

# 一种下行多用户 MIMO 系统中的鲁棒波束形成算法

孙 昕<sup>1</sup>, 张 钦<sup>1</sup>, 马鹏飞<sup>2</sup>

(1. 北京交通大学电子信息工程学院, 北京 100044; 2. 中国电子科技集团公司第 54 研究所, 河北石家庄 050081)

**摘 要:** 提出了一种下行多用户 MIMO 系统中的鲁棒线性处理算法. 该算法利用了信道均值和天线相关矩阵等信道统计信息, 在总发射功率不大于目标值的约束条件下, 能够使所有用户的均方误差 (total mean square error, TMSE) 在随机信道上的平均值最小. 该算法不显式依赖瞬时信道信息 (channel state information, CSI), 当信道估计得到的 CSI 不准确时, 它能够有效地降低由 CSI 偏差带来的性能损失. 仿真结果表明提出的算法能够有效地降低由于不准确 CSI 带来的误码率和平均 MSE 的损失.

**关键词:** 多用户 MIMO; 下行链路; 鲁棒性; 不准确 CSI

**中图分类号:** TN929.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2009) 03-0444-05

## An Algorithm of Robust Beamforming in the Downlink Multiuser MIMO System

SUN Xin<sup>1</sup>, ZHANG Qin<sup>1</sup>, MA Peng-fei<sup>2</sup>

(1. School of Electronics and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;

2. The 54 Research Institute of CETC, Shijiazhuang, Hebei 050081, China)

**Abstract:** An algorithm of robust linear processing for the downlink multiuser MIMO system with imperfect known CSI is proposed. This algorithm uses stable channel statistics information about the channel mean and antenna correlation, to minimize the average value of the all user's total mean squared error over stochastic channel under the transmitter sum power constraint. This algorithm does not exactly depend on instantaneous channel information, when CSI obtained by channel estimation is not perfect, the performance loss due to the CSI mismatch can be efficiently reduced. Simulation results demonstrate that the proposed algorithm effectively ameliorate the BER and average MSE due to the CSI mismatch.

**Key words:** multiuser MIMO; downlink; robustness; imperfect CSI

### 1 引言

多输入多输出 (MIMO) 系统使用多个发射和接收天线, 通过利用多天线间的独立衰落路径, 可以显著地提高无线信道的频谱效率<sup>[1,2]</sup>. 近年来, 进一步提高多用户系统容量的波束形成算法已成为多用户 MIMO 系统中的研究热点.

早期的研究都假设发射端能够获得准确信道状态信息 (CSI), 然而由于实际无线信道的时变性 (受信道估计误差和反馈延迟等因素的影响), 发射端和接收端都不能获得准确的 CSI. 当信道信息存在误差时, 传统的多用户波束形成算法 (例如: TMMSE) 的性能会受到较大影响<sup>[3~5]</sup>.

通常, 发射端有两种获取 CSI 的方法: 互易原则 (reciprocity principle) 和反馈信道 (feedback channel). 在频分双工 (FDD) 系统中, 发射端利用接收端至发射端的反馈

信道获取 CSI; 而在时分双工 (TDD) 系统中, 发射端利用信道互易原则获取 CSI<sup>[6]</sup>. 然而, 当利用 FDD 系统中的反馈信道时, 反馈延迟和调度延迟相关的有限反馈信道资源严重地降低了发射端 CSI 的准确度. 对于 TDD 系统中的信道互易原则, 天线校准误差和往返时延限制了发射端 CSI 的准确度. 因为不准确 CSI 严重地降低了系统性能, 所以设计一个对不准确 CSI 具有鲁棒性的多用户波束形成算法更具有实际意义.

对于不准确 CSI, 有两种多用户鲁棒波束形成方法: Maxmin (最坏情况) 方法和 Bayesian (贝叶斯) 方法<sup>[7]</sup>. 前者在最坏情况下使性能最好, 这种方法过于保守, 甚至使其平均性能比非鲁棒性算法更差<sup>[8]</sup>. 后者利用了先验的 CSI 统计信息使其总体平均性能最好. 当随机分布与实际 CSI 匹配时, 后者比前者能够获得更好的性能.

在下行多用户 MIMO 系统中, 参考文献 [7] 将 Bayesian 设计方法应用到参考文献 [3] 的代价函数中, 然

后求使平均代价函数最小的解.然而,这种方法还是将多用户干扰看作白噪声,没有利用多用户的信道状态信息.因此,需要进一步研究多用户信道状态信息来改进系统性能.

本文利用信道均值和天线相关矩阵等信道统计信息和多用户信道的 Kronecker 统计模型,在发射端总功率不大于目标值的约束条件下,通过迭代运算,使所有用户的 TMSE(总均方误差)在随机信道上的平均值最小.该算法得到的最优发射波束形成矩阵  $\mathbf{B}_k$  ( $k=1, \dots, K$ ) 和接收形成矩阵  $\mathbf{A}_k$  ( $k=1, \dots, K$ ),能够使所有  $MS_i$  ( $i=1, \dots, K$ ) 有效地恢复出有用信号.这种算法不依赖于瞬时信道信息,能够有效改善发射端不准确 CSI 对性能的影响.

## 2 问题的描述

在  $K$  个终端(MS)的 MIMO 系统中,每个终端  $MS_i$  ( $i=1, \dots, K$ ) 带有  $N_i$  根天线,基站(BS)安装  $M$  根天线. BS 至  $MS_i$  的下行 MIMO 信道为平坦衰落,在一段时间内该信道是平稳的.假设信道为非零均值,发射和接收天线相关,则 BS 与  $MS_i$  之间的信道矩阵  $\mathbf{H}_i \in \mathbb{C}^{N_i \times M}$  可表示为<sup>[9,10]</sup>:

$$\mathbf{H}_i = \sqrt{\frac{W_i}{W_i+1}} \tilde{\mathbf{H}}_{0,i} + \sqrt{\frac{1}{W_i+1}} \mathbf{R}_{0,r,i}^{1/2} \Delta_i \mathbf{R}_i^{1/2} \quad (1)$$

$W_i$  是  $\mathbf{H}_i$  的均值分量与随机分量的功率比;  $\Delta_i \in \mathbb{C}^{N_i \times N_i}$  是服从  $\mathcal{CN}(0,1)$  分布的随机矩阵;  $\tilde{\mathbf{H}}_{0,i} \in \mathbb{C}^{N_i \times M}$  是归一化信道均值矩阵;  $\mathbf{R}_{0,r,i} \in \mathbb{C}^{N_i \times N_i}$  和  $\mathbf{R}_i \in \mathbb{C}^{M \times M}$  分别是归一化  $MS_i$  接收端天线相关和 BS 发射端天线相关矩阵. 将式(1)简化为式(2):

$$\mathbf{H}_i = \tilde{\mathbf{H}}_i + \mathbf{R}_{r,i}^{1/2} \Delta_i \mathbf{R}_i^{1/2} \quad (2)$$

其中  $\tilde{\mathbf{H}}_i = \sqrt{W_i/(W_i+1)} \tilde{\mathbf{H}}_{0,i}$  是等效信道均值;  $\mathbf{R}_{r,i} = 1/(W_i+1) \mathbf{R}_{0,r,i}$  是  $MS_i$  接收端的等效相关矩阵.

由于信道信息的时变性,发射端不可能得到精确的瞬时信道信息;而信道均值和信道协方差矩阵等信道统计量是通过信道测量值的时间平均获得的,是相对稳定的,能够反映一定时间内的信道特性.例如,在 Rayleigh(瑞利)信道中,通过对几十个信道相干时间的窗口上信道测量值进行平均,得到非零信道均值  $\tilde{\mathbf{H}}_i$ <sup>[11]</sup>. 因此,还可以将式(2)的信道模型表示为相关 Rician(莱斯)MIMO 信道,其信道均值表示 MIMO 信道的直射分量.

设发射端和接收端仅能获得信道均值和天线相关,在 BS 和  $MS_i$  ( $i=1, \dots, K$ ) 之间有  $L_i$  ( $i=1, \dots, K$ ) 个数据流,即 BS 同时向  $MS_i$  发送  $L_i$  个符号,则  $MS_i$  的接收信号可以表示为:

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{A}_i^H \mathbf{H}_i \sum_{k=1}^K \mathbf{B}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{A}_i^H \mathbf{n}_i \quad (3)$$

其中  $\mathbf{y}_i \in \mathbb{C}^{N_i \times 1}$  是 BS 至  $MS_i$  下行的接收信号矢量,  $\mathbf{x}_i \in \mathbb{C}^{L_i \times 1}$  是 BS 至  $MS_i$  下行的发射信号矢量, BS 至  $MS_i$  下行信道具有零均值和归一化协方差阵  $\mathbf{I}$  的信道特性.

假设不同用户的发射信号矢量是不相关的,即  $E(\mathbf{x}_i \mathbf{x}_j^H) = \delta_{i,j} \mathbf{I}$ ,  $\delta_{i,j}$  是 Kronecker 函数,当  $i=j$  时,  $\delta_{i,j} = 1$ ; 当  $i \neq j$  时,  $\delta_{i,j} = 0$ . 假设噪声矢量与信号矢量是相互独立的.  $MS_i$  使用线性滤波器后的线性接收处理矩阵  $\mathbf{A}_i \in \mathbb{C}^{N_i \times L_i}$  ( $i=1, \dots, K$ ) 来恢复发射信号矢量  $\mathbf{x}_i$  的估计. 式(1)[或式(2)]中的  $\mathbf{H}_i$  表示 BS 至  $MS_i$  下行的 MIMO 信道. BS 使用波束形成矩阵  $\mathbf{B}_i \in \mathbb{C}^{M \times L_i}$  ( $i=1, \dots, K$ ) 来加权发射信号矢量  $\mathbf{x}_i$ , 发射信号矢量  $\mathbf{x}_i$  经过波束形成矩阵  $\mathbf{B}_i$  生成  $M$  根 BS 发射天线上发射的  $M \times 1$  维信号矢量.  $\mathbf{n}_i \in \mathbb{C}^{N_i \times 1}$  噪声向量,其相关矩阵  $\mathbf{R}_{n_i} = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_i}$ ,  $\mathbf{I}_{N_i}$  是  $N_i \times N_i$  单位矩阵. 多用户波束形成的目标是设计  $\mathbf{A}_k$  和  $\mathbf{B}_k$  ( $k=1, \dots, K$ ),使所有  $MS_i$  ( $k=1, \dots, K$ ) 能够有效地恢复出有用信号.

在对 BS 施加大功率约束的情况下,对  $\mathbf{A}_k$  和  $\mathbf{B}_k$  ( $k=1, \dots, K$ ) 进行联合优化,使所有用户  $MS_i$  的总 MSE 最小化,可得.

$$\begin{aligned} \min \quad & TMSE = E \left( \sum_{k=1}^K \|\mathbf{x}_k - \mathbf{y}_k\|^2 \right) \\ \text{s.t.} \quad & \text{tr} \left( \sum_{k=1}^K \mathbf{B}_k \mathbf{B}_k^H \right) \leq P \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $P$  是 BS 的最大发射功率,  $\text{tr}(\cdot)$  是矩阵的迹.

## 3 鲁棒性 TMMSE 算法

设  $L_1 = \dots = L_K = L$ , 由式(3)和式(4)可得,第  $j$  个用户  $MS_j$  的 MSE 为

$$\begin{aligned} MSE_j &= E(\|\mathbf{x}_j - \mathbf{y}_j\|^2) \\ &= E\left(\text{tr}\left(\mathbf{A}_j^H \mathbf{H}_j \left(\sum_{i=1}^K \mathbf{B}_i \mathbf{B}_i^H\right) \mathbf{H}_j^H \mathbf{A}_j + \delta_n^2 \mathbf{A}_j^H \mathbf{A}_j - \mathbf{B}_j^H \mathbf{H}_j^H \mathbf{A}_j - \mathbf{A}_j^H \mathbf{H}_j \mathbf{B}_j + \mathbf{I}\right)\right) \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $(\cdot)^H$  表示共轭转置. 将式(2)带入式(5)中,由于  $E(\mathbf{H}_i) = \tilde{\mathbf{H}}_i$  和  $E(\mathbf{R}_{r,i}^{1/2} \Delta_i \mathbf{R}_i^{1/2}) = 0$ , 可得

$$\begin{aligned} MSE_j &= \text{tr}\left[\mathbf{A}_j^H \tilde{\mathbf{H}}_j \left(\sum_{i=1}^K \mathbf{B}_i \mathbf{B}_i^H\right) \tilde{\mathbf{H}}_j^H \mathbf{A}_j + \delta_n^2 \mathbf{A}_j^H \mathbf{A}_j - \mathbf{B}_j^H \tilde{\mathbf{H}}_j^H \mathbf{A}_j - \mathbf{A}_j^H \tilde{\mathbf{H}}_j \mathbf{B}_j + \mathbf{I}\right] + E\left\{\text{tr}\left[\mathbf{A}_j^H \mathbf{R}_{r,j}^{1/2} \Delta_j \mathbf{R}_j^{1/2} \left(\sum_{i=1}^K \mathbf{B}_i \mathbf{B}_i^H\right) \cdot \mathbf{R}_j^{1/2 H} \Delta_j^H \mathbf{R}_{r,j}^{1/2 H} \mathbf{A}_j\right]\right\} \end{aligned} \quad (6)$$

考察式(6)的最后一项

$$\begin{aligned} & E\left(\text{tr}\left[\mathbf{A}_j^H \mathbf{R}_{r,j}^{1/2} \Delta_j \mathbf{R}_j^{1/2} \left(\sum_{i=1}^K \mathbf{B}_i \mathbf{B}_i^H\right) \mathbf{R}_j^{1/2 H} \Delta_j^H \mathbf{R}_{r,j}^{1/2 H} \mathbf{A}_j\right]\right) \\ &= \text{tr}\left(\mathbf{R}_j^{1/2} \left(\sum_{i=1}^K \mathbf{B}_i \mathbf{B}_i^H\right) \mathbf{R}_j^{1/2 H} E\left(\Delta_j^H \mathbf{R}_{r,j}^{1/2 H} \mathbf{A}_j \mathbf{A}_j^H \mathbf{R}_{r,j}^{1/2} \Delta_j\right)\right) \end{aligned} \quad (7)$$

因为  $\Delta_i \sim \mathcal{CN}(0,1)$ , 所以  $E([\Delta_j]_{:,n}([\Delta_j]_{:,m})^H) = \delta_{n,m} \mathbf{I}$ ,  $[\cdot]_{:,i}$  表示矩阵的第  $i$  列

矢量.

因此,式(7)右侧矩阵的第  $m$  行  $n$  列元素期望值为

$$\begin{aligned}
& E\left[ \begin{matrix} \text{H}^H \text{R}_{r,j}^{\perp} \text{A}_j \text{H} \text{R}_{r,j}^{\perp} \\ \vdots \\ \text{H}^H \text{R}_{r,j}^{\perp} \text{A}_j \text{H} \text{R}_{r,j}^{\perp} \end{matrix} \right]_{m,n} \\
&= E\left( \left[ \begin{matrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{matrix} \right]^H \text{R}_{r,j}^{\perp} \text{A}_j \text{H} \text{R}_{r,j}^{\perp} \left[ \begin{matrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{matrix} \right] \right) \\
&= \text{tr} \left( \text{R}_{r,j}^{\perp} \text{A}_j \text{H} \text{R}_{r,j}^{\perp} E \left( \left[ \begin{matrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{matrix} \right] \left[ \begin{matrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{matrix} \right]^H \right) \right) \quad (8) \\
&= {}_{n,m} \text{tr} \left( \text{R}_{r,j}^{\perp} \text{A}_j \text{H} \text{R}_{r,j}^{\perp} \right) \\
&= {}_{n,m} \text{tr} \left( \text{A}_j^H \text{R}_{r,j} \text{A}_j \right)
\end{aligned}$$

其中  ${}_{n,m}$  是 Kronecker 函数. 可以将式(7)右侧的期望值写成

$$E \left( \text{H}^H \text{R}_{r,j}^{\perp} \text{A}_j \text{H} \text{R}_{r,j}^{\perp} \right) = \text{tr} \left( \text{A}_j^H \text{R}_{r,j} \text{A}_j \right) \mathbf{I} \quad (9)$$

将式(9)带入式(7)中,可得

$$\begin{aligned}
& E \left( \text{tr} \left( \text{A}_j^H \text{R}_{r,j}^{\perp} \text{R}_r^{\perp} \left[ \begin{matrix} \text{B}_i \text{B}_i^H \\ \vdots \\ \text{B}_i \text{B}_i^H \end{matrix} \right] \text{R}_r^{\perp} \text{H}^H \text{H}^H \text{R}_{r,j}^{\perp} \text{A}_j \right) \right) \\
&= \text{tr} \left( \text{R}_r^{\perp} \left[ \begin{matrix} \text{B}_i \text{B}_i^H \\ \vdots \\ \text{B}_i \text{B}_i^H \end{matrix} \right] \text{R}_r^{\perp} \text{H}^H \text{tr} \left( \text{H}^H \text{R}_{r,j}^{\perp} \text{A}_j \right) \mathbf{I} \right) \quad (10) \\
&= \text{tr} \left( \text{H}^H \text{R}_{r,j}^{\perp} \text{A}_j \right) \text{tr} \left( \left[ \begin{matrix} \text{B}_i \text{B}_i^H \\ \vdots \\ \text{B}_i \text{B}_i^H \end{matrix} \right] \text{R}_r \right)
\end{aligned}$$

将式(10)带入式(6)中,可得

$$\begin{aligned}
\text{MSE}_j &= \text{tr} \left( \text{A}_j^H \tilde{\text{H}}_j \left[ \begin{matrix} \text{B}_i \text{B}_i^H \\ \vdots \\ \text{B}_i \text{B}_i^H \end{matrix} \right] \tilde{\text{H}}_j \text{A}_j + \text{A}_j^H \text{A}_j - \text{B}_i^H \tilde{\text{H}}_j^H \text{A}_j \right. \\
&\quad \left. - \text{A}_j^H \tilde{\text{H}}_j^H \text{B}_i + \mathbf{I} \right) + \text{tr} \left( \text{A}_j^H \text{R}_{r,j} \text{A}_j \right) \text{tr} \left( \left[ \begin{matrix} \text{B}_i \text{B}_i^H \\ \vdots \\ \text{B}_i \text{B}_i^H \end{matrix} \right] \text{R}_r \right) \quad (11)
\end{aligned}$$

式(4)的拉格朗日函数为

$$\begin{aligned}
& L \left[ \text{A}_1, \dots, \text{A}_K, \text{B}_1, \dots, \text{B}_K \right] \\
&= \sum_{k=1}^K \text{MSE}_k + \left( \text{tr} \left( \left[ \begin{matrix} \text{B}_k \text{B}_k^H \\ \vdots \\ \text{B}_k \text{B}_k^H \end{matrix} \right] - \text{P} \right) \right) \quad (12)
\end{aligned}$$

其中  $\lambda$  是与总功率约束相关的拉格朗日乘子. 应用式(4)的 KKT (Karush-Kuhn-Tucker) 条件<sup>[11]</sup>, 可得

$$\frac{\partial L(\text{A}_1, \dots, \text{A}_K, \text{B}_1, \dots, \text{B}_K)}{\partial \text{A}_i^*} = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial L(\text{A}_1, \dots, \text{A}_K, \text{B}_1, \dots, \text{B}_K)}{\partial \text{B}_i^*} = 0 \quad (14)$$

$$\left( \text{tr} \left( \left[ \begin{matrix} \text{B}_i \text{B}_i^H \\ \vdots \\ \text{B}_i \text{B}_i^H \end{matrix} \right] - \text{P} \right) \right) = 0 \quad (15)$$

$$0 \quad (16)$$

由于在最优点上式(12)中拉格朗日函数的梯度为0,所以生成式(13)和式(14). 式(15)为互补松弛条件(complementary slackness)<sup>[11]</sup>. 由式(11)至式(14),可得

$$\begin{aligned}
\text{A}_i &= \left( \tilde{\text{H}}_i \left[ \begin{matrix} \text{B}_k \text{B}_k^H \\ \vdots \\ \text{B}_k \text{B}_k^H \end{matrix} \right] \tilde{\text{H}}_i + \text{tr} \left( \left[ \begin{matrix} \text{B}_k \text{B}_k^H \\ \vdots \\ \text{B}_k \text{B}_k^H \end{matrix} \right] \text{R}_r \right) \text{R}_{r,i} \right. \\
&\quad \left. + \text{A}_i \text{A}_i^H \right)^{-1} \tilde{\text{H}}_i \text{B}_i \quad (17)
\end{aligned}$$

$$\text{B}_i = \left( \left[ \begin{matrix} \tilde{\text{H}}_i^H \text{A}_i \text{A}_i^H \tilde{\text{H}}_i \\ \vdots \\ \tilde{\text{H}}_i^H \text{A}_i \text{A}_i^H \tilde{\text{H}}_i \end{matrix} \right] + \text{tr} \left( \left[ \begin{matrix} \text{A}_k \text{A}_k^H \text{R}_{r,k} \\ \vdots \\ \text{A}_k \text{A}_k^H \text{R}_{r,k} \end{matrix} \right] \text{R}_r + \mathbf{I} \right) \right)^{-1} \tilde{\text{H}}_i^H \text{A}_i \quad (18)$$

将式(18)带入式(15)中,求下列式(19)方程的解:

$$\left( \text{tr} \left( \left[ \begin{matrix} \text{X} \\ \vdots \\ \text{X} \end{matrix} \right] - \text{P} \right) \right) = 0 \quad (19)$$

其中

$$\text{X} = \sum_{k=1}^K \tilde{\text{H}}_k^H \text{A}_k \text{A}_k^H \tilde{\text{H}}_k \quad (20)$$

$$\text{Y} = \text{tr} \left( \left[ \begin{matrix} \text{A}_k \text{A}_k^H \text{R}_{r,k} \\ \vdots \\ \text{A}_k \text{A}_k^H \text{R}_{r,k} \end{matrix} \right] \text{R}_r \right) \quad (21)$$

由于发射天线的归一化相关矩阵  $\text{R}_r$  一个 Hermitian 阵,故  $\text{X}$  和  $\text{Y}$  是 Hermitian 阵,因此  $\text{X} + \text{Y}$  也是 Hermitian 阵,对  $\text{X} + \text{Y}$  进行特征值分解:

$$\text{X} + \text{Y} = \text{U} \text{D} \text{U}^H \quad (22)$$

其中  $\text{U}$  是一个酉矩阵,  $\text{D}$  是对角阵. 当  $\lambda = 0$  时,将式(19)改写为

$$\sum_{n=1}^M \frac{\left[ \text{U}^H \text{X} \text{U} \right]_{n,n}}{(d_n + \lambda)^2} - \text{P} = 0 \quad (23)$$

其中  $d_n$  是  $\text{D}$  的第  $n$  个对角元素. 利用标准的二元搜索(binary search)算法,可快速地得到式(23)的解. 当  $\lambda = 0$  时,由于式(23)的左侧是关于  $\lambda$  的单调函数,所以分别用  $d_{\min}$  和  $d_{\max}$  替换  $d_n$ ,就可获得  $\lambda$  的上边界和下边界:

$$\text{upper} = \left\{ \sqrt{\frac{\text{tr}(\text{X})}{\text{P}}} - d_{\min} \right\}^+ \quad (24)$$

$$\text{lower} = \left\{ \sqrt{\frac{\text{tr}(\text{X})}{\text{P}}} - d_{\max} \right\}^+ \quad (25)$$

其中  $(\cdot)^+$  表示如果括号中的数值为正数,则表达式取括号中的数值,否则表达式取0. 可以利用二元搜索算法,在上边界和下边界之间寻找式(23)的根. 如果在上边界和下边界之间没有找到式(18)的根,那么说明式(16)中的不等式约束只能取小于号. 这时  $\lambda = 0$  是式(18)的唯一解. 由式(17)和式(18)可知,最优的发射波束形成矩阵  $\text{B}_k = (k = 1, \dots, K)$  是接收形成矩阵  $\text{A}_k = (k = 1, \dots, K)$  的函数,反之亦然.

综上所述,可得下列计算  $\text{A}_k$  和  $\text{B}_k (k = 1, \dots, K)$  的迭代算法:

- (1) 随机地初始化  $\text{A}_k^{(0)}$  和  $\text{B}_k^{(0)}, k = 1, \dots, K, n = 0$ ;
- (2) 将  $\text{A}_k^{(n)} (k = 1, \dots, K)$  带入式(19),计算  $\lambda$ ;
- (3) 将  $\text{A}_k^{(n)} (k = 1, \dots, K)$  和  $\lambda$  带入式(18),计算  $\text{B}_k^{(n+1)} (k = 1, \dots, K)$ ;
- (4) 将  $\text{B}_k^{(n+1)} (k = 1, \dots, K)$  带入式(17),计算  $\text{A}_k^{(n+1)} (k = 1, \dots, K)$ ;
- (5) 如果  $\sum_{k=1}^K \left( \left\| \text{A}_k^{(n+1)} - \text{A}_k^{(n)} \right\|_F^2 + \left\| \text{B}_k^{(n+1)} - \text{B}_k^{(n)} \right\|_F^2 \right) < \epsilon$  ( $\|\cdot\|_F$  表示矩阵的 Frobenius 范数),则  $\text{A}_k^{(n+1)}$  和  $\text{B}_k^{(n+1)} (k = 1, \dots, K)$  就是式(4)的解. 否则,重复执行步骤(2)、(3)和(4).

### 4 仿真结果

本节对所提出的鲁棒性 IMMSE 算法进行仿真验

证. 假设带有 4 根天线的 BS ( $M=4$ ) 同时与 2 个用户进行通信 ( $K=2$ ), 每个用户带有  $N$  ( $N_1=N_2=N$ ) 根天线. 假设每个用户与 BS 之间有 2 条数据流 ( $L_1=L_2=L=2$ ), 并且两个用户具有相同的  $W_i$  ( $W_1=W_2=W$ ). 在仿真中, 使用 QPSK 调制方式, 没有使用信道编码,  $\beta=0.0001$ , 信噪比 (SNR) 定义为发射总功率与每根天线噪声功率的比值 ( $SNR = P/\sigma_n^2$ ). 发射天线相关矩阵使用指数模型  $[R_i]_{i,j} = 0.5^{|i-j|} e^{j^2(i-j)/12}$ , 接收天线不相关, 即  $R_{i,j} = I_N$ .

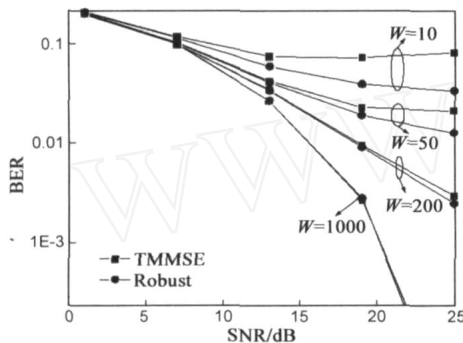


图1 鲁棒性TMMSE算法与传统TMMSE算法的误码率性能比较(当 $N=2$ ,  $W=10, 50, 200, 1000$ 时)

首先, 对所提出的鲁棒性 TMMSE 算法与传统 TMMSE 算法的误码率性能进行比较. 图 1 示出了当  $N=2$  时不同  $w$  值对应的平均误码率随信噪比变化的曲线. 当  $w$  较小时, 信道均值不能很好地反映出瞬时信道信息, 因此接收端不能有效地消除发射信号间的干扰, 当信噪比较高时出现了不可消除的噪声平底 (error floor). 然而, 与传统 TMMSE 算法相比, 所提出的鲁棒性 TMMSE 算法具有明显的性能改进, 能够在一定程度上降低了信道不准确的影响. 随着  $w$  的增加, BS 能够得到更加准确的 CSI, 残留干扰被进一步消除, 噪声平底消失. 此外, 当信道状态不确定度降低时, 所提出的鲁棒性 TMMSE 算法的误码率性能与传统 TMMSE 算法误码率性能逐渐接近.

图 2 示出了当接收天线数增多时所提出的鲁棒性 TMMSE 算法与传统 TMMSE 算法的误码率性能, 增加的接收天线能够提供更大的空间分集增益. 将  $w$  固定为

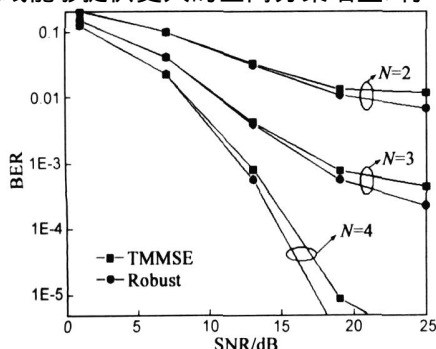


图2 鲁棒性TMMSE算法与传统TMMSE算法的误码率性能比较(当 $N=2, 3, 4$ ,  $W=50$ 时)

50,  $N$  从 2 改变到 4. 尽管这两种算法都能够得到增加的接收分集增益, 但是由于所提出的鲁棒性 TMMSE 算法对不准确信道状态信息不敏感, 所以对所有  $N$  取都具有较好的误码率性能.

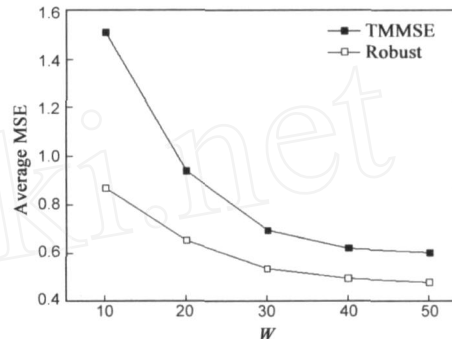


图3 鲁棒性TMMSE算法与传统TMMSE算法的平均MSE比较(当 $N=2$ ,  $SNR=20dB$ 时)

图 3 示出了当  $SNR=20dB$  和  $N=2$  时平均 MSE 随  $w$  变化的曲线. 对  $w$  的所有取值, 所提出的鲁棒性 TMMSE 算法的平均 MSE 都小于传统 TMMSE 算法的平均 MSE. 然而, 与传统 TMMSE 算法相比, 所提出的鲁棒性 TMMSE 算法的 MSE 曲线随  $w$  变化的斜率更加平坦, 这就进一步说明所提出的鲁棒性 TMMSE 算法性能对信道不确定度的变化是不敏感的, 具有一定的鲁棒性. 特别是, 当  $w$  增大时, BS 能够得到更加准确的 CSI, 两条曲线有逐渐靠拢的趋势.

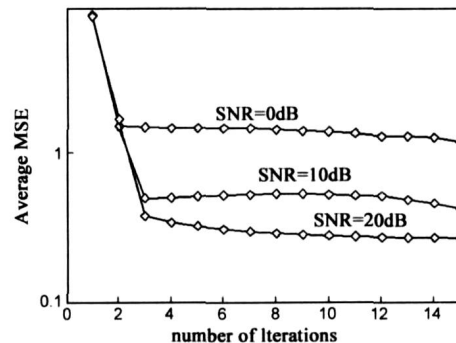


图4 鲁棒性TMMSE算法的收敛性能(当 $N=2$ ,  $W=100$ 时)

图 4 示出了当  $N=2$  和  $w=100$  时所提出的鲁棒性 TMMSE 算法的收敛性能. 平均 MSE 随不同 SNR 中所需要的迭代次数发生改变. 当信噪比提高时, 所提出的鲁棒性 TMMSE 算法需要较多迭代次数进行收敛. 然而, 对于大部分 SNR, 4 次迭代就能够保证其收敛性.

## 5 结论

本文提出了一种基于信道统计量的下行多用户不准确信道 MIMO 系统鲁棒性线性处理算法. 由于传统的下行多用户 MIMO 系统波束形成算法过于依赖于瞬时信道信息, 一旦 CSI 不准确, 其算法性能将受到严重影响. 为了在不准确 CSI 情况下能够得到较好的性能, 该算法利用了信道统计信息, 在对发射端总功率进行约

束的条件下,使 TMSE 最小. 仿真结果表明所提出的鲁棒性处理算法比传统的算法具有显著的性能改进. 此外,所提出的迭代算法具有很好的收敛性——在不超过 4 次迭代之后,该算法就能够达到收敛.

#### 参考文献:

- [1] I Telatar. Capacity of multi-antenna Gaussian channels[J]. Eur Trans Telecommun,1999,10(6):585 - 595.
- [2] Q Caire, S Shamai. On the achievable throughput of a multi-antenna Gaussian broadcast channel[J]. IEEE Trans Inf Theory,2003,49(7):1691 - 1706.
- [3] A J Tenenbaum, R S Adve. Joint multiuser transmit-receive optimization using linear processing[C]. IEEE International Conf on Commun,2004. 588 - 592.
- [4] D P Palomar, J M Cioffi, M A Lagunas. Joint Tx-Rx beamforming design for multicarrier MIMO channels: a unified framework for convex optimization[J]. IEEE Trans Signal Processing,2003,51(9):2381 - 2401.
- [5] J F Zhang, M G Xu. Minimum system-wide mean-squared error for downlink spatial multiplexing in multiuser MIMO channels [C]. IEEE globalcom '05,2005. 4.
- [6] M Vu, A Paulraj. MIMO wireless precoding[J]. IEEE Signal Processing Magazine,2007,24(9):86 - 205.
- [7] H Li, C Q Xu. Robust optimization of linear precoders/decoders for multiuser MIMO downlink with imperfect CSI at base station[C]. IEEE WCNC '07,2007. 1129 - 1133.
- [8] H T Sun, Z Ding. Robust precoder design for MIMO packet retransmissions over imperfectly known flat-fading channels [C]. IEEE ICC,2006. 3287 - 3292.
- [9] A Hjørungnes, D Gesbert, J Akhtar. Precoding of space-time block coded signals for joint transmit-receive correlated MIMO channels[J]. IEEE Trans Wireless Commun,2006,5(3):492 - 497.

- [10] M Vu, A Paulraj. Optimal linear precoders for MIMO wireless correlated channels with nonzero mean in space-time coded systems[J]. IEEE Trans Signal Processing,2006,54(6):2318 - 2332.
- [11] S Boyd, L Vandenberghe. Convex Optimization [M]. Cambridge:U. K. Cambridge University Press,2004.

#### 作者简介:



孙昕女,1968年出生,现任北京交通大学电子信息工程学院副教授. 目前主要研究方向为信息论、移动通信以及数字信号处理等.

Email:xsun@bjtu.edu.cn



张钦男,1981年出生,现为北京交通大学博士后. 目前主要研究方向为移动通信系统及信号处理技术.

Email:zqbit@bit.edu.cn



马鹏飞男,1981年出生,现任中国电子科技集团第五十四研究所工程师. 目前主要研究方向为无线信号处理.

Email:mafei@sohu.com