第 11 期
2008 年 11 月

电 子 学 报
ACTA ELECTRONICA SINICA

Vol. 36 No. 11
Nov. 2008

基于 LMI 的时变时滞 Cohen-Grossberg 神经网络鲁棒稳定性

王占山[1], 张化光[1], 余 文[2], 张庆灵[3]

(1. 东北大学信息科学与工程学院, 辽宁沈阳 110004; 2. 墨西哥国立理工大学自动控制系, 墨西哥 07360;
3. 东北大学系统科学研究所, 辽宁沈阳 110004)

摘 要: 研究了时变时滞 Cohen-Grossberg 神经网络的全局鲁棒稳定性问题. 基于线性矩阵不等式技术, 给出了保证时变时滞 Cohen-Grossberg 神经网络平衡点唯一性和全局鲁棒稳定性的新判据. 这些新判据不依赖于时滞的大小和放大函数, 且与现有的一些结果相比, 具有易于验证、适用范围广、条件更不保守等特点. 仿真结果验证了本文方法的有效性.

关键词: Cohen-Grossberg 神经网络; 时变时滞; 鲁棒稳定; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP183 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2008) 11-2220-04

An LMI Approach to Robust Stability Analysis of Cohen-Grossberg Neural Networks with Time Varying Delay

WANG Zhan-shan[1], ZHANG Hua-guang[1], YU Wen[2], ZHANG Qing-Ling[3]

(1. *School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang, Liaoning* 110004, *China*;
2. *Departamento de Control Automatico, CINVESTAV-IPN, Mexico*, 07360;
3. *Institute of Systems Science, Northeastern University, Shenyang, Liaoning* 110004, *China*)

Abstract: Robust stability problem for Cohen-Grossberg neural networks with time varying delay is investigated. Using linear matrix inequality technique, some new sufficient conditions guaranteeing the uniqueness and global robust stability of the equilibrium point of Cohen-Grossberg neural networks with time varying delay are derived, which are independent of the magnitude of time varying delay and amplification functions. Compared with some existing results, these new criteria are not conservative and are convenient to check. An example is used to show the effectiveness of the obtained results.

Key words: Cohen-Grossberg neural networks; time varying delay; robust stability; linear matrix inequality (LMI)

1 引言

1983 年, Cohen 和 Grossberg 首先提出了 Cohen-Grossberg 神经网络模型[1], 这类网络模型包含了 Hopfield 神经网络模型[2]及许多其它不同研究领域的模型[3]. 当上述神经网络用于诸如地址存储记忆, 模式识别和求解优化等问题时, 神经网络的稳定性起着至关重要的作用, 因而对神经网络稳定性的研究已成为当前研究的热点课题[1~9]. 文献[1]和[2]在神经网络连接权矩阵为对称的情况下, 通过构造适当的 Lyapunov 函数, 分别证明了相应的神经网络模型的平衡点是全局渐近稳定的. 在神经网络实现中, 由于运算放大器的有限切换速度和分布杂散参数特性的影响, 时滞的存在是不可避免的. 针对具有时滞的 Cohen-Grossberg 神经网络, 文献[4~6]给出了保证平衡点指数稳定的充分条件.

在神经网络硬件实现中, 由于建模误差、参数摄动和外部干扰的影响, 如何保证所设计的神经网络具有鲁棒性得到人们的广泛关注. 自从 1998 年 Liao 等[11]提出区间神经网络的概念以来, 针对区间神经网络的鲁棒稳定性研究就没有间断[7~13]. 针对区间时滞 Hopfield 神经网络, 基于代数不等式技术, 文献[7~11]给出了保证平衡点唯一性和鲁棒渐近稳定性的充分条件; 针对区间时滞 Cohen-Grossberg 神经网络, 基于 M-矩阵理论, 文献[12]给出了保证平衡点唯一性和鲁棒指数稳定性的充分条件; 针对区间双向联想记忆神经网络, 文献[13]基于不等式技术给出了保证平衡点鲁棒稳定的充分条件. 尽管按照上述文献的方法得到的鲁棒结果具有一定的适用范围, 但所得结果仍具有比较保守、适用范围窄和不易验证等不足[14,15]. 近几年, 线性矩阵不等式技术已用来求解神经网络稳定性的许多问题[14~19], 具有适用范围宽、易于用内点法等[20]方法验证等特点. 本文针对区间时变时滞 Cohen-Grossberg 神经网络, 基于 LMI 方法, 给出了保证平衡点唯一性和全局鲁棒稳定的新的充分条件, 这些条件不依赖于时滞大小和放大函数, 具有

收稿日期: 2006-10-26; 修回日期: 2008-06-06
基金项目: 国家自然科学基金(No. 60534010, 60572070, 60774098, 60774093); 辽宁省自然科学基金(No. 20072025); 东北大学博士后资助项目(No. 20080314)

易于验证和更不保守的特点.

2　问题描述和预备知识

考虑如下区间时变时滞 Cohen-Grossberg 神经网络

$$\frac{\mathrm{d}u_i(t)}{\mathrm{d}t} = -d_i(u_i(t))\Big[a_i(u_i(t)) - \sum_{j=1}^{n} w_{0ij}g_j(u_j(t)) - \sum_{j=1}^{n} w_{1ij}g_j(u_j(t-\tau(t))) + U_i\Big] \tag{1}$$

其中, $u_i(t)$ 表示神经元的状态, 放大函数满足 $0 < \underline{d}_i \leqslant d_i(u_i(t)) \leqslant \overline{d}_i < \infty$, $a_i(u_i(t))$ 表示适当的良态函数, $g_j(u_j(t))$ 表示激励函数, $\tau(t) \geqslant 0$ 表示有界时变时滞, $\rho = \max(\tau(t))$, $W_0 = (w_{0ij})_{n\times n}$ 和 $W_1 = (w_{1ij})_{n\times n}$ 分别表示与时滞无关和相关的连接权矩阵, 且其元素分别满足 $\underline{w}_{0ij} \leqslant w_{0ij} \leqslant \overline{w}_{0ij}$, $\underline{w}_{1ij} \leqslant w_{1ij} \leqslant \overline{w}_{1ij}$, U_i 表示外部常值输入偏置. 初始条件为 $u_i(\zeta) = \phi_i(\zeta)$, 其中, $\zeta \in [-\rho, 0]$, $\phi_i \in C([-\rho, 0], \mathscr{R})$ 表示从 $[-\rho, 0]$ 到实空间 $\mathscr{R}$ 的所有的连续有界集合, $i, j = 1, \cdots, n$.

在全文, 令 $\|*\|$ 表示 Euclid 范数, 方阵 $D < 0$ ($D > 0$) 表示对称负定(正定)矩阵, D^{T} 和 D^{-1} 分别表示方阵 D 的转置和逆. I 为适维的单位矩阵.

假设 1　对于任意的 $\xi, \zeta \in \mathrm{R}$ 且 $\xi \neq \zeta$, 有界激励函数 $g_i(\bullet)$ 满足如下条件

$$0 \leqslant (g_i(\xi) - g_i(\zeta))/(\xi - \zeta) \leqslant \delta_i \tag{2}$$

其中, $\delta_i > 0$, $i = 1, \cdots, n$.

假设 2　对于 $\forall \xi, \zeta \in \mathrm{R}$ 且 $\xi \neq \zeta$, 函数 $a_i(u_i(t))$ 满足 $(a_i(\xi) - a_i(\zeta))/(\xi - \zeta) \geqslant \gamma_i > 0$, $i = 1, \cdots, n$.

引理 1[8,9]　对于 $\forall A = (a_{ij})_{n\times n} \in [\underline{A}, \overline{A}]$, 则

$$\|A\| \leqslant \|A^*\| + \|A_*\| \tag{3}$$

其中, $a_{ij} \in [\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}]$, $\overline{A} = (\overline{a}_{ij})_{n\times n}$, $A^* = (\overline{A} + \underline{A})/2$, $A_* = (\overline{A} - \underline{A})/2$.

引理 2[3]　对于非奇异矩阵 U, 适维矩阵 V 和 W, 则

$$(U + VW)^{-1} = U^{-1}V(I + WU^{-1}V)^{-1}WU^{-1} \tag{4}$$

为方便计, 下面的推导过程略去了对时间的描述.

3　全局鲁棒稳定结果

令 $u^* = (u_1^*, \cdots, u_n^*)^{\mathrm{T}}$ 表示系统(1)的平衡点, 通过坐标变换 $x_i = u_i - u_i^*$, 则得到如下系统

$$\dot{x} = -D(x)[A(x) - W_0f(x) - W_1f(x(t-\tau(t)))] \tag{5}$$

其中, $D(x) = \mathrm{diag}(D_1(x_1), \cdots, D_n(x_n))$,

$D_i(x_i) = d_i(x_i + u_i^*)$,

$A(x) = (A_1(x_1)), \cdots, A_n(x_n))^{\mathrm{T}}$,

$A_i(x_i) = a_i(x_i + u_i^*) - a_i(u_i^*)$,

$f(x) = (f_1(x_1)), \cdots, f_n(x_n))^{\mathrm{T}}$,

$f_i(x_i) = g_i(x_i + u_i^*) - g_i(u_i^*)$, $i = 1, \cdots, n$.

定理 1　在 $0 \leqslant \tau(t) < 1$ 的条件下, 如果存在正定对角矩阵 $P = \mathrm{diag}(p_1, \cdots, p_n)$ 和常数 $\varepsilon > 0$, 使得下式成立:

$$\begin{bmatrix} \Theta_1 & P \\ P & -\eta\varepsilon\Big(\|W^*\| + \|W_*\|\Big)^{-2}I \end{bmatrix} < 0 \tag{6}$$

其中, $\Delta = \mathrm{diag}(\delta_1, \cdots, \delta_n)$, $\eta = \min(1 - \dot{\tau}(t))$,

$\Theta_1 = -2P\Gamma\Delta^{-1} + PK + K^{\mathrm{T}}P + \varepsilon I + \Big(\|W^*\| + \|W_*\|\Big)^2 I$,

$\Gamma = \mathrm{diag}(\gamma_1, \cdots, \gamma_n)$, $K = (K_{ij})_{n\times n}$, 如果 $i = j$, $K_{ij} = \overline{w}_{0ij}$, 如果 $i \neq j$, $K_{ij} = \max\Big(|\overline{w}_{0ij}|, |\underline{w}_{0ij}|\Big)$, $W^* = (\overline{W}_1 - \underline{W}_1)/2$, 则系统(1)具有唯一平衡点, 该唯一平衡点是全局鲁棒稳定的.

证明　根据 Schur 补引理[3]可知, 式(6)可等价成如下形式:

$$-2P\Gamma\Delta^{-1} + PK + K^{\mathrm{T}}P + \varepsilon I + \Big(\|W^*\| + \|W_*\|\Big)^2 I + \eta^{-1}\varepsilon^{-1}P\Big(\|W^*\| + \|W_*\|\Big)^2 P < 0 \tag{7}$$

首先证明, 若式(7)成立, 则下式成立:

$$-2P\Gamma\Delta^{-1} + PW_0 + W_0^{\mathrm{T}}P + \varepsilon I + \Big(\|W^*\| + \|W_*\|\Big)^2 I + \eta^{-1}\varepsilon^{-1}P\Big(\|W^*\| + \|W_*\|\Big)^2 P < 0 \tag{8}$$

由于

$$\varepsilon I + \Big(\|W^*\| + \|W_*\|\Big)^2 I + \eta^{-1}\varepsilon^{-1}P\Big(\|W^*\| + \|W_*\|\Big)^2 P$$

为正定对称矩阵, 为简洁起见, 现证若

$$Q = (q_{ij})_{n\times n} = PK + K^{\mathrm{T}}P - 2P\Gamma\Delta^{-1} < 0$$

则有　$V = (v_{ij})_{n\times n} = PW_0 + W_0^{\mathrm{T}}P - 2P\Gamma\Delta^{-1} < 0$.

因为 Q 和 V 都是对称矩阵, 则根据负定矩阵的充要条件可知, 负定矩阵 Q 的顺序主子式满足:

$$\Delta_n(Q) = (-1)^n \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdots & q_{1n} \\ q_{21} & q_{22} & \cdots & q_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ q_{n1} & q_{n2} & \cdots & q_{nn} \end{bmatrix} > 0$$

由于

$$\Delta_1(V) = 2p_1K_{11} - 2p_1\gamma_1/\delta_1 = \Delta_1(Q) < 0$$

$$\Delta_2(V) \geqslant (2p_1K_{11} - 2p_1\gamma_1/\delta_1)(2p_2K_{22} - 2p_2\gamma_2/\delta_2) - (p_1K_{12} + 2p_2K_{21})^2 = \Delta_2(Q) > 0$$

$$\begin{aligned}\Delta_3(V) \geqslant\ & (2p_1w_{011} - 2p_1\gamma_1/\delta_1)(2p_2w_{022} - 2p_2\gamma_2/\delta_2) \\ & \bullet(2p_3w_{033} - 2p_3\gamma_3/\delta_3) + 2(p_1w_{012} + p_2w_{021}) \\ & \bullet(p_3w_{032} + p_2w_{023})(p_1w_{013} + p_3w_{031}) \\ & - (p_1w_{013} + p_3w_{031})^2(2p_2w_{022} - 2p_2\gamma_2/\delta_2) \\ & - (p_1w_{012} + p_2w_{021})^2(2p_3w_{033} - 2p_3\gamma_3/\delta_3) \\ & - (p_3w_{032} + p_2w_{023})^2(2p_1w_{011} - 2p_1\gamma_1/\delta_1)\end{aligned}$$

因为 $\Delta_3(Q) < 0$, 则 $2p_iK_{ii} - 2p_i\gamma_i/\delta_i < 0$, 这样, $2p_iK_{0ii} - 2p_i\gamma_i/\delta_i < 0$, $i = 1, 2, 3$. 则

$$\begin{aligned}\Delta_3(V) =\ & (2p_1K_{11} - 2p_1\gamma_1/\delta_1)(2p_2K_{22} - 2p_2\gamma_2/\delta_2) \\ & \bullet(2p_3K_{33} - 2p_3\gamma_3/\delta_3) + 2(p_1K_{12} + 2p_2K_{21}) \\ & \bullet(p_3K_{32} + p_2K_{23})(p_1K_{13} + p_3K_{31}) \\ & - (p_1K_{13} + p_3K_{31})^2(2p_2K_{22} - 2p_2\gamma_2/\delta_2)\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&-(p_1K_{12}+p_2K_{21})^2(2p_3K_{33}-2p_3\gamma_3/\delta_3)\\
&-(p_3K_{32}+p_2K_{23})^2(2p_1K_{11}-2p_1\gamma_1/\delta_1)\\
&=\Delta_3(\boldsymbol{Q})<0
\end{aligned}
$$

依此类推, 利用归纳法, 可知, 若式(7)成立, 则式(8)必然成立.

其次证明系统(5)的平衡点存在唯一性. 考虑系统(5)的平衡点方程

$$0=-\boldsymbol{A}(x^*)+\boldsymbol{W}_0\boldsymbol{f}(x^*)+\boldsymbol{W}_1\boldsymbol{f}(x^*) \tag{9}$$

若$\boldsymbol{f}(x^*)=0$, 则从式(9)可知, $x^*=0$. 现在假设$f(x^*)\neq 0$, 在式(9)两侧同时乘以$2\boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}(x^*)\boldsymbol{P}$, 并利用引理1, 得到

$$
\begin{aligned}
0\leqslant&-2\boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}(x^*)\boldsymbol{P}\Gamma\Delta^{-1}\boldsymbol{f}(x^*)+2\boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}(x^*)\boldsymbol{P}\boldsymbol{W}_0\boldsymbol{f}(x^*)\\
&+\boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}(x^*)\Big[\eta^{-1}\varepsilon^{-1}\boldsymbol{P}\Big(\|\boldsymbol{W}^*\|+\|\boldsymbol{W}_*\|\Big)^2\boldsymbol{P}+\varepsilon\boldsymbol{I}\\
&+\Big(\|\boldsymbol{W}^*\|+\|\boldsymbol{W}_*\|\Big)^2\boldsymbol{I}\Big]\boldsymbol{f}(x^*)
\end{aligned}\tag{10}
$$

然而, 根据式(8), 对于$\boldsymbol{f}(x^*)\neq 0$, 有

$$
\begin{aligned}
&-2\boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}(x^*)\boldsymbol{P}\Gamma\Delta^{-1}\boldsymbol{f}(x^*)+2\boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}(x^*)\boldsymbol{P}\boldsymbol{W}_0\boldsymbol{f}(x^*)\\
&+\boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}(x^*)\Big[\eta^{-1}\varepsilon^{-1}\boldsymbol{P}\Big(\|\boldsymbol{W}^*\|+\|\boldsymbol{W}_*\|\Big)^2\boldsymbol{P}+\varepsilon\boldsymbol{I}\\
&+\Big(\|\boldsymbol{W}^*\|+\|\boldsymbol{W}_*\|\Big)^2\boldsymbol{I}\Big]\boldsymbol{f}(x^*)<0
\end{aligned}\tag{11}
$$

显然, 式(10)和式(11)矛盾. 这就意味着平衡点$x^*=0$是系统(5)的唯一平衡点.

最后, 证明该唯一平衡点是全局渐近稳定的. 选取如下 Lyapunov 泛函

$$
\begin{aligned}
V(x)=&\,2\sum_{i=1}^{n}p_i\int_0^{x_i(t)}\frac{f_i(s)}{D_i(s)}\mathrm{d}s+\int_{t-\tau(t)}^{t}\boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}(x(s))\\
&(\varepsilon\boldsymbol{I}+\boldsymbol{W}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_1)\boldsymbol{f}(x(s))\mathrm{d}s
\end{aligned}\tag{12}
$$

沿着式(5)的轨迹对$\boldsymbol{V}(x)$求导数有

$$
\begin{aligned}
\dot{\boldsymbol{V}}(x)\leqslant&\,\boldsymbol{f}(x)^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{P}\boldsymbol{W}_1\eta^{-1}(\varepsilon\boldsymbol{I}+\boldsymbol{W}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_1)^{-1}\boldsymbol{W}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}-2\boldsymbol{P}\Gamma\Delta^{-1}\\
&+\boldsymbol{P}\boldsymbol{W}_0+\boldsymbol{W}_0^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\varepsilon\boldsymbol{I}+\boldsymbol{W}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_1]f(x)
\end{aligned}\tag{13}
$$

根据引理1有

$$\|\boldsymbol{W}_1\|^2\leqslant(\|\boldsymbol{W}^*\|+\|\boldsymbol{W}_*\|)^2 \tag{14}$$

根据引理2有

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{P}\boldsymbol{W}_1\eta^{-1}(\varepsilon\boldsymbol{I}+\boldsymbol{W}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_1)^{-1}\boldsymbol{W}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\\
&=-\eta^{-1}\varepsilon^{-2}\boldsymbol{P}\boldsymbol{W}_1\boldsymbol{W}_1^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{I}+\varepsilon^{-1}\boldsymbol{W}_1\boldsymbol{W}_1^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{W}_1\boldsymbol{W}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\\
&\quad+\eta^{-1}\varepsilon^{-1}\boldsymbol{P}\boldsymbol{W}_1\boldsymbol{W}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}
\end{aligned}\tag{15}
$$

将式(14)和式(15)代入式(13)中, 有

$$
\begin{aligned}
\dot{\boldsymbol{V}}(x)\leqslant&\,\boldsymbol{f}(x)^{\mathrm{T}}[-2\boldsymbol{P}\Gamma\Delta^{-1}+\varepsilon\boldsymbol{I}+(\|\boldsymbol{W}^*\|+\|\boldsymbol{W}_*\|)^2\boldsymbol{I}\\
&+\boldsymbol{P}\boldsymbol{W}_0+\boldsymbol{W}_0^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\eta^{-1}\varepsilon^{-1}\boldsymbol{P}(\|\boldsymbol{W}^*\|\\
&+\|\boldsymbol{W}_*\|)^2\boldsymbol{P}]\boldsymbol{f}(x)
\end{aligned}\tag{16}
$$

利用式(8)可知, $\dot{V}(x)<0$, $\forall f(x)\neq 0$. 只有当$f(x)=0$时, $\dot{V}(x)=0$. 根据 Lyapunov 理论, 系统(5)的平衡点是全局渐近稳定的. 再考虑到区间参数矩阵的表示形式及定理条件式(6)和式(8)之间的关系可知, 定理条件式(6)是保证系统(1)的平衡点为全局鲁棒稳定的一个充分条件. 证毕.

定理2 在$\dot{\tau}(t)\leqslant 0$的条件下, 如果存在正定对角矩阵$\boldsymbol{P}=\mathrm{diag}(p_1,\cdots,p_n)$和常数$\varepsilon>0$, 使得下式成立

$$
\begin{bmatrix}
\Theta_2 & \boldsymbol{P}\\
\boldsymbol{P} & -\eta\varepsilon(\|\boldsymbol{W}^*\|+\|\boldsymbol{W}_*\|)^{-2}\boldsymbol{I}
\end{bmatrix}<0 \tag{17}
$$

其中, $\Theta_2=-2\boldsymbol{P}\Gamma\Delta^{-1}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{K}+\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\eta\varepsilon$)iKnt(

$$\underline{W}_0=\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 0 & -0.1\end{bmatrix},\ \overline{W}_0=\begin{bmatrix}-1.5 & 1.21\\ 0.01 & 0.2\end{bmatrix}$$
$$\underline{W}_1=\begin{bmatrix}-1.5 & -0.1\\ 0 & -1\end{bmatrix},\ \overline{W}_1=\begin{bmatrix}-1 & 0.16\\ 0.05 & 0.16\end{bmatrix}$$

对于本例, 文献[8, 9, 12]的结果不能判定系统的稳定性. 同样, 文献[7]的定理 1, 文献[18]中的定理 1 和定理 2、文献[10]中的定理 1 都不成立. 应用本文的推论 2 有 $\boldsymbol{P}=\mathrm{diag}(22.6520\quad 47.2624)$, $\varepsilon=80.2393$. 可见, 本例所给的系统是全局鲁棒稳定的.

5 结论

针对一类具有区间参数摄动的时滞 Cohen-Grossberg 神经网络, 给出了全局鲁棒稳定的新判据. 所有这些判据能够表示成线性矩阵不等式形式, 进而易于验证. 如何降低所得结果对时变时滞变化率的依赖, 将有待于进一步研究.

参考文献:

[1] Cohen M A, Grossberg S. Stability and global pattern formulation and memory storage by competitive neural networks [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 1983, 13(5): 815- 826.

[2] Hopeield J J. Neurons with graded response have collective computational properties like those of two-state neurons. Proceeding of the National Academy of Sciences, 1984(81): 3058- 3092.

[3] 王占山. 连续时间时滞递神经网络的稳定性[M]. 沈阳: 东北大学出版社, 2007. 37- 38.
Wang Zhan-shan. Stability of continuous time recurent neural networks with delays [M]. Shenyang: Northeastern University, 2007. 37- 38. (in Chinese)

[4] Wang L, Zou X. Exponential stability of Cohen-Grossberg neural networks[J]. Neural Networks, 2002(15): 415- 422.

[5] Zhang J Y, Suda Y, KOMINE H. Global exponential stability of Cohen-Grossberg neural networks with variable delays[J]. Physics Letters A, 2005, 338(1): 44- 50.

[6] Liao X, Li C, Wong K W. Criteria for exponential stability of Cohen-Grossberg neural networks [J]. Neural Networks, 2004, 17(10): 1401- 1414.

[7] Liao X F, Wong K W, Wu Z F, et al. Novel robust stability criteria for interval delayed Hopfield neural networks[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems-I, 2001, 48(11): 1355- 1358.

[8] Cao J D, Wang J. Global asymptotic and robust stability of recurrent neural networks with time delays[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems-I, 2005, 52(2): 417- 426.

[9] Cao J D, Huang D S, Qu Y Z. Global robust stability of delayed recurrent neural networks[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2005, 23(1): 221- 229.

[10] Ozcan N, Arik S. Global robust stability analysis of neural networks with multiple time delays[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems-I, 2006, 53(1): 166- 176.

[11] Llao X F, Yu J B. Robust stability for interval Hopfield neural networks with time delay [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1998, 9(5): 1042- 1046.

[12] Chen T P, Rong L B. Robust global exponential stability of Cohen-Grossberg neural networks with time delays[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2004, 15(1): 203- 206.

[13] Liao X F, Wong K W. Robust stability of interval bi-directional associative memory neural networks with time delays [J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics-B, 2004, 34(2): 1141- 1154.

[14] Wang Z S, Zhang H G, YU W. Robust exponential stability analysis of neural networks with multiple time delays[J]. Neurocomputing, 2007, 70(13): 2534- 2543.

[15] Zhang H G, Wang Z S, Liu D R. Global asymptotic stability of recurrent neural networks with multiple time-varying delays [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2008, 19(5): 855- 873.

[16] Zhang H G, Wang Z S, Liu D R. Exponential stability analysis of neural networks with multiple time delays [J]. Lectures Notes in Computer Science, 2005, 3519(1): 142- 148.

[17] Llu X G, Martin R. R, Wu M. Global exponential stability of bidirectional associative memory neural networks with time delays[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2008, 19(3): 397- 407.

[18] Singh V. Global robust stability of delayed neural networks: an LMI approach[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems-II, 2005, 52(1): 33- 36.

[19] Wang Z S, Zhang H G. Exponential stability analysis of neural networks with multiple time varying delays [J]. Chinese Journal of Electronics, 2006, 15(4): 649- 653.

[20] 俞立. 鲁棒控制——线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002. 16- 22.
Yu Li. Robust control——LMI method[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002. 16- 22. (in Chinese)

作者简介:

王占山　男, 1971 年生, 博士, 副教授, 研究方向为神经网络的动态特性和控制系统的故障诊断等.
E-mail: zhanshan_wang@163.com