

# 窄带干扰对多载波系统定时同步影响的分析

赵福才, 胡以华, 郝士琦, 闫 飞

(合肥解放军电子工程学院, 安徽合肥 230037)

**摘要:** S&C 算法是基于数据辅助的常用定时同步算法, 该算法仅需要一个训练符号, 既可用于定时恢复, 也可用于载波频率捕获, 额外开销小, 广泛应用于多载波通信系统中. 一般来说, 定时估计的性能会受到干扰(如窄带干扰)的影响. 分析了窄带干扰信号对多载波系统定时同步的影响, 重点分析了窄带干扰情况下 S&C 定时估计器的性能、训练数据的漏警概率和虚警概率.

**关键词:** 多载波系统; 窄带干扰; 符号定时同步; 训练符号

**中图分类号:** TN911. 7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2009) 01-0185-05

## Analysis of the Narrowband Interference Effect on Multi-carrier Systems Timing Synchronization

ZHAO Fu cai, HU Yi hua, HAO Shi qi, YAN Fei

(Electronic Engineering Institute of PLA, Hefei, Anhui 230037, China)

**Abstract:** In multi carrier systems, the most popular of the pilot aided timing estimators is the one proposed by Schmidl and Cox (S&C), which only one training symbol is used for symbol timing recovery and carrier frequency acquisition. Generally, the proper action of the timing estimator may be strongly affected by the presence of disturbances, like narrowband interference (NBI) signals. This paper investigates the effect of NBI signals, on the timing synchronization for multi carrier systems. The performance of the S&C symbol timing synchronizer is evaluated in an analytical way in the presence of narrowband interferers. Also, the probabilities of both missing and false detection of a training sequence are addressed.

**Key words:** multi carrier systems; narrowband interference; symbol timing synchronization; training symbol

### 1 引言

多载波(Multi-carrier, MC)技术近年来受到人们越来越多的关注<sup>[1]</sup>, 对于MC系统而言, 破坏通信的干扰方法有两种: 一是攻击它的同步系统, 二是攻击载有消息的信号. 攻击MC通信的同步系统, 对于破坏通信而言, 在许多情况下会以小的代价, 取得更大的效果. 因此, 研究通信的同步, 进而找出破坏它的方法是非常必要的.

窄带干扰(Narrowband Interference, NBI)对于MC系统性能的影响, 目前研究的还不是很多. 文献[2]研究了NBI对于OFDM系统符号检测和频率同步的影响, 其中NBI信号为一未调制复正弦信号, 这种信号不能充分描述带宽大于MC系统的载波间隔的特性. 文献[3]研究了数字调制NBI信号对OFDM系统频率模糊判决的影响, 研究结果表明整数频率估计器的性能受NBI影响较大. 文献[4]研究了数字调制NBI信号对OFDM系统定时同步性能的影响.

对于高速突发的卫星入路由信号, 传统的锁相环等

反馈控制算法捕获时间远远超过了最佳线性相位估计所要求的最小值. 为了避免定时估计中的这些问题, 普遍采用训练符号, Schmidl 和 Cox<sup>[5]</sup>提出了一种基于训练符号的定时算法, 该算法中使用一个训练符号, 这个训练符号由两个相同部分组成. 研究表明, S&C估计器可以提供简单、鲁棒的符号定时, 但是当系统受到窄带干扰时, 定时性能必将会受到影响. 本文就是分析NBI对多载波卫星入路由信号的S&C符号定时性能的影响, 为实施干扰提供技术支持.

### 2 系统模型

多载波系统和NBI信号的基本框图如图1所示. 在多载波系统中, 在发射端对N个数据符号进行帧长为 $N_u$ 的分组.  $N > N_u$ , 并且插入长度为 $\nu$ 的循环前缀. 基带信号可表示为:

$$s_u(t) = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} s^i(n) p_0(t - nT_0 - i(N + \nu)T_0) \quad (1)$$

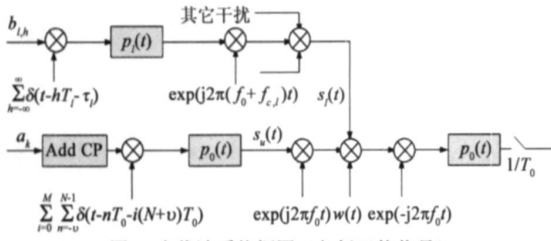


图1 多载波系统框图 (包括干扰信号)

式中,  $p_0(t)$  为滚降系数为  $\alpha_0$  的平方根升余弦滤波器. 基带信号经过上变频到载频  $f_0$ , 在接收端经过下变频和采样, 得到采样信号  $r_u(mT_0)$ . 当载波  $N$  很大时,  $s^i(n)$  的实部和虚部可以被认为是零均值、方差为  $\sigma_s^2$  的高斯随机变量. 加性高斯白噪声的方差为  $\sigma_n^2$ , 匹配滤波器的输出信噪比定义为  $\sigma_s^2/\sigma_n^2$ .

窄带干扰和多载波信号位于同一频带, 干扰信号  $s_I(t)$  为  $N_I$  个窄带干扰信号的和.

$$s_I(t) = \sum_{l=1}^{N_I} \sum_{h=-\infty}^{\infty} b_{l,h} p_l(t-hT_l - \tau_l) e^{j2\pi(f_0 + f_{c,l})t} \quad (2)$$

其中,  $b_{l,h}$  为第  $l$  个干扰的第  $h$  个干扰数据符号,  $p_l(t)$  为滚降系数为  $\alpha_l$  的平方根升余弦滤波器.  $f_{c,l}$  为第  $l$  个干扰信号与  $f_0$  的载频偏差, 干扰信号被调制到频率  $f_0 + f_{c,l}$ . 在接收端, 匹配滤波器输出端得到的总的干扰信号表示为

$$r_I(t) = \sum_{l=1}^{N_I} \sum_{h=-\infty}^{\infty} b_{l,h} e^{j2\pi f_{c,l} t} g_l(t-hT_l) \quad (3)$$

式中,  $g_l(t)$  为  $p_0(t)$  与  $p_l(t-hT_l) \exp(j2\pi f_{c,l} t)$  的卷积. 假设干扰符号互不相关,  $E_l'$  为第  $l$  个干扰的每符号能量, 则  $E[b_{l,h} b_{l',h'}^*] = E_l' \delta_{ll'} \delta_{hh'}$ . 接收端的输出信干比定义为

$$SIR = \frac{2\sigma_s^2/T_0}{\sum_{l=1}^{N_I} \frac{E_l'}{T_l}} \quad (4)$$

### 3 存在窄带干扰时的定时测度统计特性

在多载波系统的接收端, 匹配滤波器的输出由有用信号  $r_u(mT_0)$ 、干扰成分  $r_I(mT_0)$  和噪声成分  $w(mT_0)$  三部分组成,  $r(mT_0)$  可表示为

$$r(mT_0) = r_u(mT_0) + r_I(mT_0) + w(mT_0) \quad (5)$$

在 S&C 算法中, 定时测度由下式给出

$$M(d) = \frac{|P(d)|^2}{R(d)^2} \quad (6)$$

$$P(d) = \sum_{m=0}^{N/2-1} r^*((d+m)T_0) \cdot r((d+m+N/2)T_0) \quad (7)$$

$$R(d) = \sum_{m=0}^{N/2-1} |r((d+m+N/2)T_0)|^2 \quad (8)$$

在定时算法中, 测度最大值时对应的  $d$  就是估计

的定时误差  $\tau$ . 定时测度不但可以用来发现最佳定时时刻, 而且可以用来判断是否接收某一训练序列. 我们设定一个门限值, 当定时测度大于该门限时, 我们可以认为检测到了一个训练序列. 门限的选取原则是使漏警概率和虚警概率尽可能小. 为了更好的确定门限, 我们需要知道定时测度的统计特性, 文献[5]分析了最佳定时点定时测度的统计特性. 本文我们研究存在 NBI 时定时测度的统计特性.

首先, 我们研究存在 NBI 时定时测度的均值特性. 当 SIR 和 SNR 足够大时,  $P(d)$  的虚部相对于实部可以忽略, 可得  $E[|P(d)|^2] \approx |E[P(d)]|^2$ . 由于  $|P(d)|^2$  和  $R(d)^2$  的方差非常小,  $E[M(d)] \approx |E[P(d)]|^2 / E[R(d)^2]$ , 所以

$$E[M(d)] = \begin{cases} \frac{|2\sigma_s^2(d + N/2) + \phi|^2}{G^2}, & -(N/2 + \nu) < d \leq -\nu \\ \frac{|N \cdot \sigma_s^2 + \phi|^2}{G^2}, & -\nu < d \leq 0 \\ \frac{|2\sigma_s^2(-d + N/2) + \phi|^2}{G^2}, & 0 < d < N/2 - 1 \end{cases} \quad (9)$$

式中: 
$$\phi = \sum_{m=0}^{N/2-1} A^{(m,m)}(0, N/2) \quad (10)$$

$$G = N(\sigma_s^2 + \sigma_n^2) + \sum_{m=0}^{N/2-1} A^{(m,m)}(N/2, N/2) \quad (11)$$

当  $d \geq N/2$  或者  $d < -(N/2 + \nu)$  时,  $E[|P(d)|^2] \approx |E[P(d)]|^2$  不成立. 这时,  $E[M(d)] \approx D^2/G^2$ . 其中  $A^{(m,m)}(x, y)$  和  $D^2$  的定义见文献[4].

#### 3.1 最佳定时点

由于训练符号的对称性, 且当 SIR 和 SNR 足够大时,  $P(d)$  中的虚部可以忽略. 由式(5)、(7)、(8)可知,  $|P(d)|$  和  $R(d)$  包含共同的部分  $\alpha$ , 且  $|P(d)| = \alpha + \beta$ ,  $R(d) = \alpha + \gamma$ . 通过推导, 可得  $\alpha, \beta, \gamma$  的均值和方差. 定义  $q = |P(d_{opt})|/R(d_{opt})$ ,  $d_{opt}$  为最佳定时点, 则

$$\mu_q \approx \frac{\mu_\alpha + \mu_\beta}{\mu_\alpha + \mu_\gamma}, \quad \sigma_q^2 \approx \mu_q^2 \left[ \frac{\sigma_\beta^2}{(\mu_\alpha + \mu_\beta)^2} + \frac{\sigma_\gamma^2}{(\mu_\alpha + \mu_\gamma)^2} \right] \quad (12)$$

考虑  $q$  为近似高斯随机变量, 可得

$$M(d) \approx \mu_q^2 + 2\mu_q \cdot N(0, \sigma_q^2) \quad (12)$$

$M(d)$  的均值记为

$$\mu_M = \left\{ \frac{N + \frac{1}{\sigma_s^2} \sum_{l=1}^{N_I} E_l' \nu_l}{N + \frac{N}{SNR} + \frac{1}{\sigma_s^2} \sum_{l=1}^{N_I} E_l' \phi_l} \right\}^2 \quad (13)$$

式中,  $\nu_l$  和  $\phi_l$  定义为

$$\nu_l = \text{Re} \sum_{m=0}^{N/2-1} \sum_{h=-\infty}^{\infty} g_l^*((m+d)T_0 - hT_l) g_l((m+d+N/2)T_0 - hT_l) \quad (14)$$

$$\phi_l = \sum_{m=0}^{N/2-1} \sum_{h=-\infty}^{\infty} |g_l((m+d+N/2)T_0 - hT_l)|^2 \quad (15)$$

根据式(13), 可得  $M(d)$  的方差为

$$\sigma_M^2 = 4 \cdot \mu_q^2 \sigma_q^2 \quad (16)$$

### 3.2 定时点位于训练序列之外

考虑 NBI 存在时, 定时位置位于训练序列之外的情况. 使用类似文献[5] 中的分析, 可以得到当 SIR 和 SNR 足够大时, 定时测度近似为  $\chi^2$  分布, 可表示为

$$M(d_{outside}) = \frac{D^2}{2G^2} \chi^2(2) \quad (17)$$

因此,  $M(d_{outside})$  的均值和方差分别为

$$\mu_{M(d_{outside})} = \frac{D^2}{G^2} \quad (18)$$

$$\sigma_M^2(d_{outside}) = \frac{D^4}{G^4} \quad (19)$$

### 3.3 训练序列的漏警概率和虚警概率

漏警概率和虚警概率分别记为  $P_{miss}$  和  $P_{false}$ , 由统计理论可知, 门限值为  $\lambda$  时的  $P_{miss}(\lambda)$  和  $P_{false}(\lambda)$  可由下式计算.

$$P_{miss}(\lambda) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{\mu_M - \lambda}{\sqrt{2\sigma_M^2}} \right) \quad (20)$$

$F(\lambda)$  的封闭表达式为

$$F(\lambda) = 1 - e^{-\lambda^2 / 2\sigma_x^2} \quad (21)$$

式中,  $\sigma_x^2 = D^2 / 2G^2$ , 所以

$$P_{false}(\lambda) = e^{-\lambda^2 / D^2} \quad (22)$$

## 4 仿真结果

在本文中采用 QPSK 数据调制多载波系统进行仿真, 干扰信号也为 QPSK 调制信号. 仿真参数设置如下: 子载波个数  $N = 1024$ , 使用的用户载波个数  $N_u = 1000$ ; 保护时隙的长度约为帧长的 10%, 即  $v = 102$ ; 多载波系统的带宽  $B_0 = 1024\text{kHz}$ ; 发送滤波器采用平方根升余弦滤波器, 数据信号发送成型滤波器的滚降系数  $\alpha_0 = 0.25$ , 干扰信号发送成型滤波器的滚降系数  $\alpha_i = 0.5$ ; 干扰的时间延迟  $\tau_i = 0$

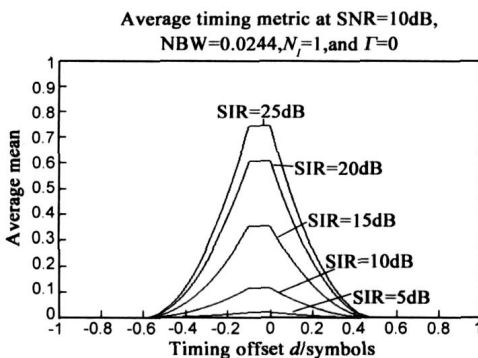


图2 平均定时测度

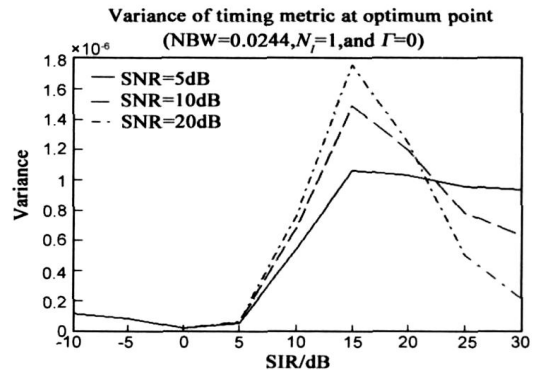
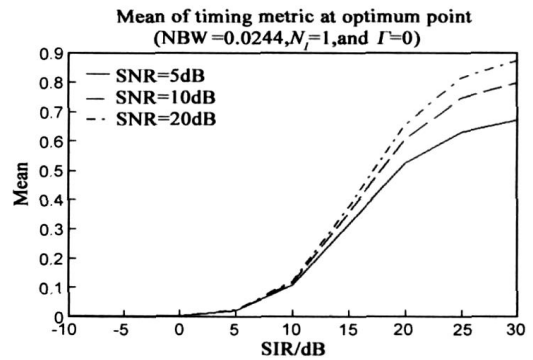


图3 最佳定时点的定时测度均值和方差

图 2 为根据式(9) 得到的平均定时测度随定时偏移量变化的曲线图. 由图可知, 定时测度在最大值点出现一个平台, 这是由于循环前缀延伸了多载波码元同步符号的对称性, 以至于在循环前缀之内的所有定时时刻都产生同一定时测度. 这个平台将会导致最佳定时

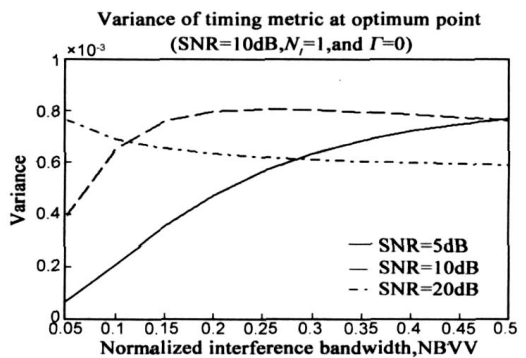
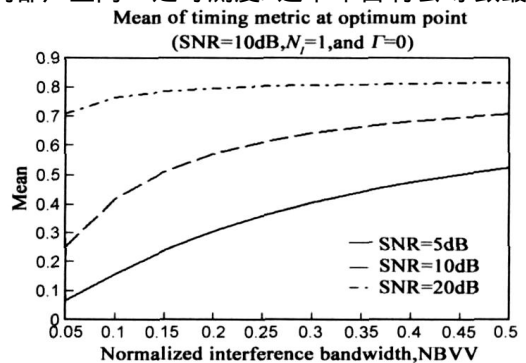


图4 最佳定时点的定时测度均值和方差

点的判决模糊性,  $\text{Min}^{(6)}$  算法在正确时刻能产生一个尖峰, 但是往往在错误的时刻也产生一个甚至更高的尖峰. 从图中我们也可以发现, 当 SIR 减小时, 窄带干扰将引起最大定时测度的减小. 这将导致定时测度达不到检测门限的概率增加, 从而导致漏检概率增加.

图 3 为最佳定时点定时测度的均值和方差随 SIR 变化的曲线图. 随着 SIR 的增加, 定时测度的均值也增加; 随着 SIR 的增加, 定时测度的方差减小. 这是因为在 SIR 和 SNR 较高时, 噪声和干扰的影响较小, 码元符号的对称性所受的影响很小, 定时测度接近平均值.

图 4 所示为最佳定时点定时测度的均值和方差随干扰带宽变化的曲线图. 当 SIR 较高时, 定时测度的均值达到一条渐近线, 这条渐近线只与 SNR 有关, 与干扰带宽无关. 随着 SIR 的减小, 定时测度的方差与干扰带宽的依赖性增加. 这是由于在 SIR 较高时, 干扰的影响变小, 方差主要取决于噪声. 当 SIR 较低时, 随着干扰带宽的增加, 方差减小.

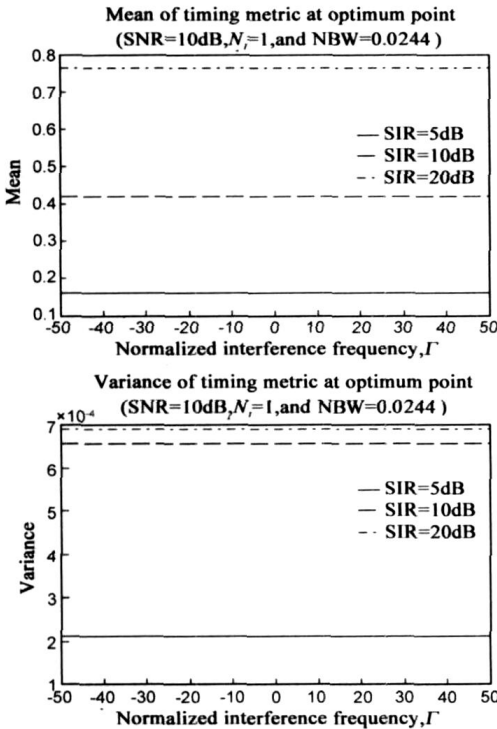


图5 最佳定时点的定时测度均值和方差

图 5 所示为最佳定时点定时测度的均值和方差随干扰频率变化的曲线图. 当干扰信号位于多载波系统的频谱范围之内时, 均值和方差为常数, 与  $\Gamma$  无关. 这是因为  $\nu_i$  相比较于  $\phi_i$  非常小, 图 5 中不能显示  $\nu_i$  的周期特性, 因此  $\nu_i$  对定时测度的均值和方差的影响可以忽略.

图 6 所示为最佳定时点定时测度的均值和方差随干扰信号数目变化的曲线图. 在这里我们考虑总 SIR 固定的情况, 也就是说当  $N_i$  数目增加时, 每个干扰的 SIR

相应减小. 在这种情况下均值和方差为常数, 这是由于定时测度的均值和方差和总的 SIR 有关, 而与  $N_i$  无关.

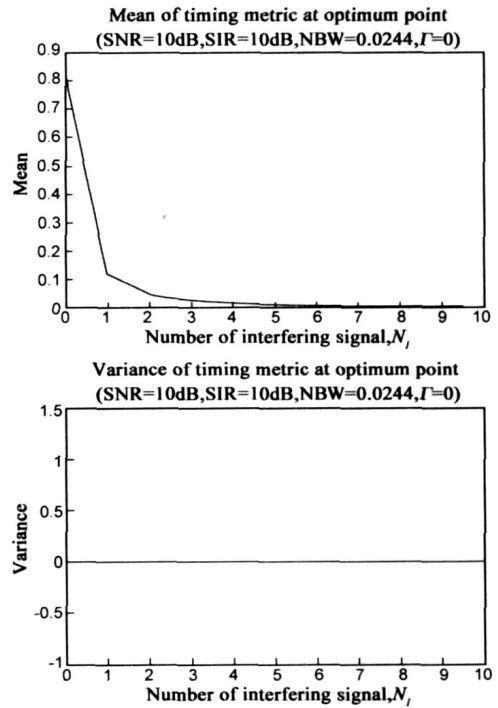


图6 最佳定时点的定时测度均值和方差

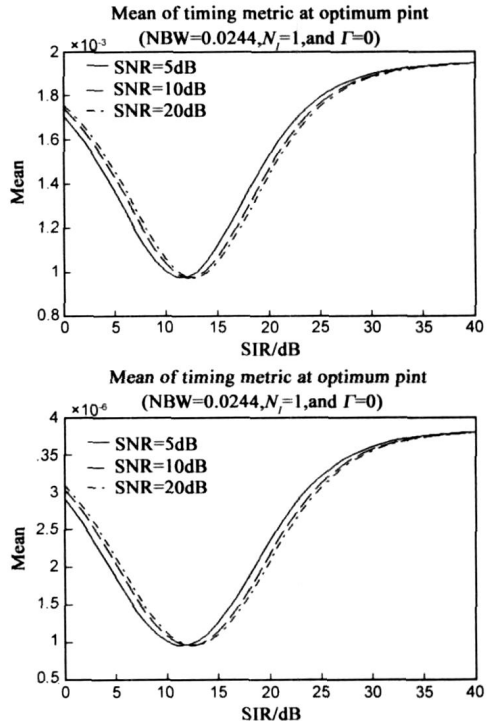


图7 定时点位于训练序列外的定时测度均值和方差

图 7 所示为定时点位于训练序列外的定时测度的均值和方差随干扰比变化的曲线图. 由图可知, 当 SIR 较高时, 干扰信号对定时测度的统计特性影响不大.

图 8 所示为训练序列的漏警概率和虚警概率随

SNR 变化的曲线图, 其中检测门限设定为  $\lambda = 0.4$ . 漏警概率在 SNR 较低时比较大, 随着信噪比的提高迅速减小; 虚警概率则非常小, 可近似为 0, 这是由于相关运算时的长度足够大 ( $N = 1024$ ), 可以消除噪声的影响.

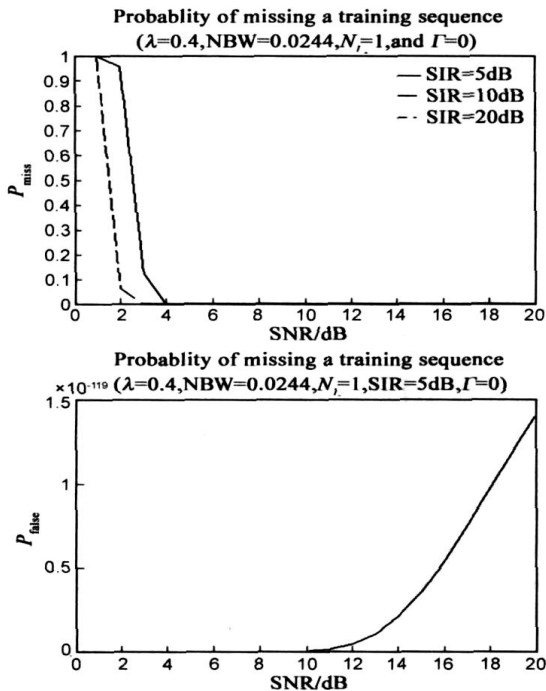


图8 漏警概率和虚警概率

## 5 结论

本文分析了不同参数条件下, 窄带干扰对 S&C 符号定时估计性能的影响. 通过理论推导和仿真分析研究了: 最佳定时点定时测度的统计特性、定时点位于训练序列之外时的定时测度统计特性、训练序列的漏警概率和虚警概率. 分析研究结果显示, 一般情况下, SIR 对定时估计性能影响不大; 当 SIR 较高时(大于 10dB), 噪声是影响估计性能的关键因素. 对于一个给定值的 SIR, 干扰带宽对于定时测度的均值和方差几乎没有影响. 当干扰位于多载波系统的频带范围之内时, 干扰信号的载频偏差并不影响定时测度的统计特性. 存在多个干扰信号时, 最佳定时点的统计特性与单个干扰的 SIR 无关, 而与总的 SIR 有关. 当 SIR 较高时, 位于训练

序列之外定时点的统计特性与干扰信号无关. 当 SIR 小于 15dB 时, 训练序列的漏警概率受 NBI 影响较大; 虚警概率与 SNR 和 SIR 都无关, 且近似为零.

## 参考文献:

- [1] J A C Bingham. Multicarrier modulation for the data transmission: An idea whose time has come[J]. IEEE Communication Magazine, 1990, 28(5): 5-14.
- [2] A J Coulson. Narrow band interference in pilot symbol assisted OFDM systems[J]. IEEE J Sel Areas Commun, 2004, 3(6): 2277-2287.
- [3] M Marey, H Steendam. The effect of narrowband interference on frequency ambiguity resolution for OFDM[A]. In Proc of Vehicular Technology Conference Fall 2006[C], Montréal, Canada, Sept. 2006.
- [4] M Marey, H Steendam. Analysis of the narrowband interference effect on OFDM timing synchronization[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2007, 55(9): 4558-4566.
- [5] T Schmidl, D Cox. Robust frequency and timing synchronization for OFDM[J]. IEEE Trans Commun, 1997, 45(12): 1613-1621.
- [6] Minn H, Bhargava V K. On timing offset estimation for OFDM systems[J]. IEEE Communications Letters, 2000, 4(7): 242-244.

## 作者简介:



赵福才 男, 1980 年生于安徽巢湖, 2006 年获解放军电子工程学院信号与信息处理硕士学位, 现为解放军电子工程学院信号与信息处理专业博士生. 主要研究方向为卫星通信信号处理.  
E-mail: zhfc80@163.com.

胡以华 男, 1962 年生于安徽怀宁, 教授、博士生导师. 主要研究方向为空间信号处理. E-mail: yh\_hu@263.net.

郝士琦 女, 1963 年生于安徽芜湖, 教授、硕士生导师. 主要研究方向为卫星通信.

闫飞 男, 1978 年生于山东潍坊, 博士、讲师. 主要研究方向为卫星通信.