

具有不完全信道状态信息 MIMO 系统的优化设计

杨 亮¹, 秦家银²

(1.暨南大学电子工程系,广东广州 510632;2.中山大学电子与通信工程系,广东广州 510275)

摘 要: 本文研究了不完全信道状态信息(CSI)对多输入多输出(MIMO)系统容量的影响.基于平均功率和平均误码率的约束条件,我们提出了一种利用不完全 CSI 进行功率自适应调制的优化设计方案.根据 Wishart 矩阵的统计分布,我们导出了该系统容量的封闭表达式.研究表明:在具有不完全 CSI 的 MIMO 系统中,利用不完全 CSI 进行设计可以显著地提高系统的容量.

关键词: 多输入多输出;信道状态信息;自适应调制.

中图分类号: TN911.23 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2009) 01-0198-04

Optimized Design of MIMO Systems with Imperfect CSI

YANG Liang¹, QIN Jia-yin²

(1. Department of Electronic Engineering, Jinan University, Guangzhou, Guangdong 510632, China;

2. Department of Electronics and Communication Engineering, Sun Yat-sen University, Guangzhou, Guangdong 510275, China)

Abstract: In this paper, we investigate the effect of imperfect channel state information (CSI) on the capacity of multiple-input multiple-output (MIMO) systems. A design of variable power adaptive modulation using imperfect CSI, subject to an average power and BER constraint, is proposed. Based on the statistic distribution of Wishart matrix, we derive the capacity expression of such systems in a closed-form. The results show that our design is more robust to CSI imperfections than the system designed under a perfect CSI assumption.

Key words: multiple-input multiple-output (MIMO); channel state information (CSI); adaptive modulation

1 引言

研究表明在无线通信系统中,功率自适应调制(AM)可以有效地提高系统的频谱效率^[1],多输入多输出(MIMO)能够提供天线分集增益和空分复用增益,从而增加系统容量^[2].我们知道,在 MIMO 系统中,如果假设发射和接收两端具有完全的信道状态信息(CSI),采用奇异值分解法(SVD)可以把一个 MIMO 系统转化成为一个由多个平行特征子信道组成的系统,这些子信道之间互不干扰,因而发射端可以根据信道的变化自适应地调整发射功率^[3,4],这种功率自适应分配类似于 Water-filling 方法.

然而,对于实际的无线通信系统和环境,上述假设不完全合理.一般情况下接收端可以知道完整的 CSI,但是发射端只能获得部分 CSI,并且发射端所知道的 CSI 中有可能存在错误,这种信道估计错误来源于估计/量化错误、反馈延迟以及反馈错误等方面.在进行发射机的设计时,如果不考虑 CSI 中的错误,就会导致系统

的性能降低,如容量的减少.迄今为止,针对不完全 CSI 的 MIMO 系统优化设计设计算法仍然是一个公开的问题.

近来文献[5~7]研究了单天线系统具有不完全 CSI 的自适应设计问题,最近文献[8]考虑了 MIMO 系统中的自适应调制.本文将利用不完全的 CSI,提出一种新的基于系统容量最大准则的自适应 MIMO 系统设计方案,并且导出其平均容量的封闭表达式.

2 系统与信道模型

系统采用平坦 Rayleigh 衰落环境下的单用户链路,发射与接收两端的天线数分别为 n_T 以及 n_R .假设信道是不相关的并且信道增益表征 $n_R \times n_T$ 为的矩阵 H , H 中的元素为独立同分布均值为 0 每维方差为 0.5 的复高斯随机变量.为便于接收机进行信道估计和符号检测,我们采用具有导频的调制方式(PSAM).另外,假设估计信道信息无错误无延时地反馈到发射端,这可以通过编码以及 ARQ 协议得以实现.定义估计信道矩阵为

收稿日期:2007-01-23;修回日期:2007-12-03

基金项目:国家自然科学基金(No.60702052,60672048);广东省自然科学基金(No.7300086)

\hat{H} , 信道模型为:

$$H = \hat{H} + \Xi \quad (1)$$

其中 Ξ 是相应的零均值错误矩阵, 另外 \hat{H} 和 Ξ 中的元素都为独立同分布的复高斯随机变量, 其方差分别为 ρ^2 和 σ_ϵ^2 , 且 $\sigma_\epsilon^2 + \rho^2 = 1$. σ_ϵ^2 反映了信道估计的准确性, 例如 $\sigma_\epsilon^2 = 0$ 对应完全的 CSI. 为了分析方便, 定义 $m = \min\{n_R, n_T\}$ 以及 $n = \max\{n_R, n_T\}$.

利用奇异值分解法(SVD), 我们可以将估计信道矩阵 \hat{H} 分解为

$$\hat{H} = \hat{U}\hat{\Lambda}\hat{V}^H \quad (2)$$

其中矩阵 \hat{U} 与 \hat{V} 都是归一矩阵满足 $\hat{U}\hat{U}^H = I_{n_R}$ 以及 $\hat{V}\hat{V}^H = I_{n_T}$. $\hat{\Lambda}$ 是由 \hat{H} 的奇异值 $\{\sqrt{\lambda_i}\}_{i=1}^m$ 组成的一个 $n_R \times n_T$ 的对角阵.

令 \mathbf{x} 为 $n_T \times 1$ 的发射信号向量, 则 $n_R \times 1$ 的接收信号向量 \mathbf{y} 可以表示为

$$\mathbf{y} = H\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (3)$$

其中 \mathbf{n} 为方差 σ^2 的加性白高斯噪声.

定义变换 $\mathbf{y}' = \hat{U}^H \mathbf{y}$, $\mathbf{x}' = \hat{V}^H \mathbf{x}$ 以及 $\mathbf{n}' = \hat{U}^H \mathbf{n}$, 有

$$\mathbf{y}' = \hat{\Lambda} \mathbf{x}' + \hat{U}^H \Xi \hat{V}^H \mathbf{n}' \quad (4)$$

从上式可以看出, 如果没有估计信道错误, 一个 MIMO 信道可以分解为 m 个平行的特征子信道, 否则, 这些子信道之间相互干扰.

3 最佳功率自适应分配

基于总的发射功率和平均误码率 BER_{target} 这两个约束条件和最大化频谱效率 R 准则, 利用不完全的 CSI 进行自适应的 MIMO 系统优化设计. 为了简化分析, 只考虑一个变功率的系统, 其中发射端只自适应地为每一个子信道分配瞬时功率. 分别用 k_i 和 BER_i 表示子信道 i 道的频谱效率和瞬时误比特率.

定义子信道 i 的接收信噪比 γ_i 为

$$\gamma_i = \frac{\lambda_i P_i}{\sigma^2 + \sigma_\epsilon^2 P_T}, \quad i = 1, \dots, m \quad (5)$$

其中 P_i 为信道 i 的功率, P_T 为总的传输功率.

对于平方正交幅度调制(QAM), 采用 BER 计算式的一个紧致的近似表达式^[9]

$$BER_i \approx 0.2 \exp\left(-\frac{3\gamma_i}{2(2^k - 1)}\right) \quad (6)$$

这样有约束条件的优化问题可以表示成

$$\max R(P_1, \dots, P_m, \sigma_\epsilon^2) = E\left\{\sum_{i=1}^m k_i(\hat{\lambda}, \sigma_\epsilon^2)\right\} \quad (7a)$$

$$\begin{cases} \text{Subject to } E\left\{\sum_{i=1}^m P_i(\hat{\lambda}, \sigma_\epsilon^2)\right\} = P_T, \\ \sum_{i=1}^m k_i BER_i \\ \sum_{i=1}^m k_i \leq BER_{\text{target}}, \end{cases} \quad \begin{cases} P_i \geq 0 \\ k_i \geq 0 \end{cases} \quad (7b)$$

优化的最终目标是为了最大化式(7a)中的平均频谱效率. 然而, 直接根据上式进行优化设计很困难, 因为式(7b)中第二项的限制条件是非线性的. 为此, 我们假设所有的子信道有相同的目标 BER, 则式(7b)中第二项简化成为

$$BER_i \leq BER_{\text{target}}, \quad i = 1, \dots, m \quad (8)$$

把式(6)代进式(8)有

$$k_i \leq \log_2 \left[1 + \frac{KP_i \hat{\lambda}_i}{(\sigma^2 + \sigma_\epsilon^2 P_T)} \right] \quad (9)$$

其中 $K = -1.5/\ln(5BER_{\text{target}})$, 并且 $0 < K < 1$. 于是有约束条件的优化问题等价于

$$\begin{aligned} \max R = E \left\{ \sum_{i=1}^m \log_2 \left[1 + \frac{KP_i \hat{\lambda}_i}{(\sigma^2 + \sigma_\epsilon^2 P_T)} \right] \right\} \\ \text{Subject to } E \left\{ \sum_{i=1}^m P_i(\hat{\lambda}, \sigma_\epsilon^2) \right\} = P_T \end{aligned} \quad (10)$$

使用拉格朗日方法, 我们可以获得上述最佳化问题的解为

$$P_i = \left\{ \frac{1}{\mu} - \frac{\sigma^2 + \sigma_\epsilon^2 P_T}{K \hat{\lambda}_i} \right\}^+ \quad (11)$$

$$R_{\max} = E \left\{ \sum_{i=1}^m \left(\log_2 \frac{K \hat{\lambda}_i}{\mu(\sigma^2 + \sigma_\epsilon^2 P_T)} \right)^+ \right\} \quad (12)$$

其中常数 μ 满足式(7b)的功率约束条件. 当 $\mu \geq 0$, 功率自适应式(11)能够写成更简单的形式

$$P_i = \left\{ \frac{1}{\eta \hat{\lambda}_{i,0}} - \frac{1}{\eta \hat{\lambda}_i} \right\}^+ \quad (13)$$

其中 $\eta = K/(\sigma^2 + \sigma_\epsilon^2 P_T)$, $\hat{\lambda}_{i,0}$ 是 cutoff 值, 当 $\hat{\lambda}_i$ 小于其时将没有信号进行传输. $\hat{\lambda}_{i,0}$ 必须满足功率约束条件

$$P_T = \sum_{i=1}^m \frac{1}{\eta} \int_{\hat{\lambda}_{i,0}}^{\infty} \left(\frac{1}{\hat{\lambda}_{i,0}} - \frac{1}{\hat{\lambda}_i} \right) f(\hat{\lambda}_i) d\hat{\lambda}_i \quad (14)$$

其中 $f(\hat{\lambda}_i)$ 表示 Wishart 矩阵 $\hat{H}\hat{H}^H$ ($n_R \leq n_T$) 的第 i 个非 0 特征值的概率密度函数. 令 $f(\hat{\lambda})$ 表示任意非排序特征值 $\hat{\lambda}_i$ 的概率密度函数, 式(14)可以重新写成

$$\frac{P_T}{m} = \frac{1}{\eta} \int_{\hat{\lambda}_0}^{\infty} \left(\frac{1}{\hat{\lambda}_0} - \frac{1}{\hat{\lambda}} \right) f(\hat{\lambda}) d\hat{\lambda} \quad (15)$$

其中 cutoff 值 $\hat{\lambda}_0$ 相对应于任意的特征值.

Wishart 矩阵的非有序特征值 λ 的概率密度函数为^[9]

$$p(\lambda) = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^i \sum_{l=0}^{2j} \frac{(-1)^l (2j)!}{2^{2i-l} l! (n-m+j)!} \cdot \binom{2i-2j}{i-j} \binom{2j+2n-2m}{2j-l} \lambda^{n-m+l} e^{-\lambda} \quad (16)$$

注意到 $\hat{\lambda} = \rho^2 \lambda$, 我们有

$$f(\hat{\lambda}) = \frac{1}{\rho^2} p\left(\frac{\hat{\lambda}}{\rho^2}\right) \quad (17)$$

把式(17)代进式(15)有

$$P_T = \frac{1}{\eta \rho^2} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^i \sum_{l=0}^{2j} \frac{(-1)^l (2j)!}{2^{2i-l} l! (n-m+j)!} \rho^{-2(n-m+l)}$$

$$\cdot \binom{2i-2j}{i-j} \binom{2j+2n-2m}{2j-l} \int_{\lambda_0}^{\infty} \left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda} \right) \cdot \hat{\lambda}^{n-m+l} e^{-\lambda/\rho^2} d\hat{\lambda} \quad (18)$$

在下面部分,我们将证明只有唯一的一个 $\hat{\lambda}_0$ 来满足式(18).

A. Cutoff 的唯一性

定义函数 $F(x)$ 为

$$F(x) = \frac{1}{\eta \rho^2} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^i \sum_{l=0}^{2j} \frac{(-1)^l (2j)! \rho^{-2(n-m+l)}}{2^{2i-l} j! l! (n-m+j)!} \cdot \binom{2i-2j}{i-j} \binom{2j+2n-2m}{2j-l} \int_x^{\infty} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\lambda} \right) \cdot \hat{\lambda}^{n-m+l} e^{-\lambda/\rho^2} d\hat{\lambda} - P_T \quad (19)$$

对式(19)关于 x 求导得到

$$\frac{dF(x)}{dx} = -\frac{1}{\eta} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^i \sum_{l=0}^{2j} \frac{(-1)^l (2j)!}{2^{2i-l} j! l! (n-m+j)!} \cdot \binom{2i-2j}{i-j} \binom{2j+2n-2m}{2j-l} \frac{1}{x^2} \cdot \Gamma\left(n-m+l+1, \frac{x}{\rho^2}\right) \quad (20)$$

从式(20)我们很容易看出当 $x > 0$ 时, $dF(x)/dx < 0$. 而且,从式(19)可以获得

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \int_x^{\infty} \hat{\lambda}^{n-m+l} e^{-\lambda/\rho^2} d\hat{\lambda} = \Gamma(n-m+l+1) \rho^{2(n-m+l+1)} \quad n-m+l \geq 0 \quad (21)$$

以及

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \int_x^{\infty} \hat{\lambda}^{n-m+l-1} e^{-\lambda/\rho^2} d\hat{\lambda} = \Gamma(n-m+l) \rho^{2(n-m+l)} \quad n-m+l > 0 \quad (22)$$

把式(22)和式(21)代入式(19)得

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x) = +\infty, \quad n-m+l > 0 \quad (23)$$

类似地,对于 $n-m+l=0$,我们有

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} \int_x^{\infty} e^{-\lambda/\rho^2} d\hat{\lambda} - \int_x^{\infty} \hat{\lambda}^{-1} e^{-\lambda/\rho^2} d\hat{\lambda} \right) = +\infty \quad (24)$$

同样,从式(19)我们可以发现 $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = -P_T$.

因此,我们得出只有唯一的一个 $\hat{\lambda}_0$ 满足式(18). 一般来说,需要数字寻根法来得到 $\hat{\lambda}_0$.

B. 系统容量

根据式(12)和式(17),并应用文献[1]中的结果,我们可以得到

$$R_{\max} = \log_2(e) \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^i \sum_{l=0}^{2j} \frac{(-1)^l (2j)! (n-m+l)!}{2^{2i-l} j! l! (n-m+j)!} \cdot \binom{2i-2j}{i-j} \binom{2j+2n-2m}{2j-l} \cdot \left[E_1(\hat{\lambda}_0/\rho^2) + \sum_{k=1}^{n-m+l} \frac{\mathcal{P}_k(\hat{\lambda}_0/\rho^2)}{k} \right] \quad (25)$$

其中 $E_1(x)$ 是指数积分函数, $\mathcal{P}_k(x)$ 是泊松函数, $\mathcal{P}_k(x)$

$$= e^{-x} \sum_{i=0}^{k-1} \frac{x^i}{i!}.$$

4 数值计算及结论

为检验本文设计方案的有效性,我们对本文中提出的方案进行了数值计算,同时给出了发射端不知道信道估计错误 σ_e^2 的设计方案的数值计算结果,如图 1 和图 2 所示,其中图 1 为 $n_T = n_R = 4$ 时不同 SNR 值下的平均容量与 σ_e^2 之间的关系,图 2 为不同天线对 (n_T, n_R) 下的系统平均容量. 结果表明,我们的设计能够提供较大的系统容量,即能有效地改善系统性能尤其在高 SNR 以及信道估计错误很大的时候. 但是这种容量的改善需要发送端根据信道信息的改变来不断调整功率的分配,势必会增加发射机的设计成本.

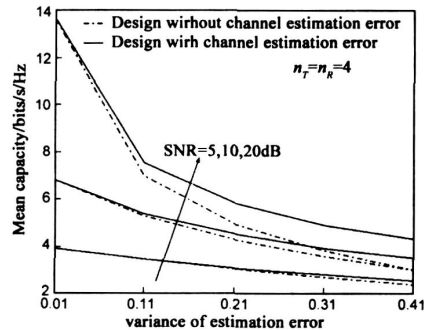


图1 不同SNR下的系统平均容量

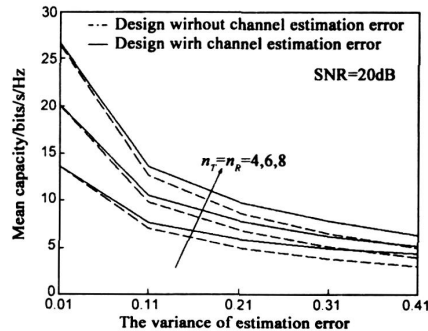


图2 不同天线对下的系统平均容量

参考文献:

[1] M S Alouini, A J Goldsmith. Capacity of Rayleigh fading channels under different adaptive transmission and diversity-combining techniques[J]. IEEE Trans Veh Technol, 1999, 48(4): 1165 - 1181.
 [2] I E Telatar. Capacity of multi-antenna Gaussian channels [J]. Eur Trans Telecommun, 1999, 10: 585 - 595.
 [3] S K Jayaweera, H V Poor. Capacity of multiple-antenna systems with both receiver and transmitter channel state information[J]. IEEE Trans Inform Theory, 2003, 49(10): 2967 - 2709.

- [4] M T Ivrlač, W Utschick, J A Nossek. Fading correlations in wireless MIMO communication systems[J]. IEEE J Select Areas Commun, 2003, 21(5): 819 – 827.
- [5] T Yoo, A Goldsmith. Capacity and power allocation for fading MIMO channels with channel estimation error[J]. IEEE Trans Inform Theory, 2006, 52(5): 2203 – 2214.
- [6] A Maaref, S Aïssa. Capacity of space-time block codes in MIMO Rayleigh fading channels with adaptive transmission and estimation errors[J]. IEEE Trans Wireless Commun, 2005, 4(5): 2568 – 2578.
- [7] J F Paris, M C A Torres, J T Entrambasaguas. Impact of channel estimation error on adaptive modulation performance in flat fading[J]. IEEE Trans Commun, 2004, 52(5): 716 – 720.
- [8] Z Zhou, B Vucetic, M Dohler, Y Li. MIMO systems with adaptive modulation[J]. IEEE Trans. Veh. Technol, 2005, 54(5): 1828 – 1842.
- [9] H Shin, J H Lee. Capacity of multiple-antenna fading channels: Spatial correlation, double scattering, and keyhole [J]. IEEE Trans Inform Theory, 2003, 49(10): 2636 – 2647.

作者简介:

杨 亮 男, 1977 年出生于湖南洞口. 博士, 暨南大学教师, 主要研究方向为新一代移动通信系统技术.

E-mail: yangliang_guangzhou@yahoo.com.cn



秦家银 男, 1961 年出生于湖北荆门, 中山大学信息科技学院电子与通信工程系教授, 博士生导师. 主要研究方向为无线 CDMA 与移动通信、光电子技术与通信.