ZCZ 屏蔽阵列偶集的研究

李兆斌[1,2], 蒋 挺[1], 周 正[1]

(1. 北京邮电大学无线网络实验室, 北京 100876; 2. 北京电子科技学院, 北京 100070)

摘 要: 将最佳屏蔽阵列偶应用于 ZCZ (零相关区) 阵列中, 提出了一种新的 ZCZ 阵列偶集的构造方法. 通常的 ZCZ 阵列集构造方法是基于最佳阵列的, 而本文是将最佳屏蔽阵列偶和正交矩阵相结合, 通过选择适当的移位序列, 经交织变换可以生成具有一定体积和零相关区的 ZCZ 屏蔽阵列偶集. 由于最佳屏蔽阵列偶的存在范围较广泛, 弥补了最佳周期阵列体积受限的缺陷, 因而使用本文的方法构造出的 ZCZ 屏蔽阵列偶集具有较大的容量, 可以更好地满足实际工程的需要.

关键词: 最佳阵列偶; 零相关区; 交织方法; 相关函数

中图分类号: TN911.22 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2009) 03-0489-05

Study on ZCZ Punctured Array Pairs Set

LI Zhao-bin[1,2], JIANG Ting[1], ZHOU Zheng[1]

(1. *Wireless Network Lab, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China;*

2. *Beijing Electronic Science Technology Institute, Beijing 100070, China*)

Abstract: The perfect punctured array pairs are used in a zero correlation zone (ZCZ), and then a construction method for ZCZ array pairs set is presented. The general construction method of ZCZ array set was based on perfect array, but the proposed construction method is based on perfect punctured array pairs and orthogonal matrix, ZCZ punctured array pairs set with certain volume and zero correlation zone can be synthesized through interleaved transformation when suitable shift sequences are selected. The existent range of perfect punctured array pairs is so wide that they can improve the volume limitation of perfect period correlation array. So with the proposed method, ZCZ punctured array pairs set have larger capacity of ZCZ array set, which can satisfy requirements of engineering applications.

Key words: perfect array pairs; ZCZ; interleaved technique; correlation function

1 引言

具有优良相关特性的阵列信号已在现代通信、雷达、信号处理和信源编码等领域得到了广泛的应用. 通常在阵列信号的应用中, 要求阵列具有较大的零相关区域, 这就使其在工程上的应用受到了很大的约束. 为满足工程应用的实际需要, 有学者提出用两个阵列组成的阵列偶[1]来形成最佳信号, 应用这种阵列偶可以使通信系统的发送端和接收端使用不同的信号进行相关检测. 相应的研究成果有准最佳二进阵列偶[2]、几乎最佳二进阵列偶[3]、最佳屏蔽二进阵列偶[4]、准最佳屏蔽二进阵列偶[5]等相关信号, 这些阵列偶的提出进一步扩大了最佳信号的寻找范围. 虽然这些阵列信号的自相关性较好, 但其互相关性却并不能满足需要. 近年来范平志等学者提出了 ZCZ (零相关区) 信号集[6~8]的概念, 扩充了最佳信号的应用范围和应用条件. 本文正是在最佳屏蔽二进阵列偶的基础上, 将 ZCZ 的思想扩展到阵列偶信号中, 提出了一种新的、存在范围更广的最佳离散信号, 即 ZCZ 屏蔽阵列偶集.

本文重点研究了基于交织方法构造 ZCZ 屏蔽阵列偶集, 从理论上证明了该方法的正确性并给出了相应的构造实例.

2 基本定义和引理

定义 1 设 $X=[x(s_1,s_2)]$ 为二维 $N_1\times N_2$ 阶阵列, 若存在另一阵列 $Y=[y(s_1,s_2)]$, 满足以下条件:

$$y(s_1,s_2)=\begin{cases}0, & (s_1,s_2)\in \text{阵列 } X \text{ 的屏蔽位}\\ x(s_1,s_2), & (s_1,s_2)\notin \text{阵列 } X \text{ 的屏蔽位}\end{cases} \tag{1}$$

收稿日期: 2008-04-03; 修回日期: 2008-12-03

基金项目: 国家自然科学基金(No. 60432040, No. 60772021); 北京市自然科学基金(No. 4052021); 教育部博士点基金(No. 20060013008); 韩国仁荷大学 IT 研究中心(INHA UWB-ITRC); 北京电子科技学院信息安全重点实验室基金(No. YZDJ0709)

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

则称阵列 $\boldsymbol{Y}$ 为阵列 $\boldsymbol{X}$ 的屏蔽阵列, 使阵列 $\boldsymbol{X}$ 中元素为零的位置 $(p_{i_1}, p_{i_2}, \cdots, p_{i_n})$ 称为阵列 $\boldsymbol{X}$ 的屏蔽位.

定义 2 由阵列 $\boldsymbol{X}$ 和它的 p 位屏蔽阵列 $\boldsymbol{Y}$ 组成的阵列偶 $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y})$ 称为 p 位屏蔽阵列偶. 若阵列 $\boldsymbol{X}$ 中的元素 $x=\{-1, +1\}$, 则屏蔽阵列 $\boldsymbol{Y}$ 中的元素为 $y=\{-1, 0, +1\}$, 称阵列偶 $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y})$ 为屏蔽二进阵列偶.

定义 3 二维屏蔽阵列偶 $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y})$ 的周期自相关函数 $R_{XY}(s, t)$ 定义为

$$R_{XY}(s, t)=\sum_{s_1=0}^{N_1-1}\sum_{s_2=0}^{N_2-1}X(s_1, s_2)Y(s_1+s, s_2+t) \quad (2)$$

其中 $s_1+s\equiv(s_1+s)\bmod N_1$, $s_2+t\equiv(s_2+t)\bmod N_2$.

定义 4 若屏蔽阵列偶 $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y})$ 的周期自相关函数 $R_{\boldsymbol{XY}}(s, t)$ 满足

$$R_{XY}(s, t)=\begin{cases}E, & (s, t)=(0, 0)\\ 0, & (s, t)\neq(0, 0)\end{cases} \quad (3)$$

则称屏蔽阵列偶 $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y})$ 为最佳周期屏蔽阵列偶.

定义 5 对于由 M 个 $N_1\times N_2$ 阶屏蔽阵列偶组成的阵列偶集 $\boldsymbol{C}=\{\boldsymbol{C}_i | \boldsymbol{C}_i=(\boldsymbol{X}_i, \boldsymbol{Y}_i), 0\leqslant i\leqslant M-1\}$ 的周期互相关函数定义为

$$R_{C_iC_j}(s, t)=\sum_{s_1=0}^{N_1-1}\sum_{s_2=0}^{N_2-1}X_i(s_1, s_2)Y_j(s_1+s, s_2+t) \quad (4)$$

其中 $s_1+s\equiv(s_1+s)\bmod N_1$, $s_2+t\equiv(s_2+t)\bmod N_2$.

屏蔽阵列偶集 $\boldsymbol{C}$ 的零相关区 Z_{CZ} 定义如下:

$$Z_{CZ}=\max\{(T_1, T_2) | R_{C_iC_j}=0 \text{ 当 } 0<|s|\leqslant T_1, 0<|t|\leqslant T_2 \text{ 或 } (s, t)=(0, 0), i\neq j\} \quad (5)$$

若 $Z_{CZ}\neq(0, 0)$, 则阵列偶集 $\boldsymbol{C}$ 为 ZCZ$((N_1, N_2), M, (T_1, T_2))$ 屏蔽阵列偶集.

将文献[9]中交织序列的定义和性质扩展到二维的情形可以得到交织阵列的定义和性质:

定义 6[9] 给定 $N_1\times N_2$ 阶阵列 $\boldsymbol{A}$ 如下

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} & \cdots & a_{0(N_2-1)}\\ a_{10} & a_{11} & \cdots & a_{1(N_2-1)}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ a_{(N_1-1)0} & a_{(N_1-1)1} & \cdots & a_{(N_1-1)(N_2-1)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A^0\\ A^1\\ \vdots\\ A^{N_1-1}\end{bmatrix}$$

其中行向量 $\boldsymbol{A}^i=(a_{i0}, a_{i1}, \cdots, a_{i(N_2-1)})$, 给定移位序列 $\boldsymbol{e}=(e_0, e_1, \cdots, e_{N-1})$, 根据运算 $I(L_{e_0}(A^i), L_{e_1}(A^i), \cdots, L_{e_N}(A^i))=(a_{i(0+e_0)}, a_{i(1+e_0)}, \cdots, a_{i(N_2-1+e_0)}, \cdots, a_{i(0+e_{N-1})}, \cdots, a_{i(N_2-1+e_{N-1})})$ 可以得到 $N_1\times(N\times N_2)$ 阶交织阵列 $\boldsymbol{B}$

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix} I(L_{e_0}(A^0), & L_{e_1}(A^0), & \cdots, & L_{e_{N-1}}(A^0))\\ I(L_{e_0}(A^1), & L_{e_1}(A^1), & \cdots, & L_{e_{N-1}}(A^1))\\ & \vdots & & \\ I(L_{e_0}(A^{N_1-1}), & L_{e_1}(A^{N_1-1}), & \cdots, & L_{e_{N-1}}(A^{N_1-1}))\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}B^0\\ B^1\\ \vdots\\ B^{N_1-1}\end{bmatrix} \quad (6)$$

引理 1[9] 设 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 是两个 $N_1\times N_2$ 阵列, e 和 f 是两个 N 长移位序列, 则可得两个交织阵列 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 如下:

$$\boldsymbol{U}=\begin{bmatrix} I(L_{e_0}(A^0), & L_{e_1}(A^0), & \cdots, & L_{e_{N-1}}(A^0))\\ I(L_{e_0}(A^1), & L_{e_1}(A^1), & \cdots, & L_{e_{N-1}}(A^1))\\ & \vdots & & \\ I(L_{e_0}(A^{N_1-1}), & L_{e_1}(A^{N_1-1}), & \cdots, & L_{e_{N-1}}(A^{N_1-1}))\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}U^0\\ U^1\\ \vdots\\ U^{N_1-1}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{V}=\begin{bmatrix} I(L_{f_0}(B^0), & L_{f_1}(B^0), & \cdots, & L_{f_{N-1}}(B^0))\\ I(L_{f_0}(B^1), & L_{f_1}(B^1), & \cdots, & L_{f_{N-1}}(B^1))\\ & \vdots & & \\ I(L_{f_0}(B^{N_1-1}), & L_{f_1}(B^{N_1-1}), & \cdots, & L_{f_{N-1}}(B^{N_1-1}))\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}V^0\\ V^1\\ \vdots\\ V^{N_1-1}\end{bmatrix} \quad (7)$$

将阵列 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 看做是由 N_1 个序列组成, 则 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 的互相关函数可以表示为

$$R_{UV}(s, t)=\sum_{j=0}^{N_1-1}R_{U^jV^{(j+s)\bmod N_1}}(t)$$

当 $0\leqslant s\leqslant N_1$, $0\leqslant t=N\tau_1+\tau_2$, $0\leqslant\tau_2\leqslant N$ 时, $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 的互相关函数满足下列关系

$$\begin{aligned}R_{UV}(s, t)&=\sum_{j=0}^{N_1-1}R_{U^jV^{(j+s)\bmod N_1}}(t)\\ &=\sum_{j=0}^{N_1-1}\Big(\sum_{i=0}^{N-\tau_2-1}R_{L_{e_i}(A^j)L_{f_{i+\tau_2}}(B^{(j+s)\bmod N_1})}(\tau_1)\\ &\quad+\sum_{i=N-\tau_2}^{N-1}R_{L_{e_i}(A^j)L_{f_{i+\tau_2-N}}(B^{(j+s)\bmod N_1})}(\tau_1+1)\Big)\\ &=\sum_{j=0}^{N_1-1}\Big(\sum_{i=0}^{N-\tau_2-1}R_{A^jB^{(j+s)\bmod N_1}}(f_{i+\tau_2}-e_i+\tau_1)\\ &\quad+\sum_{i=N-\tau_2}^{N-1}R_{A^jB^{(j+s)\bmod N_1}}(f_{i+\tau_2-N}-e_i+\tau_1+1)\Big)\end{aligned} \quad (8)$$

3 ZCZ 屏蔽阵列偶集的构造

用交织法构造 ZCZ 屏蔽阵列偶集的步骤如下:

(1) 给定 $N_1\times N_2$ 阶最佳屏蔽阵列偶 $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y})$ 和 $N\times N$ 阶正交矩阵 $\boldsymbol{H}_N$;

(2) 给定 N 长移位序列 $\boldsymbol{e}=(e_0, e_1, \cdots, e_{N-1})$, 通过交织法生成 $N_1\times(N\times N_2)$ 阶屏蔽阵列偶 $(\boldsymbol{X}_1, \boldsymbol{Y}_1)$;

$$\boldsymbol{X}_1=\begin{bmatrix} I(L_{e_0}(X^0), & L_{e_1}(X^0), & \cdots, & L_{e_{N-1}}(X^0))\\ I(L_{e_0}(X^1), & L_{e_1}(X^1), & \cdots, & L_{e_{N-1}}(X^1))\\ & \vdots & & \\ I(L_{e_0}(X^{N_1-1}), & L_{e_1}(X^{N_1-1}), & \cdots, & L_{e_{N-1}}(X^{N_1-1}))\end{bmatrix} \quad (9)$$

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$
\boldsymbol{Y}_1=\begin{bmatrix} I(L_{e_0}(Y^0), & L_{e_1}(Y^0), & \cdots, & L_{e_{N-1}}(Y^0)) \\ I(L_{e_0}(Y^1), & L_{e_1}(Y^1), & \cdots, & L_{e_{N-1}}(Y^1)) \\ & \vdots & & \\ I(L_{e_0}(Y^{N_1-1}), & L_{e_1}(Y^{N_1-1}), & \cdots, & L_{e_{N-1}}(Y^{N_1-1})) \end{bmatrix} \tag{10}
$$

(3) 将正交矩阵 $\boldsymbol{H}_N$ 的第 i 行与阵列偶 $(\boldsymbol{X}_1, \boldsymbol{Y}_1)$ 的每一行相乘得到 ZCZ 屏蔽阵列偶集 $\boldsymbol{C}=\{\boldsymbol{C}_0, \boldsymbol{C}_1, \cdots, \boldsymbol{C}_{N-1}\}$, 其中 $\boldsymbol{C}_i=(\boldsymbol{h}_i\cdot\boldsymbol{X}_1, \boldsymbol{h}_i\cdot\boldsymbol{Y}_1)$:

$$
\boldsymbol{h}_i\cdot\boldsymbol{X}_1=\begin{bmatrix} \boldsymbol{h}_i\cdot\boldsymbol{X}_1^0 \\ \boldsymbol{h}_i\cdot\boldsymbol{X}_1^1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{h}_i\cdot\boldsymbol{X}_1^{N_1-1} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{h}_i\cdot\boldsymbol{Y}_1=\begin{bmatrix} \boldsymbol{h}_i\cdot\boldsymbol{Y}_1^0 \\ \boldsymbol{h}_i\cdot\boldsymbol{Y}_1^1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{h}_i\cdot\boldsymbol{Y}_1^{N_1-1} \end{bmatrix} \tag{11}
$$

$\boldsymbol{h}_i$ 表示 $\boldsymbol{H}_N$ 的第 i 行, $\boldsymbol{h}_i\cdot\boldsymbol{b}$ 如下定义:

$$
\boldsymbol{h}_i\cdot\boldsymbol{b}=\begin{bmatrix} h_{i0}b_0 & h_{i1}b_1 & \cdots & h_{i(N-1)}b_{N-1} \\ h_{i0}b_N & h_{i1}b_{N+1} & \cdots & h_{i(N-1)}b_{2N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{i0}b_{(N_2-1)N} & h_{i1}b_{(N_2-1)N+1} & \cdots & h_{i(N-1)}b_{N_2N-1} \end{bmatrix} \tag{12}
$$

设阵列偶 $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y})$ 是 $N_1\times N_2$ 阶最佳屏蔽阵列偶, 阵列偶 $(\boldsymbol{X}_1, \boldsymbol{Y}_1)$ 由式(9) 和式(10) 生成. 当选取不同的移位序列时, 可以得到不同的 ZCZ 屏蔽阵列偶集, 移位序列的选择可由以下定理得到.

定理 1　如果 $\gcd(N, N_2)=1$, 当移位序列 $e_t=(N^{-1}t)(\bmod N_2)$ 时, $(\boldsymbol{X}_1, \boldsymbol{Y}_1)$ 是一个 $ZCZ((N_1, N_2\times N), 1, (N_1-1, N_2-1))$ 屏蔽阵列偶.

证明: (1) 如果 $\gcd(N, N_2)=1$, $e_t=(N^{-1}t)(\bmod N_2)$, 由式(8) 知

$$
\begin{aligned}
R_{X_1Y_1}(s,t)&=\sum_{j=0}^{N_1-1}\Big(\sum_{i=0}^{N-\tau_2-1}R_{X^jY^{(j+s)\bmod N_1}}(e_{i+\tau_2}-e_i+\tau_1) \\
&\quad+\sum_{i=N-\tau_2}^{N-1}R_{X^jY^{(j+s)\bmod N_1}}(e_{i+\tau_2-N}-e_i+\tau_1+1)\Big) \\
&=\sum_{j=0}^{N_1-1}\Big(\sum_{i=0}^{N-\tau_2-1}R_{X^jY^{(j+s)\bmod N_1}}(N^{-1}\tau_2+\tau_1) \\
&\quad+\sum_{i=N-\tau_2}^{N-1}R_{X^jY^{(j+s)\bmod N_1}}(N^{-1}(\tau_2-N)+\tau_1+1)\Big) \\
&=\sum_{j=0}^{N_1-1}\Big(\sum_{i=0}^{N-1}R_{X^jY^{(j+s)\bmod N_1}}(N^{-1}\tau_2+\tau_1)\Big) \\
&=\sum_{j=0}^{N_1-1}\big(NR_{X^jY^{(j+s)\bmod N_1}}(N^{-1}\tau_2+\tau_1)\big) \\
&=NR_{XY}(s, N^{-1}\tau_2+\tau_1)
\end{aligned}
$$

当 $0<t=N\tau_1+\tau_2<N_2$ 时, $N\tau_1+\tau_2\neq 0(\bmod N_2)$; 又 $\gcd(N, N_2)=1$, 所以 $\tau_1+N^{-1}\tau_2\neq 0(\bmod N_2)$, 故 $R_{X_1Y_1}(s,t)=NR_{XY}(s, N^{-1}\tau_2+\tau_1)=0$.

当 $0<s<N_1$, $t=0$ 时, $R_{X_1Y_1}(s,t)=NR_{XY}(s, N^{-1}\tau_2+\tau_1)=0$.

当 $s=0$, $t=N_2$ 时, $\tau_1+N^{-1}\tau_2=0(\bmod N_2)$, $R_{X_1Y_1}(s,t)=NR_{XY}(s, N^{-1}\tau_2+\tau_1)=NE\neq 0$.

当 $s=0$, $t=0$ 时, $R_{X_1Y_1}(s,t)=NR_{XY}(s, N^{-1}\tau_2+\tau_1)=NE\neq 0$.

综上所述, $(\boldsymbol{X}_1, \boldsymbol{Y}_1)$ 是一个 $ZCZ((N_1, N_2\times N), 1, (N_1-1, N_2-1))$ 屏蔽阵列偶, 定理得证.

定理 2　如果 $N\mid N_2$, 当移位序列 $e_t=((N_2/N)t)(\bmod N_2)$ 时, $(\boldsymbol{X}_1, \boldsymbol{Y}_1)$ 是一个 $ZCZ((N_1, N_2\times N), 1, (N_1-1, N_2-2))$ 屏蔽阵列偶.

证明: 如果 $N\mid N_2$, $e_t=((N_2/N)t)(\bmod N_2)$, 由式(8) 知

$$
\begin{aligned}
R_{X_1Y_1}(s,t)&=\sum_{j=0}^{N_1-1}\Big(\sum_{i=0}^{N-\tau_2-1}R_{X^jY^{(j+s)\bmod N_1}}(e_{i+\tau_2}-e_i+\tau_1) \\
&\quad+\sum_{i=N-\tau_2}^{N-1}R_{X^jY^{(j+s)\bmod N_1}}(e_{i+\tau_2-N}-e_i+\tau_1+1)\Big) \\
&=\sum_{j=0}^{N_1-1}\Big(\sum_{i=0}^{N-\tau_2-1}R_{X^jY^{(j+s)\bmod N_1}}((N_2/N)\tau_2+\tau_1) \\
&\quad+\sum_{i=N-\tau_2}^{N-1}R_{X^jY^{(j+s)\bmod N_1}}((N_2/N)\tau_2+\tau_1+1)\Big)
\end{aligned}
$$

当 $0<t=N\tau_1+\tau_2<N_2-2$ 时, $0\leqslant\tau_1<(N_2/N)-1$ 或 $(\tau_1=(N_2/N)-1$ 且 $0\leqslant\tau_2<N)$, 所以 $(N_2/N)\tau_2+\tau_1\leqslant N_2-2$, 且当 $\tau_1=(N_2/N)-2$, $\tau_2=N-1$ 时等号成立, 即 $0<t=N\tau_1+\tau_2\leqslant N_2-2$ 时, $R_{X_1Y_1}(s,t)=0$.

当 $0<s<N_1$, $t=0$ 时, $R_{X_1Y_1}(s,t)=\sum_{j=0}^{N_1-1}\Big(\sum_{i=0}^{N-1}R_{X^jY^{(j+s)\bmod N_1}}(0)\Big)=0$.

当 $s=0$, $t=N_2-1$ 时, 有 $\tau_2=N-1$, $\tau_1=(N_2/N)-1$, 从而 $(N_2/N)\tau_2+\tau_1=N_2-1$, 故 $R_{X_1Y_1}(s,t)=\sum_{j=0}^{N_1-1}\Big(R_{X^jY^j}(N_2-1)+\sum_{i=1}^{N-1}R_{X^jY^j}(N_2)\Big)=(N-1)E\neq 0$.

当 $s=0$, $t=0$ 时, $R_{X_1Y_1}(s,t)=\sum_{j=0}^{N_1-1}\Big(\sum_{i=1}^{N-1}R_{X^jY^j}(0)\Big)=NE\neq 0$.

综上所述, $(\boldsymbol{X}_1, \boldsymbol{Y}_1)$ 是一个 $ZCZ((N_1, N_2\times N), 1, (N_1-1, N_2-2))$ 屏蔽阵列偶, 定理得证.

定理 3　如果 $N_2\mid N$, 当移位序列时 $e_t=t(\bmod N_2)$, $(\boldsymbol{X}_1, \boldsymbol{Y}_1)$ 是一个 $ZCZ((N_1, N_2\times N), 1, (N_1-1, N_2-2))$ 屏蔽阵列偶.

证明: 如果 $N_2\mid N$, $e_t=t(\bmod N_2)$, 由式(8) 知

$$
\begin{aligned}
R_{X_1Y_1}(s,t)&=\sum_{j=0}^{N_1-1}\Big(\sum_{i=0}^{N-\tau_2-1}R_{X^jY^{(j+s)\bmod N_1}}(e_{i+\tau_2}-e_i+\tau_1) \\
&\quad+\sum_{i=N-\tau_2}^{N-1}R_{X^jY^{(j+s)\bmod N_1}}(e_{i+\tau_2-N}-e_i+\tau_1+1)\Big)
\end{aligned}
$$

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$= \sum_{j=0}^{N_1-1}\Big(\sum_{i=0}^{N-\tau_2-1} R_{X^jY^{(j+s)\bmod N_1}}(\tau_2+\tau_1) + \sum_{i=N-\tau_2}^{N-1} R_{X^jY^{(j+s)\bmod N_1}}(\tau_2+\tau_1+1)\Big)$$

当 $0< t=N\tau_1+\tau_2 \leqslant N_2-2,\ 0\leqslant s< N_1$ 时, $\tau_1=0,\ 0<\tau_2 \leqslant N_2-2$, 所以有

$$R_{X_1Y_1}(s,t)=\sum_{j=0}^{N_1-1}\Big(\sum_{i=0}^{N-\tau_2-1} R_{X^jY^{(j+s)\bmod N_1}}(\tau_2) + \sum_{i=N-\tau_2}^{N-1} R_{X^jY^{(j+s)\bmod N_1}}(\tau_2+1)\Big)=0.$$

当 $0<s<N_1,\ t=0$ 时, $R_{X_1Y_1}(s,t)=\sum_{j=0}^{N_1-1}\Big(\sum_{i=0}^{N-\tau_2-1} R_{X^jY^{(j+s)\bmod N_1}}(0)\Big)=0.$

当 $s=0,\ t=N_2-1$ 时, 有 $\tau_2=N_2-1$, 所以

$$R_{X_1Y_1}(s,t)=\sum_{j=0}^{N_1-1}\Big(\sum_{i=0}^{N-\tau_2-1} R_{X^jY^j}(N_2-1)+\sum_{i=1}^{N-1} R_{X^jY^j}(N_2)\Big) = (N-1)E.$$

当 $s=0,\ t=0$ 时, $R_{X_1Y_1}(s,t)=\sum_{j=0}^{N_1-1}\Big(\sum_{i=1}^{N-1} R_{X^jY^j}(0)\Big)=NE\neq 0.$

综上所述, $(\boldsymbol{X}_1,\boldsymbol{Y}_1)$ 是一个 ZCZ$((N_1,N_2\times N),1,(N_1-1,N_2-2))$ 屏蔽阵列偶, 定理得证.

定理 4 $\boldsymbol{C}=\{\boldsymbol{C}_0,\boldsymbol{C}_1,\cdots,\boldsymbol{C}_{N-1}\}$ 是 ZCZ 屏蔽阵列偶 $(\boldsymbol{X}_1,\boldsymbol{Y}_1)$ 经过式(11)定义的运算扩展后得到的屏蔽阵列偶集, 则

(1) 若 $\gcd(N,N_2)=1$ 且 $e_t=(N^{-1}t)(\bmod N_2)$ 时, $\boldsymbol{C}$ 是一个 ZCZ$((N_1,N_2\times N),N,(N_1-1,N_2-1))$ 屏蔽阵列偶集.

(2) 若 $N|N_2$ 且 $e_t=((N_2/N)t)(\bmod N_2)$ 时, $\boldsymbol{C}$ 是一个 ZCZ$((N_1,N_2\times N),N,(N_1-1,N_2-2))$ 屏蔽阵列偶集.

(3) 若 $N_2|N$ 且 $e_t=t(\bmod N_2)$ 时, $\boldsymbol{C}$ 是一个 ZCZ$((N_1,N_2\times N),N,(N_1-1,N_2-2))$ 屏蔽阵列偶集.

证明: 由定义 5 和式(8)知对于 $\boldsymbol{C}$ 中任意两个阵列偶的相关函数为

$$R_{C_iC_j}(s,t)=\sum_{k=0}^{N_1-1}\Big(\sum_{m=0}^{N-\tau_2-1} h_{it}h_{j(t+\tau_2)}R_{X^kY^{(k+s)\bmod N_1}}(e_{m+\tau_2}-e_m+\tau_1) + \sum_{m=N-\tau_2}^{N-1} h_{it}h_{j(t+\tau_2)}R_{X^kY^{(k+s)\bmod N_1}}(e_{m+\tau_2-N}-e_m+\tau_1+1)\Big)$$

当 $(s,t)=(0,0)$ 时, 如果 $i\neq j$, 由于正交矩阵的正交性, 所以 $R_{C_iC_j}(s,t)=0$.

当 $|s|>0,\ |t|>0$ 时, 在阵列偶 $(\boldsymbol{X}_1,\boldsymbol{Y}_1)$ 的零相关区内, 最佳屏蔽阵列偶 $(\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y})$ 保证了阵列偶 $(\boldsymbol{X}_1,\boldsymbol{Y}_1)$ 及其扩展后的阵列偶的相关函数为 0.

4 构造实例

$\left[\boldsymbol{X}=\begin{bmatrix} + & + & + & - \\ - & - & - & + \\ + & - & + & + \end{bmatrix}\ \boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix} + & 0 & + & 0 \\ 0 & - & 0 & + \\ + & - & + & + \end{bmatrix}\right]$ 是一个 3×4 最佳屏蔽二进阵列偶, $\boldsymbol{H}_4=\begin{pmatrix} + & + & + & + \\ + & - & + & - \\ + & + & - & - \\ + & - & - & + \end{pmatrix}$ 为 4×4 阶正交矩阵, 移位序列为 $e=(0,1,2,3)$, 运用交织方法可得 ZCZ 屏蔽阵列偶集 $\boldsymbol{C}=\{(\boldsymbol{X}_1,\boldsymbol{Y}_1),(\boldsymbol{X}_2,\boldsymbol{Y}_2),(\boldsymbol{X}_3,\boldsymbol{Y}_3),(\boldsymbol{X}_4,\boldsymbol{Y}_4)\}$, 其中 $\boldsymbol{C}_i=(\boldsymbol{X}_i,\boldsymbol{Y}_i)$:

$$\boldsymbol{C}_1=(\boldsymbol{X}_1,\boldsymbol{Y}_1)=\left\{\begin{array}{c}\begin{bmatrix} + & + & + & - & + & + & - & + & + & - & + & + & - & + & + & + \\ - & - & - & + & - & - & + & - & - & + & - & - & + & - & - & - \\ + & - & + & + & - & + & + & + & + & + & + & - & + & + & - & + \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & + & 0 & 0 & + & 0 & + & + & 0 & + & 0 & 0 & + & 0 & + \\ 0 & - & 0 & + & - & 0 & + & 0 & 0 & + & 0 & - & + & 0 & - & 0 \\ + & - & + & + & - & + & + & + & + & + & + & - & + & + & - & + \end{bmatrix}\end{array}\right\}$$

$$\boldsymbol{C}_2=(\boldsymbol{X}_2,\boldsymbol{Y}_2)=\left\{\begin{array}{c}\begin{bmatrix} + & - & + & + & + & - & - & - & + & + & + & - & - & - & + & - \\ - & + & - & - & - & + & + & + & - & - & - & + & + & + & - & + \\ + & + & + & - & - & - & + & - & + & - & + & + & + & - & - & - \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} + & 0 & + & 0 & 0 & - & 0 & - & + & 0 & + & 0 & 0 & - & 0 & - \\ 0 & + & 0 & - & - & 0 & + & 0 & 0 & - & 0 & + & + & 0 & - & 0 \\ + & + & + & - & - & - & + & - & + & - & + & + & + & - & - & - \end{bmatrix}\end{array}\right\}$$

$$\boldsymbol{C}_3=(\boldsymbol{X}_3,\boldsymbol{Y}_3)=\left\{\begin{array}{c}\begin{bmatrix} + & + & - & + & + & + & + & - & + & - & - & - & - & + & - & - \\ - & - & + & - & - & - & - & + & - & + & + & + & + & - & + & + \\ + & - & - & - & - & + & - & - & + & + & - & + & + & + & + & - \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} + & 0 & - & 0 & 0 & + & 0 & - & + & 0 & - & 0 & 0 & + & 0 & - \\ 0 & - & 0 & - & - & 0 & - & 0 & 0 & + & 0 & + & + & 0 & + & 0 \\ + & - & - & - & - & + & - & - & + & + & - & + & + & + & + & - \end{bmatrix}\end{array}\right\}$$

$$\boldsymbol{C}_4=(\boldsymbol{X}_4,\boldsymbol{Y}_4)=\left\{\begin{array}{c}\begin{bmatrix} + & - & - & - & + & - & + & + & + & + & - & + & - & - & - & + \\ - & + & + & + & - & + & - & - & - & - & + & - & + & + & + & - \\ + & + & - & + & - & - & - & + & + & - & - & - & + & - & + & + \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} + & 0 & - & 0 & 0 & - & 0 & + & + & 0 & - & 0 & 0 & - & 0 & + \\ 0 & + & 0 & + & - & 0 & - & 0 & 0 & - & 0 & - & + & 0 & + & 0 \\ + & + & - & + & - & - & - & + & + & - & - & - & + & - & + & + \end{bmatrix}\end{array}\right\}$$

由于篇幅的限制, 这里只列出 $\boldsymbol{C}_1$ 的自相关函数 $\boldsymbol{R}_{X_1Y_1}$、$\boldsymbol{C}_1$ 与 $\boldsymbol{C}_2$ 的互相关函数 $\boldsymbol{R}_{X_1Y_2}$、$\boldsymbol{C}_1$ 与 $\boldsymbol{C}_3$ 的互相关函数 $\boldsymbol{R}_{X_1X_3}$:

$$R_{X_1Y_1}=\begin{pmatrix} 32 & 0 & 0 & 24 & 0 & 0 & 16 & 8 & 0 & 8 & 16 & 0 & 0 & 24 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$R_{X_1Y_2}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 8 & 0 & 0 & 0 & -8 & 0 & 8 & 0 & 0 & 0 & -8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$R_{X_1Y_3}=\begin{pmatrix}0&0&0&8&0&0&16&-8&0&8&-16&0&0&-8&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\end{pmatrix}$$

由此可见,屏蔽阵列偶集 $\boldsymbol{C}$ 是 $ZCZ((3,16),4,(2,2))$ 屏蔽阵列偶集.

5　结论

本文提出了一种新的相关信号,即 ZCZ 屏蔽阵列偶集,并给出了其交织构造方法,通过选择适当周期的最佳屏蔽阵列偶和移位序列,经交织变换可以生成具有一定零相关区的 ZCZ 屏蔽阵列偶集.由于最佳屏蔽阵列偶的存在范围较为广泛,因此利用交织构造方法可以灵活地扩展 ZCZ 阵列信号的存在范围,同时由构造结果可见 ZCZ 屏蔽阵列偶集,具有优良的相关特性,为实际的工程应用提供了更多的选择.

参考文献:

[1] 赵晓群,何文才,王仲文,等.最佳二进阵列偶理论研究[J].电子学报,1999,27(1):34-37.
ZHAO Xiao-qun, HE Wen-cai, WANG Zhong-wen, et al. The theory of the perfect binary array pairs[J]. Acta Electronica Sinica, 1999, 27(1): 34-37. (in Chinese)

[2] 蒋挺,赵晓群,李琦,等.准最佳二进阵列偶[J].电子学报,2003,31(5):751-755.
JIANG Ting, ZHAO Xiao-qun, LI Qi, et al. The quasi-perfect binary array pairs[J]. Acta Electronica Sinica, 2003, 31(5): 751-755. (in Chinese)

[3] 蒋挺,毛飞,赵成林.几乎最佳二进阵列偶理论研究[J].电子学报,2005,33(10):1817-1821.
JIANG Ting, MAO Fei, ZHAO Chen-lin. The study of almost perfect binary array pairs[J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(10): 1817-1821. (in Chinese)

[4] 蒋挺,赵晓群,侯蓝田.最佳屏蔽二进阵列偶理论研究[J].电子学报,2004,32(2):282-286.
JIANG Ting, ZHAO Xiao-qun, HOU Lan-tian. The study of punctured binary array pairs[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(2): 282-286. (in Chinese)

[5] 蒋挺,赵成林,周正.准最佳屏蔽二进阵列偶理论研究[J].电子学报,2007,35(1):78-83.
JIANG Ting, ZHAO Chen-lin, ZHOU Zheng. On Quasiperfect Punctured Binary Array Pairs[J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(1): 78-83. (in Chinese)

[6] TANG X H, FAN PZ, LI D B, et al. Binary array set with zero correlation zone[J]. Electronics Letters, 2001, 37(13): 841-842.

[7] Hayashi T, Okawa S. Binary Array Set Having a Cross-Shaped Zero-Correlation Zone[J]. IEEE Signal Processing Letters. 2004, 11(4): 423-426.

[8] 王龙业,唐小虎.零相关区序列的交织构造[J].西南交通大学学报,2006,41(3):319-323.
WANG Long-ye, TANG Xiao-hu. Construction of sequences with zero correlation zone based on interleaved technique[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2006, 41(3): 319-323. (in Chinese)

[9] Guang Gong. New designs for signal sets with cross correlation, balance property, and large linear span: GF(p) case[J]. IEEE Trans Inform Theory, 2002, 48(11): 2847-2867.

作者简介:

李兆斌　男,1977 年生于内蒙古,现为北京邮电大学信息与通信工程学院博士研究生.主要从事最佳信号的设计与应用方面的研究.

E-mail: bestibesti@163.com

蒋　挺　男,1962 年生于四川省威远,2003 年于燕山大学获得博士学位,现为北京邮电大学信息与通信工程学院副教授,主要从事通信技术,信息理论等方面的研究

E-mail: tjiang@bupt.edu.cn

周　正　1945 年生于上海,北京邮电大学信息与通信工程学院教授,博士生导师,IEEE 高级会员.主要从事无线电通信技术,信号处理方面的研究. E-mail: zzhou@bupt.edu.cn

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net