinc}(ax+1) ] \\ &\quad \cdot e^{-j\pi \frac{x \sin\beta}{c} f_0} dx \end{aligned} \quad (10)$$

根据逆傅立叶变换的卷积特性和时延性质, 采用与上文类似的方法可以得到

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{E[S_1 S_2^*]}{\sqrt{E[S_1 S_1^*] E[S_2 S_2^*]}} \\ &= \frac{1}{3\pi \sqrt{\sin\beta_1 \sin\beta_2}} \left[ |\sin\beta_1 + \sin\beta_2| \pi - \frac{(f_1+f_2)}{\Delta f} \right. \\ &\quad \cdot (\sin\beta_1 - \sin\beta_2) \pi + \frac{\sin^3 \beta_2}{\sin^2 \beta_2 - \sin^2 \beta_1} \\ &\quad \cdot \sin \frac{|\sin\beta_1| \pi - \frac{(f_1+f_2)}{\Delta f} (\sin\beta_1 - \sin\beta_2) \pi}{\sin\beta_2} + \frac{-\sin^3 \beta_1}{\sin^2 \beta_2 - \sin^2 \beta_1} \\ &\quad \left. \cdot \sin \frac{|\sin\beta_2| \pi - \frac{(f_1+f_2)}{\Delta f} (\sin\beta_1 - \sin\beta_2) \pi}{\sin\beta_1} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

同理, 做预滤波处理后的相关系数也可以用同样的推导方法得到. 限于篇幅, 不再给出. 上式是根据模拟计

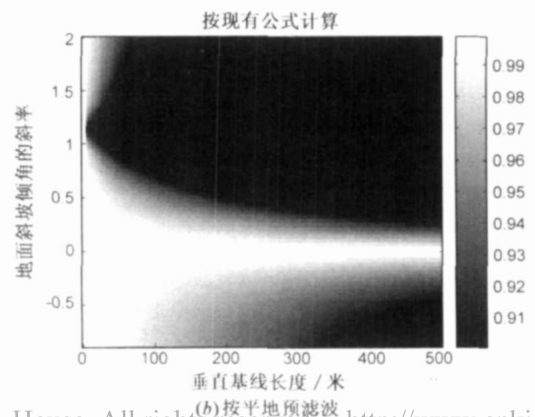
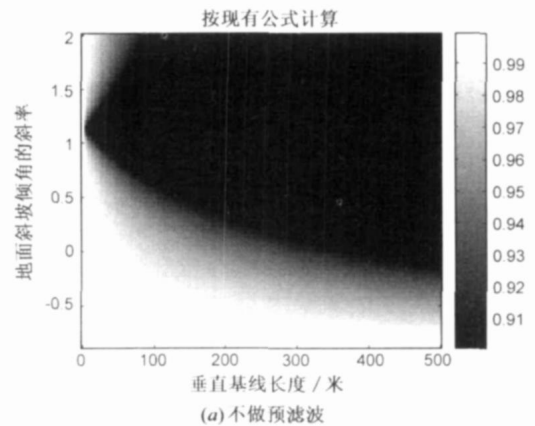
算法的概念而推导出的, 并且结合实际考虑了窗函数的影响, 其结果是比较准确的, 而且便于应用.

#### 5 相关系数的计算结果与仿真实验

假设星载雷达平台距离地面的高度为  $H = 700\text{km}$ , 波束指向地球表面某块区域, 其斜距  $R_1 = 1000\text{km}$ ; 两天线同频工作, 波长  $\lambda = 0.03\text{m}$ , 带宽  $\Delta f = 30\text{MHz}$ , 斜距分辨率为  $5\text{m}$ . 按照相关系数的计算公式计算各种情况下的相关系数如图 3 所示.

图 3 中(a)、(b)为现有公式的计算结果, (c)、(d)为结合实际波形的公式的计算结果. 可见, 按现有的公式计算的相关系数值比实际波形的偏小. 在加窗函数压低脉压副瓣后, SAR 图像间的相干性有了明显的提高, 因为这时一个距离分辨单元里所含有的周围很长区域的信号分量减少了. 可见 SAR 图像间的相干性与发射信号的波形是密切相关的. 因此当分辨率一定时, 距离向脉压副瓣越低, 相干性就会越好. 通常雷达信号不可能为理想矩形带限信号, 因而本文给出的计算相关系数的公式更接近实际.

以上是根据模拟计算方法的概念, 考虑了脉冲波形, 推导得到了相关系数的解析式, 下面我们可直接再用模拟方法来估计相关系数. 假设不同点的散射系数  $\alpha_n$  互不相关.  $R_{1n}$  表示随机取的第  $n$  个散射点到  $T_1$  的距



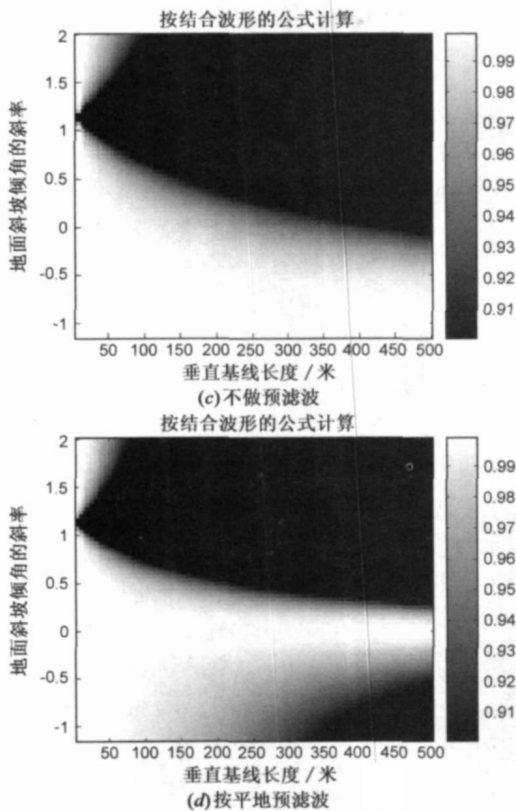


图 3 相关系数的公式计算结果

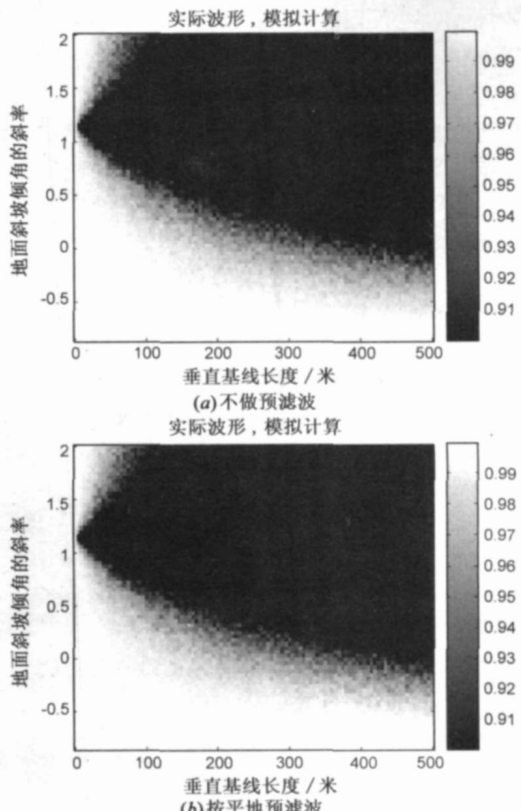


图 4 相关系数的仿真计算结果

离, 而  $R_1$  为分辨单元中心到  $T_1$  的距离, 则信号可表示为

$$S_i = \sum_{i=1}^M \sum_{n=1}^N \sigma_{nh}(f_i) \exp\left[-j2\pi \frac{2(R_{1n} - R_1)f_i}{c}\right] \quad (12)$$

其中  $f_i \in (f_0 - \Delta f/2, f_0 + \Delta f/2)$ , 仿真时在带宽范围内将频率离散成 300 个频率, 在地面上沿纵向取一段比较长的区域, 每一次在这段区域内随机地放置 200 个散射点, 重复 100 次求数学期望。根据上文给出的仿真参数和几何关系, 按照相关系数的定义计算相关系数如图 4 所示。

可见, 仿真的结果与公式计算的结果是基本一致的。当地面斜坡斜率在 1.1 附近时, 相关系数最差, 因为这时两天线的发射信号到地面的入射角约等于零。当地面斜坡倾角的斜率小于 1.1 时, 入射角  $\beta > 0$ , 随着  $\beta$  的减小相关系数的值会变小, 尤其当斜坡的倾角为负数时, 相关系数明显好于平地时的相关系数; 当地面斜坡倾角的斜率大于 1.1 时,  $\beta < 0$ , 随着  $|\beta|$  的增大, 相关系数的值会变大。由于预滤波是按照平地的几何参数进行的, 当地形的真实状况也为平地时相关系数就会达到最好, 但是斜率为负值的地形的相关系数反而因按照平地地形做预滤波而下降。

## 6 结论

相干性是由雷达天线发射信号的频率特性以及它

到地面的入射角决定的。垂直基线的存在使两个天线到地面同一个分辨单元的下视角不同, 而地形的倾斜角和天线的下视角又共同决定了发射信号的入射角, 从而垂直基线就对 SAR 图像间的相干性造成了影响。实验结果表明结合实际波形的相关系数计算公式比现有的计算公式更加准确。此公式可以用来预先估算干涉合成孔径雷达成像所能达到的图像相关系数, 设计基线时可以将其作为参考, 对高程测量和地面动目标检测都有实用的意义。但是本文只考虑了系统参数以及雷达天线与地形的几何关系, 即只考虑了空间去相干。为了便于建立数学模型在仿真实验中均未考虑体散射、多次散射等因素。实际上影响 SAR 图像间的相干性的因素还有很多。本文所给出的计算方法, 只是计算相关系数在理论上能够达到的极限最好值, 更精确的相关系数计算方法还需要进一步的研究。

## 参考文献:

- [1] C Prati, F Rocca. Improving slant range resolution with multiple SAR surveys[J]. IEEE Trans on AES, 1993, 29(1): 135-143.
- [2] E Rodriguez, J M. Martin. Theory and design of interferometric synthetic aperture radars[J]. IEE Proceedings F, 1992, 139(2): 147-159.
- [3] Fabio Gatelli. The wavenumber shift in SAR interferometry[J]. IEEE Trans on GRS, 1994, 32(4): 855-865.

- [4] Howard A. Zebker, John Villasenor. Decorrelation in interferometric radar echoes[J]. IEEE Trans on GRS, 1992, 30(5): 950 - 959.
- [5] Hoonyol Lee, Jian Guo Liu. Spatial Decorrelation due to topography in the interferometric SAR coherence imagery[A]. IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium[C]. Hamburg German: IEEE, 1999. 485- 487.
- [6] Hoonyol Lee, Jian Guo Liu. Analysis of topographic decorrelation in SAR interferometry using ratio coherence imagery [J]. IEEE Trans on GRS. 2001, 39(2): 223- 232.
- [7] M Schwabish, D Geudtner. Improvement of phase and coherence map quality using azimuth prefiltering: Example from ERS 1 and X SAR[A]. IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium[C]. Firenze, Italy: IEEE, 1995. 205 - 207.
- [8] Antonio Moccia. Spaceborne along track SAR interferometry: Performance analysis and mission scenarios[J]. IEEE Transactions on AES, 2001, 37(1): 199- 213.
- [9] 徐华平, 周荫清, 李春升. 分布式小卫星 SAR 回波信号的相关性[J]. 电子学报, 2005, 33(6): 965- 969.  
XU Huar ping, ZHOU Yir qing, LI Chur sheng. Correlation of distributed small satellites SAR echoes [J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(6): 965- 969. (in chinese)

- [10] 保铮, 邢孟道, 王彤. 雷达成像技术[M]. 北京: 电子工业出版社, 2005. 20- 45.

#### 作者简介:



孟祥东 男, 1980 年出生于山东省烟台市现为西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室博士研究生, 主要从事空时二维自适应信号处理、动目标检测等方面的研究.

E mail: sweyemeng2003@yahoo.com.cn



王 彤 男, 1974 年出生于陕西省西安市博士后, 副教授. 现从事信号与信息处理的研究工作, 特别是针对雷达探测方向的阵列信号处理、包括空时二维自适应处理、雷达成像和地面动目标检测等. 承担和参加过多项国家自然科学基金项目和国防科技预先研究项目.

E mail: twang@mail.xidian.edu.cn