

DS-CDMA 系统中基于信号子空间的盲降秩多用户检测

董恩清, 闫玉才

(山东大学威海分校信息工程学院, 山东威海 264209)

摘 要: 本文提出了一种基于可变阈值的降秩子空间选择算法及改进维数估计的盲降秩多用户检测技术. 采用可变阈值的降秩子空间选择算法, 能较快地得到合适的降秩子空间, 且计算结果具有可重用性. 在子空间追踪中用一种改进的 AIC 准则进行维数估计, 在不提高误差概率的基础上, 降低了维数估计的计算量. 在维数过高估计时, 分析了采用降秩算法的检测性能. 仿真结果表明, 该算法能用较低的计算复杂度满足系统要求的检测性能.

关键词: 盲多用户检测; 降秩子空间; 子空间追踪; 可变阈值; 信号子空间

中图分类号: TN911. 23 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2009)01-0180-05

Blind Reduced-Rank Multi-User Detector for DS-CDMA Systems Based on Signal Subspace

DONG En qing, YAN Yu cai

(School of Information Engineering, Shandong University at Weihai, Weihai, Shandong 264209, China)

Abstract: A blind reduced rank multi user detector(MUD) based on a new variable threshold reduced rank subspace selection and an improved dimension estimation is proposed. By using the new reduced rank subspace selection, a proper reduced rank subspace can be obtained quickly and the subspace can be reused. The improved Akaike Information Criterion(AIC) is adopted to estimate the dimension of the signal subspace in the subspace tracking. The computation of dimension estimation can be reduced by using the criterion in the same error probability. Because AIC has a risk of overestimating the dimension of the signal subspace, the performance of the blind reduced rank multi user detector is specially analyzed when the signal subspace dimension is overestimated. The simulation results show that the proposed reduced rank subspace selection algorithm can achieve the desired system performance with lower computational complexity.

Key words: blind MUD; reduced rank subspace; subspace tracking; variable threshold; signal subspace

1 引言

由于盲多用户检测不需要训练序列, 只使用期望用户的扩频码和定时信息, 就可以进行自适应检测, 具有广阔的应用前景. 基于最小均方误差(Minimum Mean Square Error, MMSE)的线性检测算法是盲检测中最重要的一类. 盲线性 MMSE 检测器目前主要有两类构造方法, 一类是直接构造基于 MMSE 的代价函数, 并设计一个约束条件限制解的搜索空间^[1]; 另一类是用信号子空间参数构造检测器, 实现线性 MMSE 检测算法^[2]. 文献[2]采用 PASTd(Projection Approximation Subspace Tracking with deflation)子空间追踪算法^[3]来得到信号子空间参数, 并构造检测器. 由于基于信号子空间算法在提高检测性能和降低计算复杂度方面具有良好的性能, 吸引了更多的目光^[4].

基于信号子空间的盲多用户检测可以分解为信号

子空间的获取和 MMSE 检测器矢量的构建. 由于多用户检测器要求较低的计算复杂度, 快速的子空间追踪算法获得了人们的青睐^[3,5,6]. 信号子空间追踪首先需要确定子空间的维数, 而维数的估计有很多有效的方法^[7]. 文献[4]直接采用 AIC(Akaike Information Criterion)准则导致计算冗余. 文献[5]结合子空间追踪算法改进了 AIC 准则. 本文在文献[5]的基础上开展进一步降低维数估计的计算复杂度研究. 如果信号子空间的维数为 K , 一般的 MMSE 检测器^[2]是 K 维的, 而在文献[4]中首先提出了降秩子空间检测器的思想, 并且其 MMSE 检测器是低于 K 维的.

最优降秩子空间的选取方法也是一个研究热点^[8,9]. 主要有降秩子空间的维数 $r(r \leq K)$ 及组成特征向量的选取算法. 降秩子空间组成特征向量的选取主要有主成分方法和 CS 方法(Cross Spectral Method). 文献[9]分析并比较了它们的性能. CS 方法的本质实际上就是

使MSE最小. 本文和文献[4]都选用CS方法. 在降秩子空间的维数 r 选取上, 文献[4]采用在一定的符号位的基础上选择使MSE最小的 r , 每次选择都要遍历整个信号子空间, 计算量较大. 本文在文献[4]的基础上提出了一种基于可变阈值的选取算法, 用阈值自动获取维数 r . 文中用降秩检测器表示降秩MMSE多用户检测器, 用 K 维检测器表示没有降秩的MMSE检测器.

2 系统模型及信号子空间

设 K 个用户组成的同步CDMA高斯白噪声信道, 基带接收信号的离散时间模型为

$$r = \sum_{k=1}^K A_k b_k s_k + n \quad (1)$$

其中 A_k 、 $\{b_k(i) \in \{-1, 1\}\}$ 、 s_k 分别为第 k 个用户的信号幅度、符号序列和归一化扩频序列, n 是一个零均值白噪声向量, 其协方差矩阵为 $\sigma^2 I_N$ (I_N 表示 N 阶单位阵, N 为扩频增益).

不失一般性, 设 K 个用户的扩频序列线性独立, 并引入矩阵表示: $S = [s_1, s_2, \dots, s_K]$, $A = \text{diag}(A_1, A_2, \dots, A_K)$, $b = [b_1, b_2, \dots, b_K]^T$, 那么接收信号 r 的自相关矩阵为:

$$C = E\{r r^T\} = \sum_{k=1}^K A_k^2 s_k s_k^T + \sigma^2 I_N = S A^2 S^T + \sigma^2 I_N \quad (2)$$

对矩阵 C 进行特征分解可得:

$$C = U \Lambda U^T = \begin{bmatrix} U_s & U_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda_s & \\ & \Lambda_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_s^T \\ U_n^T \end{bmatrix} \quad (3)$$

式(3)中 $\Lambda_s = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_K)$ 包含有矩阵 C 的 K 个最大特征值并降序排列, $U_s = [u_1, \dots, u_K]$ 包括与之对应的正交特征向量, U_s 张成信号子空间. $\Lambda_n = \sigma^2 I_{N-K}$ 和 $U_n = [u_{K+1}, \dots, u_N]$ 分别含有 $N-K$ 个最小特征值和对应的特征向量, U_n 张成噪声子空间.

3 盲降秩信号子空间追踪及降秩子空间选取策略

构造检测器需要获得信号子空间参数. 对于盲检测来说, 需要计算抽样自相关矩阵的特征向量与特征值. 当得到信号子空间后, 用CS方法选择降秩子空间. CS方法采用定义一个标量 Q_i 来度量期望用户在第 i 个特征值上的投影能量^[8]:

$$Q_i = |s_i^T u_i|^2 \lambda_i \quad (4)$$

可以选择 Q_i 较大的 r 个特征向量作为 U_r 的列向量以构成合适的降秩子空间. 下面将介绍本文提出的信号子空间追踪算法和降秩子空间的选取策略.

3.1 提出的信号子空间追踪算法

信号子空间可以通过抽样自相关矩阵的特征值分解或者数据矩阵的奇异值分解得到. 传统的基于批处理的特征值分解和奇异值分解计算复杂度太高. 为了

降低计算复杂度, 需要快速的子空间追踪算法. 在文献[2, 3, 5]中, 采用的PASTd算法的计算复杂度为 $O(NK)$, 虽然达到线性复杂度, 但收敛速度过慢, 而且得到的特征向量不 orthogonal, 不能应用CS方法求 Q_i . 本文和文献[4]都采用文献[8]提出的LORAF (LOW-Rank Adaptive Filter) 算法, 复杂度为 $O(NK^2)$, 虽然复杂度有所提高, 但它能快速地获取正交的特征向量. 由于LORAF算法只能追踪固定维数的信号子空间, 而实际中维数是动态变化的, 需要加入维数估计的环节. 维数估计一般用AIC准则^[2-5].

假设信号子空间的维数为 K , 令 U_0 为 $N \times K$ 矩阵, 并且列正交, C_t 为时刻 t 的信号自相关矩阵. 文献[8]给出了下面的迭代算法:

$$C_t = \beta C_{t-1} + (1-\beta) r_t r_t^T \quad (5)$$

$$A_t = \beta A_{t-1} \Theta_{t-1} + (1-\beta) r_t r_t^T U_{t-1} \quad (6)$$

$$A_t = U R_t \quad (7)$$

其中 $0 \leq \beta \leq 1$ 为遗忘因子, 由式(6)和式(7)可以得到矩阵序列 $\{U_t\}$, $\{R_t\}$.

在文献[4]中改造了LORAF算法, 以跟踪变维数信号子空间. 如果在时刻 $t-1$ 得到的维数为 K_{t-1} , 在时刻 t 将追踪 $K_{t-1}+1$ 个主要的特征值 $\{\lambda_i\}_{i=1}^{K_{t-1}+1}$ 和对应的特征向量. 把接收信号投影到 U_t 列空间的正交补空间, 得到 $x = (I_N - U_t U_t^T) r_t$, 利用 x 计算 $\sigma_t^2 = \beta \sigma_{t-1}^2 + x^T x / (N - K_{t-1} - 1)$, 令 $\lambda_i = \sigma_t^2$, $i = K_{t-1} + 2, \dots, N$. 有了 $\{\lambda_i\}_{i=1}^N$, 用AIC准则估计维数:

$$AIC(k) = (N-K)L \ln(\alpha(k)) + k(2N-k) \quad (8)$$

其中 $L = 1/(1-\beta)$ 为数据的有效长度, $\alpha(k)$ 由下式给出:

$$\alpha(k) = \left(\sum_{i=k+1}^N \lambda_i \right) / (N-k) / \left(\prod_{i=k+1}^N \lambda_i \right)^{1/(N-k)} \quad (9)$$

估计的维数由 $K_t = \arg \min_{0 \leq k \leq N-1} AIC(k) + 1$ 给出.

观察式(9)和 $\{\lambda_i\}_{i=1}^N$ 可以发现, 当 $i \geq K_{t-1}$ 时, 所有的 $\alpha(k) = 1$, 这样式(8)就剩下最后一项, 很明显看出 $k(2N-k)$ 是 k 的增函数. 当 $i \geq K_{t-1}$, $AIC(k)$ 按升序排列, 所以文献[4]设计的算法存在计算冗余. 文献[5]也正是注意到这一点, 并和PASTd算法结合设计了一种能跟踪变维数信号子空间的算法.

本文同样通过仔细分析式(8)并用实验证实, 当 λ_i 位于信号子空间时, 即 $k < K_{t-1}$ 时, $AIC(k)$ 和 λ_i 成正比. 这也是AIC准则常存在过高估计而没有过低估计的原因. 所以对于降序排列的特征值序列, $k < K_{t-1}$ 时, $AIC(k)$ 下降; $k \geq K_{t-1}$ 时, $AIC(k)$ 上升. 本文只计算 $k = K_{t-1} - 2, K_{t-1} - 1, K_{t-1}$ 时的 $AIC(k)$: 当 $k = K_{t-1} - 2$ 时, $AIC(k)$ 最小, 说明位于噪声子空间, 应使维数减少; 当 $k = K_{t-1}$ 时, $AIC(k)$ 最小, 说明位于信号子空间, 应使维

数增加;当 $k = K_{l-1} - 1$ 时, $AIC(k)$ 最小, 说明维数估计正确. 本文上面提出的改进 AIC 的方法相比文献[5] 虽稍微降低维数估计收敛的速度, 但会大大降低维数估计的计算量.

3.2 提出的基于可变阈值的降秩子空间选取

维数 r 的选取是根据排好序的特征向量和特征值计算均方误差, 使 MSE 最小的 r 为最佳维数^[6]. 用 Q_i 可以把计算 MSE 的方程改写为:

$$MSE_r = 1 - A_1^2 \sum_{i=1}^r Q_i \quad (10)$$

由于信号自相关矩阵是正定的, 它的所有特征值都大于零, 所以 Q_i 都是非负的. 由式(10)可知, 只要 $Q_i > 0$, 它的加入就能使 MSE 变小, 所以只要找出所有非零的 Q_i , 由对应的特征向量组成的降秩子空间就是最优降秩子空间. 考虑设定一个阈值 G , 当 $Q_i > G$ 时, 就让对应的特征向量进入降秩子空间. 图 1 为文中提出的阈值 G 的设定过程流程图, 其中 N_{MSE} 为计算性能所需的判决后符号的位数. 当信道发生变化, 检测性能恶化时, 用设定的阈值选择特征向量得到新的降秩子空间. 这就避免了对 Q_i 再次排序操作, 实现了阈值的重用性. 当旧的阈值不能使性能达到要求时, 可以用图 1 算法流程重新设定阈值. 所以说文中提出的降秩子空间选择算法, 能够根据目标性能, 自适应的调整阈值 G 的大小. 值得指出的是, 维数估计难免会存在误差. AIC 准则有过高估计的危险^[5], 这时如果直接用 K 维检测器, 会引入噪声子空间, 使检测性能恶化. 而用降秩检测器可以修正维数估计带来的误差.

Choose the reduced-rank MMSE detector $m_r, N_{MSE} = 10$

Calculate $\{\hat{Q}_i\}_{i=1}^{K_l}$, and generate a matrix V whose first column v_1 corresponds to the largest $\{\hat{Q}_i\}_{i=1}^{K_l}$ and the second column v_2 corresponds to the second largest $\{\hat{Q}_i\}_{i=1}^{K_l}$ and so on. Let η_i be the eigenvalue corresponds to v_i , MSE_T be the target MSE.

$\hat{m}_0 = 0$, Indicate = 0

FOR $r = 1$ TO K_l DO

$\hat{m}_r = \hat{m}_{r-1} + A_1 v_r v_r^T S_1 / \eta_r, MSE(r) = 0$

FOR $i = 1$ TO N_{MSE} DO

$MSE(r) = MSE(r) + (\hat{b}_{l-i} - \hat{m}_r^T r_{l-i})^2$

END

IF $MSE(r) \leq MSE_T$ THEN

$\hat{Q}_{r-1} \leq G \leq \hat{Q}_r$, Indicate = 1 BREAK

END

END

IF Indicate = 0 THEN

$l = \arg \min_{1 \leq k \leq K_l} MSE(r), \hat{Q}_{l-1} \leq G \leq \hat{Q}_l$

END

图 1 基于可变阈值的降秩子空间选择算法流程图

4 仿真实验结果

仿真平台用 Signal Processing Worksystem; Gold 码用作扩频序列, 扩频增益 $N = 31$; 用户 1 为期望用户, 信噪比定义为 $SNR = A_1^2 / \sigma^2$; 遗忘因子 $\beta = 0.995$. 所有的试验结果是 100 次独立仿真的平均值. 检测性能用输出信号干扰比度量.

4.1 仿真试验 1

对改进的 AIC 准则进行验证. 仿真环境为 6 个用户, 期望用户的信噪比为 20dB, 干扰用户的信噪比一个为 30dB, 4 个为 25dB. 图 2 给出了 $AIC(k)$ 和 λ_k 的对比关系. 从图 2 可以看出, 在信号子空间中, $AIC(k)$ 和 λ_k 有着严格的正比关系. 图 3 给出了本文方法和文献[5] 中的方法的估计性能对比. 图 3 说明了本文方法在收敛速度上稍逊文献[5] 的方法, 收敛后两者具有同样的性能, 但本文方法具有低计算复杂度优势.

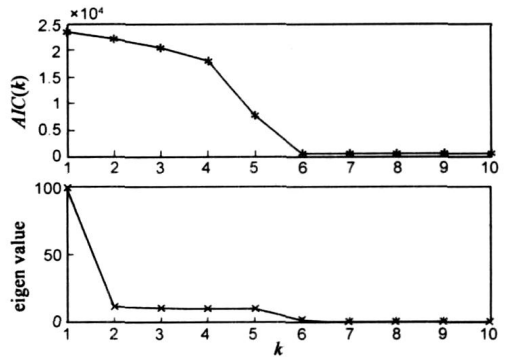


图2 $AIC(k)$ 和特征值

4.2 仿真试验 2

用 10 用户系统对基于可变阈值的降秩子空间选取方法进行仿真. 期望用户的信噪比为 20dB, 干扰用户的功率设定分三种环境, 对应期望用户在信号子空间的不同情况. 由于在 LORAF 算法收敛前, 得到的特征向量和特征值存在误差, 不能进行降秩子空间的选取. 但 LORAF 算法能够快速收敛^[6], 所以本实验在第 100 次迭代时开始进行降秩子空间选取. 用从高到低的目标性能进行仿真. 最高目标性能为最优多用户检测器能达到的性能. 如果不能达到最高目标性能, 算法将遍历整个信号子空间, 得到最优降秩子空间检测器.

环境 1 所有的干扰用户的信噪比都为 10dB 由于干扰用户的功率都小于期望用户, 期望用户的能量主要集中在一个一维子空间内. 当目标性能低于最优降秩检测器的性能时, 不论目标性能如何, 提出的新方法只用一次内层循环就可以得到达到目标检测性能的降秩子空间, 同时该子空间也是最优降秩子空间, 而文献[4] 中需要 10 次内层循环. 图 4 给出了仿真结果, 可以看出在 100 次迭代后, 本方法几乎达到了最优多用户

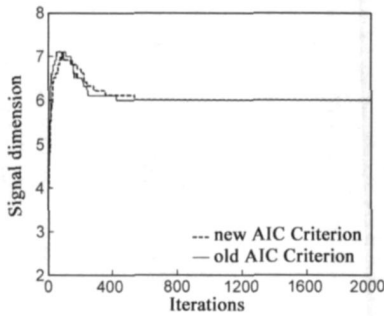


图3 维数估计性能对比

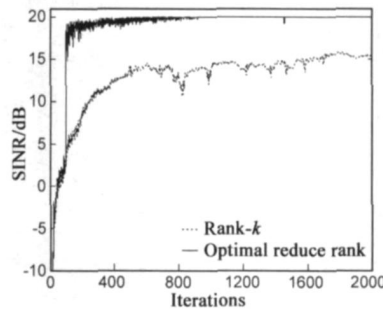


图4 环境1检测性能比较

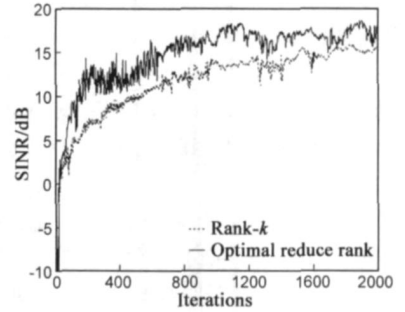


图5 环境2检测性能比较

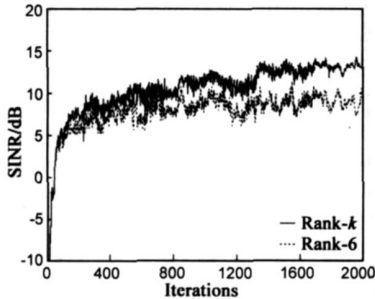


图6 环境3检测性能比较

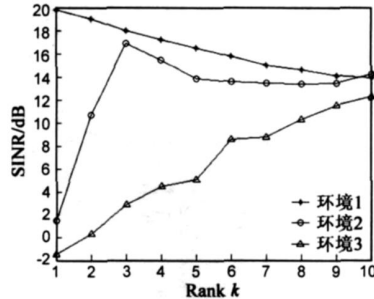


图7 三种环境下检测性能变化趋势

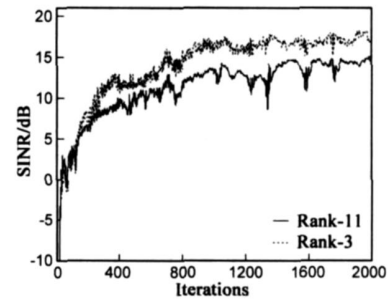


图8 维数过高估计时的性能比较

检测的性能。

环境 2 在 9 个干扰用户中, 一个用户的信噪比为 25dB, 2 个分别为 20dB, 6 个分别为 10dB。此时得到最优降秩子空间的维数为 3。当目标性能低于最优降秩检测器性能时, 本文方法用至多 3 次内层循环就可以得到达到检测性能的降秩子空间。图 5 给出了最优降秩检测器和 K 维检测器的性能对比, 可以看出最优降秩检测器比 K 维检测器高出 2dB 左右。

环境 3 干扰用户与期望用户的信噪比全为 20 dB。由于干扰用户和期望用户功率相同, 期望用户的能量将位于整个信号子空间。得到的最优降秩子空间的维数为 10。目标性能不同时, 本文算法用的内层循环的次数不同。图 6 给出了 6 维降秩检测器和 K 维检测器的性能对比。可以看出 6 维降秩检测器的性能有所下降, 但如果目标性能和 6 维降秩检测器的性能相当, 本文方法用 6 次内层循环就可以收敛, 并且降低了检测器构建的复杂度。

图 7 给出了三种环境中各维数的降秩检测器的性能。当期望用户位于降秩子空间时, 且目标性能低于最优降秩检测器时, 本文方法用小于 K 次内层循环就可以收敛。当期望用户所在的降秩子空间维数越低, 本文方法优势越明显。当期望用户位于整个信号子空间时, 对于低于最优降秩检测器的目标性能, 本文算法也能用小于 K 次内层循环达到收敛, 但此时最优降秩检测器就是 K 维检测器, 性能较差。而文献[4]的算法在各种情况下都需要 K 次内层循环才能收敛。

图 8 给出了在环境 2 下, 过高估计维数时, K 维检测器和降秩检测器的性能对比。过高估计维数引入了噪声子空间, 如果不进行降秩处理, 检测性能将不可接受。从图 8 可以看出, 降秩处理后, 检测性能得到了较大的提高, 在 3dB 左右。

5 结论

仿真试验结果表明, 这种改进的 AIC 准则, 维数估计的性能和文献[5]方法相当, 计算复杂度大大降低。如果目标性能高于最优降秩检测器的性能, 本文算法和文献[4]都将遍历整个信号子空间, 都将得到最优降秩子空间, 但本文的阈值具有可重用性, 而文献[4]需要重新计算。当目标性能低于最优降秩检测器的性能时, 本文算法能得到满足目标性能的较低计算复杂度的降秩检测器, 且不用遍历整个信号子空间。当要求系统目标性能高于最优降秩检测器的性能时, 不用遍历整个信号子空间, 就可以得到最优降秩子空间。

参考文献:

- [1] M Honig, U Madhow, S Verdu. Blind adaptive multiuser detection[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41(4): 944-960.
- [2] X Wang, H V Poor. Blind multiuser detection: A subspace approach[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1998, 44(2): 677-690.
- [3] B Yang. Projection approximation subspace tracking[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 44(1): 95-107.

- [4] X Cai, H Ge. Blind Reduced-Rank MMSE Detector for DS-SS CDMA Systems[J]. EURASIP Journal on Applied Signal Processing, 2002, 12: 1365– 1376.
- [5] B Yang. An extension of the PASTd algorithm to both rank and subspace tracking[J]. IEEE Signal Processing Letters, 1995, 2(9): 179– 182.
- [6] P Strobach. Low rank adaptive filters[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 44(12): 2932– 2947.
- [7] 王永良,等. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京:清华大学出版社, 2004.
- [8] J S Goldstein, I S Reed. Subspace selection for partially adaptive sensor array processing [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems, 1997, 33(2): 539– 543.
- [9] G Dietl, W Utschick. On reduced rank approaches to matrix Wiener filters in MIMO systems[A]. Proc. ISSPIT[C]. Darmstadt, Germany, 2003, 82– 85.

作者简介:



董恩清 男, 1965 年出生于辽宁省营口市, 博士, 山东大学威海分校教授、博士生导师。2002 年于西安交通大学获信息与通信工程专业博士学位。2006 年– 2007 年在美国哈佛大学做访问学者。主要研究兴趣包括 语音编码、非平稳信号处理、多用户检测、地震勘探阵列信号处理等。
E-mail: enqiong@sdu.edu.cn



闫玉才 男, 1982 年出生于河南淮阳, 山东大学威海分校在读博士研究生, 主要研究方向为多用户检测、非平稳信号处理。