

基于简单 Schur 凹函数的图像配准测度研究

杨 静¹, 胡顺波^{2,3}, 刘常春², 杨金宝²

(1. 山东大学计算机科学与技术学院, 山东济南 250101; 2. 山东大学控制科学与工程学院, 山东济南 250061;
3. 临沂师范学院物理系, 山东临沂 276005)

摘 要: 使用互信息或归一化互信息进行图像配准时, 由于噪声、模态、插值等影响, 测度函数存在许多局部极值, 收敛范围较窄, 有可能导致误配准. 该文根据一个简单的 Schur 凹函数, 充分利用它的特殊上凸性来消除噪声等引起的小概率分布, 并由 Jensen-Schur 测度、广义距离测度和 f 信息测度的定义, 构造了六种新测度. 从运算时间、收敛性能、抗噪声棒性方面, 对这六种测度、互信息和归一化互信息进行了比较和分析. 实验结果表明, Jensen-Schur-beta 和 D-beta 测度的收敛性能优于其它测度, 抗噪声能力强于其它测度, 运算速度快于互信息和归一化互信息.

关键词: 图像配准; Schur 凹函数; Jensen-Schur 测度; 互信息

中图分类号: R318 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2008) 12-2328-05

Novel Measures Based on Simple Schur Concave Function for Image Registration

YANG Jing¹, HU Shun-bo^{2,3}, LIU Chang-chun², YANG Jin-bao²

(1. School of Computer Science and Technology, Shandong University, Jinan, Shandong 250101, China;
2. School of Control Science and Engineering, Shandong University, Jinan, Shandong 250061, China;
3. Department of Physics, Linyi Normal University, Linyi, Shandong 276005, China)

Abstract: When the influence of noise, interpolation and image modality is considered, the image registration method based on mutual information or normalized mutual information may cause local extrema, small convergence area, and even inaccurate registration. According to a simple Schur concave function and the definition of Jensen-Schur measure, generalized divergence measure and f information measure, six new measures were constructed. The Schur function with special concave characteristics can filter the small probability distribution caused by noise, interpolation and so on. The characters of six new measures, mutual information and normalized mutual information are analyzed and compared by applying them to rigid registration. The results of tests show that Jensen-Schur-beta and D-beta measures outperform other measures in convergence performance and noise immunity, and they are time saving in comparison with mutual information and normalized mutual information measures.

Key words: image registration; Schur concave function; Jensen-Schur measure; mutual information

1 引言

图像配准可用于信息融合、遥感图像处理、医学图像处理、模式识别和军事等各个方面. 最大互信息配准是目前研究较多, 应用较广的一种基于像素灰度的配准方法. 在被 Collignon 和 Viola 分别应用到医学图像配准之后, 它的有效性得到了广泛的认可^[1]. 这种方法具有亚像素级的配准精度, 且不需要对图像进行分割、特征提取等预处理, 可以用于任何不同模态图像的配准. 但是这种方法运算量大, 配准时间长, 难以满足实时处理的要求; 配准函数不够光滑, 存在过多局部极值; 对噪声

敏感, 噪声容易导致误配准.

因此, 人们一直在寻找测度改进的方法. He Yun 等根据 Jensen 不等式和 Rényi 熵构造了 Jensen-Rényi (JR) 测度^[2]. 但是该测度和互信息测度一样, 含有复杂的对数运算, 计算时间长. 时永刚等根据不等式定义了广义距离测度^[3]. Plum 等对比讨论了一些 f 信息测度在医学图像配准中的应用^[4]. 本文把 Rényi 熵推广为任意的 Schur 凹函数, 并根据 Jensen 不等式, 提出了 Jensen-Schur (JS) 测度. 测度也是对我们以前提出的互严格凹函数测度^[5]的改进, 把自变量由标量推广到向量. 通过一个简单的 Schur 凹函数, 同时根据 Jensen-Schur 测度、广义距

收稿日期: 2007-05-24; 修回日期: 2008-07-26

基金项目: 国家“863”计划资助项目 (No. 2006AA02Z4D9); 山东省自然科学基金资助项目 (No. Z2006C05)

离测度和 f 信息测度的定义,分别构造了 JS、D 和 I_f 测度,及相应的可调幂形式 JS、D、 I_f 。通过实验验证了新构造的 JS、D 测度,在收敛性能、抗噪声能力方面,比 JS、D、 I_f 、 I_f 、互信息(MI)、归一化互信息^[6](NMI)有了明显的提高;它们的运算速度快于 MI 和 NMI。

2 方法

2.1 简单 Schur 凹函数

设 $u \in R$, 令 $u^+ = \max(u, 0)$ 。设 $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, $y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$, 若 $x \prec y$, 对任意实数 λ , 假定下面的不等式成立:

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \lambda)^+ \geq \sum_{i=1}^n (y_i - \lambda)^+ \quad (1)$$

令函数 $s(x)$ 为:

$$s(x) = - \sum_{i=1}^n (x_i - \lambda)^+ \quad (2)$$

则 $s(x)$ 是 Schur 凹函数。若 x 表示概率分布, 则 x 越接近均匀分布, $s(x)$ 越大。 $s(x)$ 在 x 为均匀分布的时候取最大值, 在 x 为退化分布的时候取最小值。

Schur 凹函数有以下性质: 如 $f(x_i)$ 是凹函数, 则 $s(x) = \sum_{i=1}^n f(x_i)$ 是 Schur 凹函数^[7]。

2.2 根据简单 Schur 凹函数构造图像配准测度

设 A 为参考图像, B 为浮动图像, T 是加在浮动图像上的几何变换, $u = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 和 $v = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 分别为图像 A 和 B 的灰度值集。

$$\begin{aligned} & \text{令 } p_{ij} = P(A = u_i, T(B) = v_j), \\ & p_i = P(A = u_i), p_j = P(T(B) = v_j), \\ & p_i = \left\{ \begin{matrix} p_{ij} \\ j=1 \\ \dots \\ j=n \end{matrix} \right\}_{1 \leq i \leq n} = (p_i)_{1 \leq i \leq n}, \\ & p_j = \left\{ \begin{matrix} p_{ij} \\ i=1 \\ \dots \\ i=n \end{matrix} \right\}_{1 \leq j \leq n} = (p_j)_{1 \leq j \leq n}, \\ & p_{j|i} = p(T(B) = v_j | A = u_i), \\ & p_{i|j} = (p_{ij})_{1 \leq j \leq n}. \end{aligned}$$

定义概率分布 $p = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ 的集合是 \mathcal{P} 。显然 $p_i \in \mathcal{P}$, $p_j \in \mathcal{P}$, $p_{i|j} \in \mathcal{P}$ 。

根据式(2), 分别定义下面三类测度。

(1) Jensen-Schur(JS)测度

定义 1 设向量 $q_i = (q_{i1}, q_{i2}, \dots, q_{in})$, $(i=1, 2, \dots, n)$, 加权值向量 $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ 满足条件 $\lambda_i \geq 0$ 和 $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$, $s(x)$ 是 Schur 凹函数, 则 JS 测度定义如下:

$$JS(q_1, q_2, \dots, q_n) = s\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i q_i\right) - \sum_{i=1}^n \lambda_i s(q_i) \quad (3)$$

JS 测度具有下面的两个性质: () 正性。根据 Jensen 不等式, 容易证明正性成立。() 当 λ 为均匀分布的时候, JS 具有对称性。

JS 测度是向量 p_1, p_2, \dots, p_n 的凸函数, 当向量 p_1, p_2, \dots, p_n 满足退化分布时, JS 测度取最大值。当 Schur

凹函数是 Rényi 熵的时候, JS 测度就是 JR 测度。

令 $q_i = p_{i|j}$, $\lambda = \{P(A = u_i)\}_{1 \leq i \leq n} = p_i$ 则

$$\begin{aligned} JS &= \sum_{i=1}^n P(A = u_i) \sum_{j=1}^n (p_{j|i} - p_j)^+ \\ &\quad - \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^n P(A = u_i) p_{j|i} - p_j \right)^+ \\ &= \sum_{i=1}^n p_i \sum_{j=1}^n (p_{j|i} - p_j)^+ - \sum_{j=1}^n (p_j - p_j)^+ \quad (4) \end{aligned}$$

(2) 广义距离测度

根据时永刚定义的广义距离^[3]和不等式(1), 定义如下的广义距离:

$$d(x, y) = \sum_{i=1}^n (y_i - x_i)^+ - \sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^+$$

令 $y_i = p_{ij}$, $x_i = p_i p_j$

则广义距离测度为:

$$\begin{aligned} D(p_i p_j, p_{ij}) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (p_{ij} - p_i p_j)^+ \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (p_i p_j - p_{ij})^+ \quad (5) \end{aligned}$$

(3) f 信息测度

取凸函数 $f(x) = (x - \lambda)^+$, 根据文献[4]可以构造如下的 f 信息测度:

$$\begin{aligned} I_f(p_{ij}, p_i p_j) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_i p_j f\left(\frac{p_{ij}}{p_i p_j}\right) \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (p_{ij} - p_i p_j)^+ \quad (6) \end{aligned}$$

2.3 可调幂参数

为了增加测度的灵活性, 引入可调幂参数 λ 。为了保证在整个实数范围内, 函数具有相同凸性或者凹性, 取

1. 不等式(1) 写成如下的形式:

$$\sum_{i=1}^n [(x_i - \lambda)^+] \geq \sum_{i=1}^n [(y_i - \lambda)^+] \quad (7)$$

对应的 Schur 凹函数为:

$$s(x) = - \sum_{i=1}^n [(x_i - \lambda)^+] \quad (8)$$

相应三类测度的可调幂参数分别写成如下:

$$\begin{aligned} (1) JS &= \sum_{i=1}^n p_i \sum_{j=1}^n [(p_{j|i} - p_j)^+] \\ &\quad - \sum_{j=1}^n [(p_j - p_j)^+] \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) D &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n [(p_{ij} - p_i p_j)^+] \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n [(p_i p_j - p_{ij})^+] \quad (10) \end{aligned}$$

$$(3) I_f = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (p_i p_j)^{1-\lambda} [(p_{ij} - p_i p_j)^+] \quad (11)$$

当 $p_i p_j = 0$, 规定 $I_f = 0$ 。

2.4 图像配准中参数的选择

在图像完全配准时, 对 B 所做的几何变换 T 称为最佳几何变换 T^* 。此时的测度 M 的值达到最大:

$$T^* = \arg \max_{(T)} M \quad (12)$$

下面从理论上分析参数 λ 和 λ 的取值。

(1) λ 的取值。在图像配准中, x 和 y 都是概率分

布,在闭区间 $[0, 1]$ 内取值.当 $\alpha = 0$ 时,因为 $x_i \in [0, 1]$,所以 $(x_i - a)^+ = x_i - a$.同理, $(y_i - a)^+ = y_i - a$.又因为 $x < y$,所以 $\sum_{i=1}^n (x_i - a)^+ < \sum_{i=1}^n (y_i - a)^+$.当 $\alpha = 1$ 时, $(x_i - a)^+ = 0$,所以 $(x_i - a)^+ < 0$, $\sum_{i=1}^n (x_i - a)^+ < \sum_{i=1}^n (y_i - a)^+ = 0$.在 $\alpha = 0$ 或者 $\alpha = 1$ 时,不等式(1)变成了恒等式,不能用来构造测度.在实际医学图像中,灰度级一般较多,每个灰度对应的概率分布值较小,为了避免忽略主要的信息量,应取较小值;为了保证 $(x - a)^+$ 在区间 $[0, 1]$ 内的下凸性,也不能取很接近 0 的值.若随机变量 x 的样本数是 N , α 的取值区间可以是 $[1/(10 \times N), 2/N]$.后面 3.1 节进一步分析了 α 的取值.

(2) α 的取值.前面已经分析了 α .1. 考虑到小整数幂函数的运算时间小于非整数幂函数运算和大整数幂函数运算,本文取 $\alpha = 2$.

3 实验结果及分析

通过实验对比分析 MI、NMI、2.2 节中 JS、D、 I_f 和 2.3 节中 JS、D、 I_f 共八种测度.实验数据是一系列头部 MR/CT 和 MR/PET 图像,部分图像如图 1 所示,灰度级为 256,MR 和 CT 图像的分辨率为 512×512 像素,PET 图像的分辨率为 128×128 像素.MR/CT 组数据来源于合作医院,MR/PET 组数据来源于网站^[8].实验平台配置是 2.8GHz CPU,1G 内存,操作系统为 Windows XP.

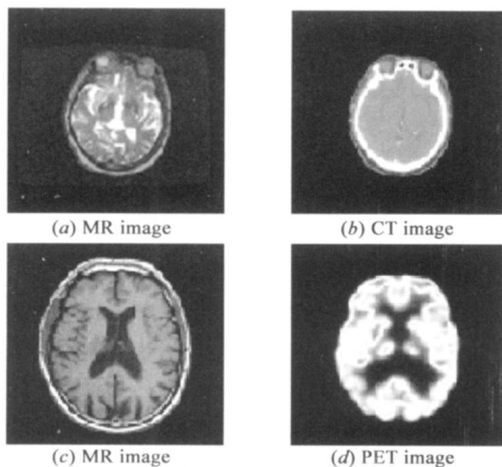


图1 用于配准的部分MR/CT、MR/PET图像

3.1 取值的确定

前面已经从理论上分析了 α 的取值范围.下面以 JS 测度为例,确定 α 的数值.实验数据是 MR/CT 数据,前者是参考图像,后者是浮动图像. x 方向的平移范围是 $(-30, 30)$, y 方向不平移,分别计算 α 取不同值时的测度值,并画出曲线图 2.

从图 2 可见,随着 α 的增大,测度曲线幅值增大;在 $\alpha = 0$ 的时候,JS 测度值的数量级是 10^{-15} ,曲线在 0 附

近震荡,这是四舍五入运算引入的误差造成的;当 α 接近 0 的时候,曲线平缓,在 x 偏移较大的时候,曲线有上升和震荡的趋势,从而降低了配准的稳定区域;当 α 较大的时候,例如 $\alpha = 30/256$,在偏移量大于 1 的时候,曲线变化非常平缓.在 α 取 $1/256, 3/(256 \times 2), 2/256$ 的时候,随偏移量增大,曲线平滑下降、连续且无震荡,适合用于配准.此后,JS 测度中的 α 取 $1/256$.同理,测度 D、 I_f 中的 p_{ij} 样本总个数是 256×256 ,所以它们中的 α 取 $1/(256 \times 256)$.

3.2 抗噪能力

对 MR/CT 组的 MR 图像加入均值为 0,归一化方差为 0.16 的高斯白噪声, x 方向的平移范围是 $(-30, 30)$, y 方向不平移,计算与原 MR 图像间不同测度的值,并画出曲线,得图 3 实线.图 3 中的虚线是没有加噪声得到的测度曲线.图 3 比较了八种测度:JS、JS、D、D、 I_f 、 I_f 、MI、NMI.为了对比显示,所有的测度都进行了归一化.

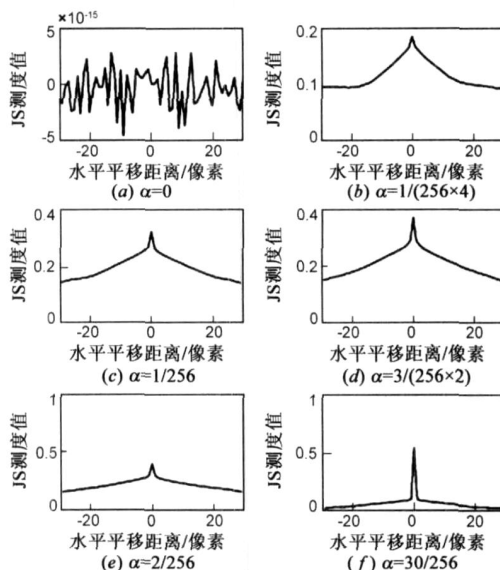


图2 不同 α 的JS测度曲线

从图 3 可见,不加噪声情况下,八种测度都在完全配准时取最大值;D 测度的收敛范围较窄,剩下的七种测度曲线光滑且收敛范围宽.在相同大噪声存在的情况下,新构造的 JS、D、 I_f 测度的最大值不在完全配准位置, I_f 、MI、NMI 测度的曲线震荡较大,这些都不利于进行图像配准;新构造的 JS、D 曲线比较平滑.这说明测度 JS、D 的抗噪声能力大于 JS、D、 I_f 、 I_f 、MI、NMI.

3.3 各测度运算时间的比较

选取图 1 的 MR/PET 图像,计算各测度的单次运算时间.为了使结果更加准确,每一种测度循环计算 100 次求其平均值,得结果表 1.

表 1 数据表明,测度 JS、D、 I_f 的运算时间小于相应

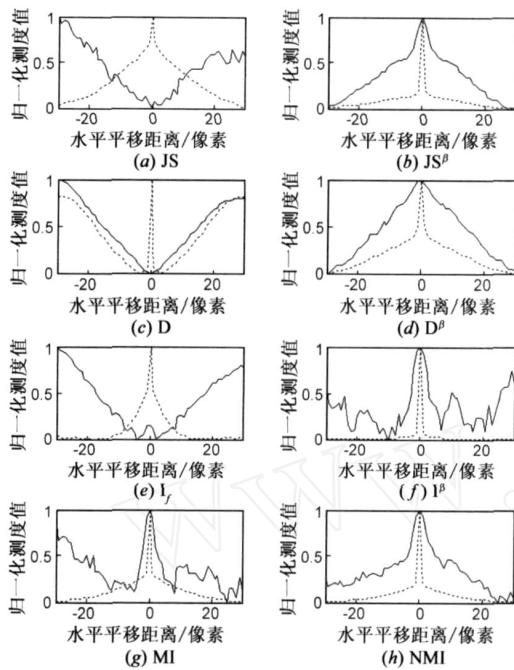


图3 有噪(实线)和无噪(虚线)时各测度对x轴平移的函数曲线的可调幂参数测度 JS、D、 I_f , 这六种测度的运算时间都小于 MI、NMI; I_f 测度的运算时间最少, 约为互信息测度的 53%。各测度差异的原因在于: 小整数幂函数运算的运算时间小于对数运算。

表1 各测度计算时间比较 (单位: 毫秒)

测度	JS	JS	D	D	I_f	I_f	MI	NMI
时间	11.36	11.7	11.4	12.26	6.93	12.33	12.98	13.33
t (ms)	11.36	11.7	11.4	12.26	6.93	12.33	12.98	13.33

3.4 各测度的收敛性能

Capek 等人^[9]用 AFA (Area of Function Attraction) 来描述测度函数的收敛性能。AFA 计算从某初始位置通过爬山法能收敛到全局极大值的体素数。爬山法的步长是一体素。AFA 的值越大, 测度的收敛范围越广。局部极大值数 (Max) 统计某一区域范围内极大值点的数目。Max 的值越大, 测度曲线越不光滑。

选用一系列 MR/CT, MR/PET 数据, MR 图像为参考图像, CT 或者 PET 图像为浮动图像。选定以下的平移范围: $X(-40, 40)$ 、 $Y(-40, 40)$, 计算各测度的 Max 和 AFA。数据结果见表 2, 更直观的图形结果见图 4。

表2 各测度收敛性能比较 (单位: 像素)

数据	指标	测度							
		JS	JS	D	D	I_f	I_f	MI	NMI
MR/CT	Max	424	133	40	1	479	612	249	212
	AFA	3190	4198	973	6561	439	1365	3653	3792
MR/PET	Max	531	6	23	1	204	475	478	391
	AFA	934	2864	420	6561	71	14	1286	2442

表2 的数据表明, 测度 JS、D 的收敛性能好于测

度 MI、NMI; 测度 JS 的收敛性能略差于 MI、NMI; 测度 D、 I_f 、 I_f 的收敛性能远差于 MI、NMI; 因为 PET 图像分辨率差、组织结构模糊, 所以 MR/PET 组的收敛性能普遍差于 MR/CT 组; 对不同模态图像组 MR/CT 和 MR/PET, 测度 D 具有相同的收敛性能。

图4 是表2 一些 MR/CT 配准数据对应的曲面。由图4 可见, 测度 D 的曲面虽然比较光滑, Max 值较小, 但是由多个上凸面组成, 这些凸面甚至遮挡了最佳配准位置处的曲面, 从而导致 AFA 很小; 测度 I_f 和 I_f 的曲面比较粗糙, 对应的 Max 较大, 其中测度 I_f 的最大值和最小值差的数量级仅为 10^{-6} ; 测度 I_f 和 I_f 的“帽子”较细, 故其 AFA 较小; 测度 JS、D 曲面的中间的“帽子”粗于 MI、NMI, 故其对应的 AFA 大于 MI、NMI。

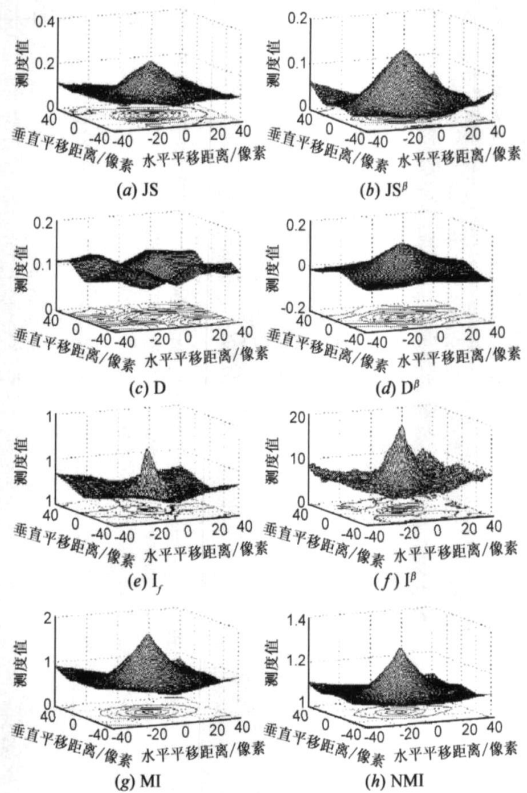


图4 不同测度的引力盆曲面

4 结论

本文根据一个简单的 Schur 凹函数, 构造了六种图像配准测度。通过理论证明和与传统的 MI、NMI 的对比实验, 得到以下结论: 参数的取值对新构造测度的配准性能产生重要的影响; 新构造的六种测度的运算时间都小于 MI、NMI 测度; 测度 JS、D 的收敛性能、抗噪声能力强于测度 JS、D、 I_f 、 I_f 、MI、NMI, 故这两种测度可以取代传统测度进行医学图像配准。在今后的工作中, 将重点研究插值方法、多分辨率分析、灰度压缩和优化搜索策略对新构造测度的影响。

参考文献:

- [1] JPW Pluim, JBA Maintz, MA Viergever. Mutual information based registration of medical images: a survey [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2003, 22(8): 986 - 1004.
- [2] Yun He, AB Hamza, H Krim. A generalized divergence measure for robust image registration [J]. IEEE Transactions on signal processing, 2003, 51(5): 1211 - 1220.
- [3] 时永刚, 邹谋炎. 新的广义距离与多模态医学图像配准 [J]. 北京理工大学学报, 2006, 26(2): 156 - 161.
SHI Yong-gang, ZOU Mour-yan. Novel generalized divergence measures and multimodal medical image registration [J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2006, 26(2): 156 - 161. (in Chinese)
- [4] JPW Pluim, JBA Maintz, MA Viergever. f-information measures in medical image registration [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2004, 23(12): 1508 - 1517.
- [5] 刘常春, 胡顺波, 俞梦孙. 基于互严格凹函数测度的医学图像配准新方法 [J]. 中国生物医学工程学报, 2007, 26(2): 231 - 237.
LIU Chang-chun, HU Shun-bo, YU Meng-sun. Medical image registration based on mutual strictly concave function measures [J]. Chinese Journal of Biomedical Engineering, 2007, 26(2): 231 - 237. (in Chinese)
- [6] C Studholme, DLG Hill, DJ Hawkes. An overlap invariant entropy measure of 3D medical image alignment [J]. Pattern Recognition, 1999, 32(1): 71 - 86.
- [7] AW Marshall and I Olkin, Inequalities: Theory of Majorization and Its Applications [M]. New York: Academic Press, 1979. 3 - 8.
- [8] K A Johnson, J A Becker. The whole brain atlas [DB/ DL]. <http://www.med.harvard.edu/AANLIB/home.html>, 2006-03-06/2006-04-11.
- [9] M Capek, L Mroz, R Wegenkittl. Robust and fast medical registration of 3D multi-modality data sets [A]. Proceedings of the International Federation for Medical and Biological Engineering [C]. Pula: Springer 2001. 1: 515 - 518.

作者简介:



杨静女, 1961年生于北京市, 现为山东大学计算机科学与技术学院硕士生导师, 研究方向为计算机网络与图像处理。
E-mail: yangjing816@sdu.edu.cn



胡顺波男, 1977年4月生于山东省临沂市, 临沂师范学院讲师, 博士研究生, 主要研究方向为医学图像配准和分割等。
E-mail: hsbtiger7748@163.com

刘常春男, 1959年生于山东省, 现为山东大学教授、博士生导师, 主要从事医学信息处理方面的研究。
E-mail: changchunliu@sdu.edu.cn