

基于小波矩量法的平面螺旋电感的电磁辐射研究

董 辉, 朱义胜, 赵柏山

(大连海事大学信息科学技术学院, 辽宁大连 116026)

摘 要: 平面电感实现了电感器件的小型化和片式化. 当工作频率达到射频或微波段时, 应考虑平面电感线圈的辐射和散射对其周围电路的影响. 本文采用小波矩量法研究了 PCB (printed circuit board) 平面螺旋电感的电磁辐射特性. 采用区间小波作为矩量法中的基函数和检验函数, 计算了电感中的电流分布, 给出了辐射方向图. 与传统矩量法相比, 小波矩量法可以使系数矩阵稀疏化, 从而节省了计算机资源和计算时间.

关键词: 小波; PCB 平面电感; 电磁辐射; 矩量法

中图分类号: O411.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2009)03-0535-05

Study on the Electromagnetic Radiation of Planar Spiral Inductors Based on Wavelet-Mom

DONG Hui, ZHU Yi sheng, ZHAO Bai shan

(College of Information Science & Technology, Dalian Maritime University, Dalian, Liaoning 116026, China)

Abstract: Planar inductors downsize the inductor devices. The effect of radiation and scattering from the windings must be considered when the signal frequency reaches to radio or microwave bands. Electromagnetic radiation from PCB planar inductors is studied by wavelet method of moment. The current distribution in PCB inductors is evaluated by using Coifman intervallic scalarlet as the base function and test function in the Mom. The radiation patterns of two circular PCB planar inductors are given finally. The coefficient matrixes are sparsified by applying wavelet-Mom, which decrease calculation time and save the computer sources.

Key words: wavelet; PCB planar inductor; electromagnetic radiation; Mom

1 引言

电子技术的发展对电子器件的小型化和片式化提出了越来越高的要求. 普通电感一般绕制在磁芯上, 体积相对较大, 当对整个电路板的厚度有一定要求时, 就需要用到平面电感. 一些学者已进行过研究^[1-3]. 文献[4]将电感的每一圈导线看成一个电小天线分析了辐射特性. 当工作波长远大于电感的尺寸时, 其电磁辐射对电路的影响很小, 可以不予考虑. 当工作波长与电感尺寸相当时, 则需要考虑其辐射问题. 可以将 PCB 平面螺旋电感看成一个螺旋天线. 由天线理论分析其辐射特性. 文献[5]基于多端口网络理论分析了双臂对数螺旋微带天线的特性. 文献[6]用矢量法分析了具有反射导体平面的阿基米德平面螺旋天线的电流分布. 文献[7]用矩量法研究了介质层上的双臂阿基米德平面螺旋天线. 文献[8]用格林函数积分公式研究了平面螺旋天线的远场区. 文献[9]用带理论分析了有地平面的细臂平

面螺旋天线的辐射特性. 文献[10]通过在频域解电磁场积分方程和傅里叶反变换的方法, 研究了平面螺旋天线的瞬态散射特性. 以上文献所采用的研究方法虽不尽相同, 但都是基于积分方程的. 积分方程法的主要优点是把解域降低到一个有限的小区域并隐含边界条件. 在电磁数值计算中, 矩量法可以求出积分方程的数值解, 是解积分方程的常用方法之一. 然而由于积分方程是由全局特性导出的, 也就是说积分方程描述了源、目标和场之间相互作用的全局特性, 因此离散化后得到的矩阵常常是稠密的. 如果将矩量法直接用于解积分方程, 则矩阵元素会随离散数的增加而增加. 对于中小规模问题, 矩量法可以给出有效的数值解, 但对于大规模问题, 稠密矩阵会使计算变得复杂.

为了克服矩量法解积分方程导致稠密矩阵的困难, 可以采用小波作为基函数. 由于小波具有时频局部特性和消失矩, 在展开系数中具有很强的去相关, 并减弱积分方程中的全局耦合效应. 因此由离散化后的积分方

程,能得到稀疏矩阵方程,从而减小运算量,节省计算机资源,减少计算时间.

本文所研究的平面螺旋电感是长度有限的弯曲导线,因此应当采用区间小波. 本文对文献[11]中的4阶 Coifman 尺度函数进行区间化,构造了一个分辨率为 2^6 的 $[0, 1]$ 区间小波,作为矩量法中的基函数和检验函数. 本文求出了平面电感线圈中的电流分布,并给出其辐射方向图,进而分析了其电磁辐射特性. 结果表明,这种方法是有效的.

2 $L^2([0, 1])$ 上的正交小波

一般小波是定义在整个实轴上的,当将其用于展开积分方程中的未知函数时,一些小波就会落在积分区域外,因而在整个求解过程中需要特别强调边界条件,使计算变得复杂^[12]. 为此需要由无边界小波构造一个定义在有界范围内的区间小波,使其形成一个正交基,并保持与一般小波相似的多分辨率分析特性. Coifman 小波的尺度函数具有更多的消失矩,在求解积分方程的矩阵运算中可以直接确定矩阵中的零元素,而无需设定截断门限. 对于一个 $n \times n$ 矩阵,当运用 L 阶 Coifman 小波时,实际数值积分次数从 n^2 减少到 $3n(2L - 1)^{[13]}$.

如果函数 $\phi \in L^2(R)$ 生成一个嵌套的子空间序列 $\{0\} \leftarrow \Lambda V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset \dots \subset L^2$, 并满足^[13]

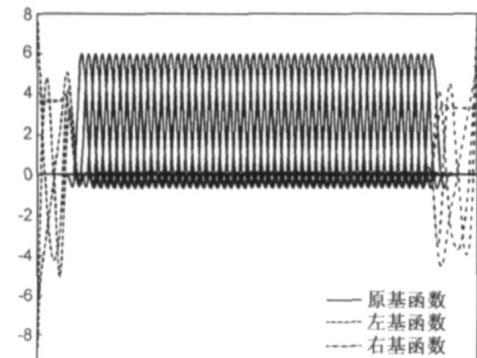
$$\phi(x) = \sum_{k \in \mathcal{P}_k} \phi(ax - k) \quad (1)$$

其中 $\{p_k\} \in l^2$, a 是有理数,则函数 ϕ 称为尺度函数. 如果取 $a = 2$, 则

$$\phi_{m,k}(x) = 2^{m/2} \phi(2^m x - k) \quad (2)$$

形成子空间 V_m 的一个 Riese 基.

考虑一个 $2N$ 阶 Coifman 尺度函数,其非零支集为 $6N - 1$, 即 $\text{clos}\{x: \phi(x) \neq 0\} = [-2N, 4N - 1]$. 将其分为三部分:左边界点 0 右边界点 1 和完全在支集内的部分. 保持支集内的基函数不变,根据 Coifman 尺度函数的消失矩特性,采用单项式展开的方法,分别构造左基函数 $\phi_{m,L}$ 和右基函数 $\phi_{m,R}$, 并进行正交化^[13], 得到



$V_m/[0, 1]$ 中的正交基函数

$$\varphi_{m,k} = \begin{cases} \phi_{m,L}, & k = 0, 1, 2, \dots, 2N - 1 \\ \phi_{m,k}, & k = 2N, \dots, 2^m - 4N + 1 \\ \phi_{m,R}^{-(2^m - 4N + 2)}, & k = 2^m - 4N + 2, \dots, 2^m - 2N + 1 \end{cases} \quad (3)$$

图 1 所示为所构造的 $m = 6$ 的 4 阶 ($N = 2$) Coifman $[0, 1]$ 区间尺度函数.

3 计算圆形 PCB 平面电感中的电流分布

3.1 平面电感的 Pocklington 积分方程

导线中的电流分布是研究其辐射与散射的基础,一般由 Pocklington 积

分方程或 Hallen 积分方程计算. 图 2 为一个两圈的圆形平面螺旋电感示意图,由四个半径递增的半圆连接而成. 根据弯曲细导线的 Pocklington 积分方程^[13], 可写出线圈内的积分方程为

$$\sum_{i=1}^L \int_{C^{(i)}} I(\mathbf{r}') \left[\frac{\partial^2}{\partial s \partial s'} - k^2 \hat{s} \cdot \hat{s}' \right] G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds' = j\omega \hat{s} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (4)$$

式中 I 是导线中的电流, $C^{(i)}$ 是第 i 个半圆的积分路径, L 表示总的半圆数, \mathbf{E}^i 是源场, $k = 2\pi/\lambda$ 是波数, s 和 s' 分别是导线在 \mathbf{r} 和 \mathbf{r}' 处的长度变量, \hat{s} 和 \hat{s}' 分别是导线在 \mathbf{r} 和 \mathbf{r}' 处的单位切向矢量, 函数 $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 是自由空间中的格林函数, 即

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{e^{-jk(r-r')}}{4\pi(r-r')}$$

为避免在 $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 中出现奇点, 观察点 \mathbf{r} 取在导线的边缘, 源点 \mathbf{r}' 取在导线的中心轴线上.

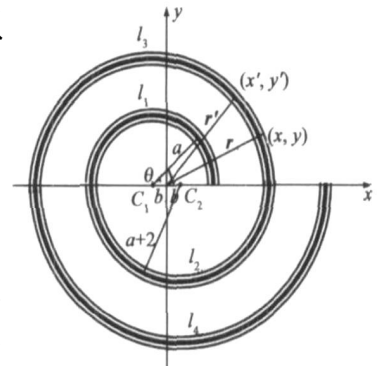
3.2 平面电感模型

在图 2 中, x 轴上方的半圆和下方半圆的圆心分别为 C_1 和 C_2 , 坐标原点位于 C_1 和 C_2 的中点, 第 i 个半圆的几何模型可由下式描述:

$$l_i: \begin{cases} x = (e_i + d) \cos \theta \mp b, \\ y = (e_i + d) \sin \theta, \end{cases} \quad (i-1)\pi < \theta < i\pi \quad (5)$$

$$\begin{cases} x' = e_i \cos \theta' \mp b, \\ y' = e_i \sin \theta', \end{cases} \quad (i-1)\pi < \theta' < i\pi \quad (6)$$

式中当 i 为奇数时取“ $-$ ”, i 为偶数时取“ $+$ ”, a 是从内圈算起的第一个半圆的半径, b 是两个圆心与原点间的距离, d 是导线宽度的一半, θ 为导线上某点至其圆



心连线与 x 轴的夹角, $e_i = a + (2i - 2b)$ 是第 i 个半圆的半径. 矢量 r 和 r' 分别由下式给出:

$$r = x\hat{x} + y\hat{y} = [(e_i + d)\cos\theta]\hat{x} + (e_i + d)\sin\theta\hat{y} \quad (7)$$

$$r' = x'\hat{x} + y'\hat{y} = (e_i\cos\theta)\hat{x} + e_i\sin\theta\hat{y}$$

由于区间小波定义在 $[0, 1]$ 上, 需要把积分路径 C 映射到 $[0, 1]$, 使得 $r = \Omega_i(\xi)$, 其中 r 表示 $C^{(i)}$ 上的点, ξ 是局部坐标 $[0, 1]$. 引入以下映射

$$\theta = (i - 1)\pi + \frac{\xi \cdot L_i - L_i}{e_i + d}, \quad L_{i-1} < \xi < L_i \quad (8)$$

$$\theta' = (i - 1)\pi + \frac{\xi \cdot L_i - L_i}{e_i}, \quad L_{i-1} < \xi < L_i$$

其中 $L_i = 4\pi a + (2 + 4 + 6)\pi b$ 是导线的总长度, ξ 和 ξ' 是归一化线长变量, L_i 是前 i 个半圆的弧长之和, 即

$$L_i = \sum_{n=1}^i \pi [a + (2n - 2)b]$$

通过映射(8), 并利用 $[0, 1]$ 上的 Coifman 尺度函数, 路径 C 上的电流可表示为

$$I(r) = \sum_{n=0}^{2^{M(i)}} I_0^{(i)} \varphi_{m,n}(\xi) \quad (9)$$

式中 r 是 $C^{(i)}$ 上的一点, $i = 1, 2, \dots, L$, $I_n^{(i)}$ 是待定的未知系数, $\varphi_{m,n}$ 是 $[0, 1]$ 上的正交 Coifman 尺度函数, $2^{M(i)}$ 是控制展开精度的最高分辨率.

采用迦略金法, 由式(4)和(8), 可以得到如下的线性方程组

$$[Z_{k,n}][I_n] = [V_k] \quad (10)$$

其中

$$Z_{k,n} = \int_0^1 \varphi_{m,k}(\xi) \times \left\{ \int_0^1 \varphi_{m,n}(\xi') G_d(\xi, \xi') |D_i| d\xi' \right\} |D_i| d\xi \quad (11)$$

$$V_k = \int_0^1 \varphi_{m,k}(\xi) [j\omega \hat{s} \cdot E^i(\xi)] |D_i| d\xi \quad (12)$$

式中

$$|D_i| = \left| \frac{dr}{d\xi} \right| = \left| \frac{dr}{d\theta} \frac{d\theta}{d\xi} \right| = \frac{L_i}{e_i + d} \left| \frac{dr}{d\theta} \right| = \frac{L_i}{e_i + d} \left| \frac{dx}{d\theta} \hat{x} + \frac{dy}{d\theta} \hat{y} \right|$$

$$= \frac{L_i}{e_i + d} \sqrt{-(e_i + d)\sin\theta)^2 + [(e_i + d)\cos\theta]^2} = L_i$$

$$|D_i'| = \left| \frac{dr'}{d\xi'} \right| = \left| \frac{dr'}{d\theta'} \frac{d\theta'}{d\xi'} \right| = \frac{L_i}{e_i} \left| \frac{dr'}{d\theta'} \right| = \frac{L_i}{e_i} \left| \frac{dx'}{d\theta'} \hat{x} + \frac{dy'}{d\theta'} \hat{y} \right|$$

$$= \frac{L_i}{e_i} \sqrt{-(e_i \sin\theta')^2 + (e_i \cos\theta')^2} = L_i$$

$$\hat{s} = \frac{dr}{d\xi} \left| \frac{dr}{d\xi} \right| = \frac{dr}{d\theta} \left| \frac{dr}{d\theta} \right| |D_i| = \frac{1}{L_i} \left[\frac{dx}{d\theta} \hat{x} + \frac{dy}{d\theta} \hat{y} \right]$$

$$= \frac{1}{L_i} \left[\frac{dx}{d\theta} \frac{d\theta}{d\xi} \hat{x} + \frac{dy}{d\theta} \frac{d\theta}{d\xi} \hat{y} \right]$$

$$= -\sin\theta \hat{x} + \cos\theta \hat{y} = -\frac{y}{e_i + d} \hat{x} + \frac{x \pm b}{e_i + d} \hat{y}$$

$$G_d(\xi, \xi') = \left[\frac{\partial^2}{\partial s \partial s'} - k^2 \hat{s} \cdot \hat{s}' \right] G(\xi, \xi')$$

假设 E^i 为与 x 轴平行的单位平面入射波, 即 $E^i = e^{jkx}$.

4 计算 PCB 平面电感的散射

当导线上的电流分布为 $I(r')$ 时, 在空间任一点 P 的磁矢量位 A , 可由下式计算

$$A(R) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_C I(r') \frac{\exp(-jk|R - r'|)}{|R - r'|} dr' \quad (13)$$

式中 r' 是导线上的一点距原点的距离, R 是原点到空间任一点 P 的距离. 电磁场可由下二式计算

$$H = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times A, \quad E = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \nabla \times H \quad (14)$$

辐射方向图由下二式确定

$$P_E = 20 \log \left| \frac{E(\theta, \varphi)}{E_{\max}} \right|, \quad P_H = 20 \log \left| \frac{H(\theta, \varphi)}{E_{\max}} \right| \quad (15)$$

5 数值结果

本文研究了两个导线间距分别为 $S = 1\text{mm}$ 和 $S = 2\text{mm}$ 的 4 圈 PCB 圆形平面螺旋电感. 分析了从 10MHz 到 20GHz 之间不同频率下的散射情况. 电感最内半圆的半径均为 $a = 1\text{mm}$, 最外圈导线周长分别是 28mm 和 50mm, 导线宽度 $2d = 0.1\text{mm}$. 图 3 是工作频率为 1GHz 时得到稀疏矩阵. 表 1 给出几个典型频率下线圈最外圈周长与波长的比值. 图 4 和图 5 是相应频率下得到的电流分布和辐射方向图.

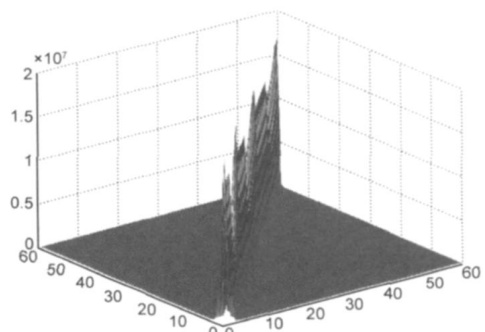


图3 计算电流分布时的稀疏矩阵

表 1 几个典型频率下线圈最大直径与工作波长之比

工作频率 f (GHz)	0.1	1	10	20
最外圈 $S = 1\text{mm}$	0.0093	0.093	0.93	1.8
周长/波长 $S = 2\text{mm}$	0.017	0.17	1.7	3.3

由于假设源场为沿 x 轴负方向传播的平面波, 因而线圈的辐射方向图具有行波天线的特性. 对于线间距为 2mm 的电感, 当 $C < 0.5\lambda$ (3GHz) 时, 即线圈周长小于波长时, 其 E 面方向图呈 8 字形, 在 $\theta = 90^\circ$ 的方向上辐射最大, H 面方向图呈心形, 在 $\theta = 180^\circ$ 时辐射最强, 图 4(a) 和 (b) 分别给出频率为 0.1GHz 和 1GHz 时的电流分布和辐射方向图. 当频率升高到 $C \approx 1\lambda$ 时, E 面方向图向 $\theta = 180^\circ$ 方向偏斜, 偏斜程度随频率增加而增加.

图 4(c) 给出频率为 10GHz 时的电流分布和方向图. 当频率继续增加到 $C > 2\lambda$ (12GHz) 时, E 面方向图开始出现旁瓣, 并继续偏斜. 图 4(d) 给出频率为 20GHz 时的电流分布和方向图. 图 5 给出当线圈其他参数不变, 线间距变为 1mm 时, 频率为 0.1GHz、1GHz、10GHz 和 20GHz 时的电流分布和方向图. 与线间距为 2mm 的辐射特性

相比, 在频率较低时(满足 $C < 0.5\lambda$) 特性基本一致. 当随频率增大 E 面方向图发生偏斜时, 在相同频率下其偏斜程度不及线间距为 2mm 的平面电感. 频率升高时, 线间距为 2mm 电感首先出现旁瓣, 且在相同频率下, 其旁瓣幅度大于线间距为 1mm 电感的旁瓣幅度.

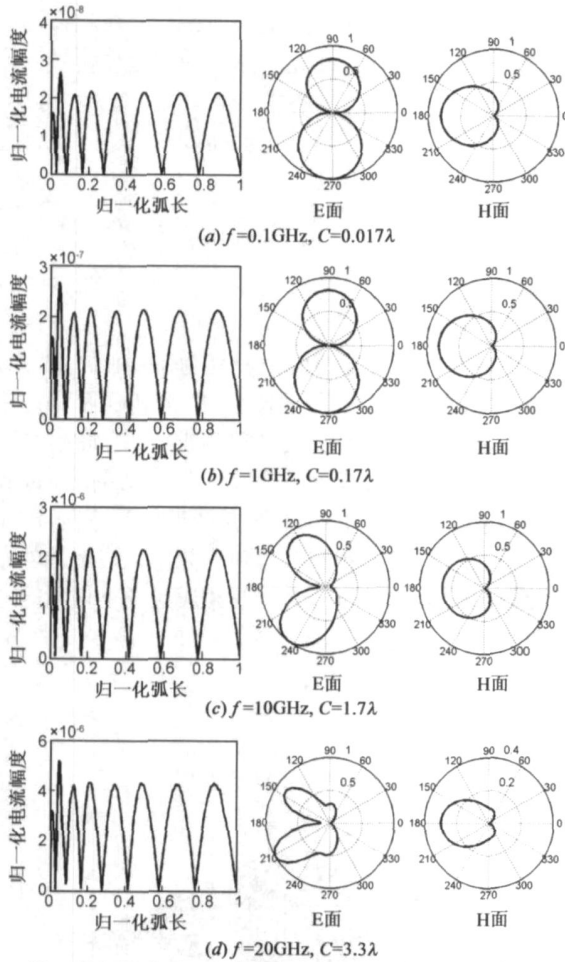


图4 线间距为2mm电感的电流分布、E面和H面方向图

6 结论

本文用小波矩量法分析了 PCB 圆形平面螺旋电感的电磁辐射问题, 给出了电感线圈在不同信号频率时的电流分布及其辐射方向图. 采用小波矩量法可以使阻抗矩阵稀疏化, 从而节约计算机资源和计算时间. PCB 电感实现了电感的平面化, 但工作在射频或微波段时的辐射和散射会对其自身特性及电路板上其他器件产生影响. 因而, 在实际应用中应采取措施, 以消除或减小这种不利影响.

参考文献:

[1] R Robert, et al. Edward modeling of two dimensional spiral in

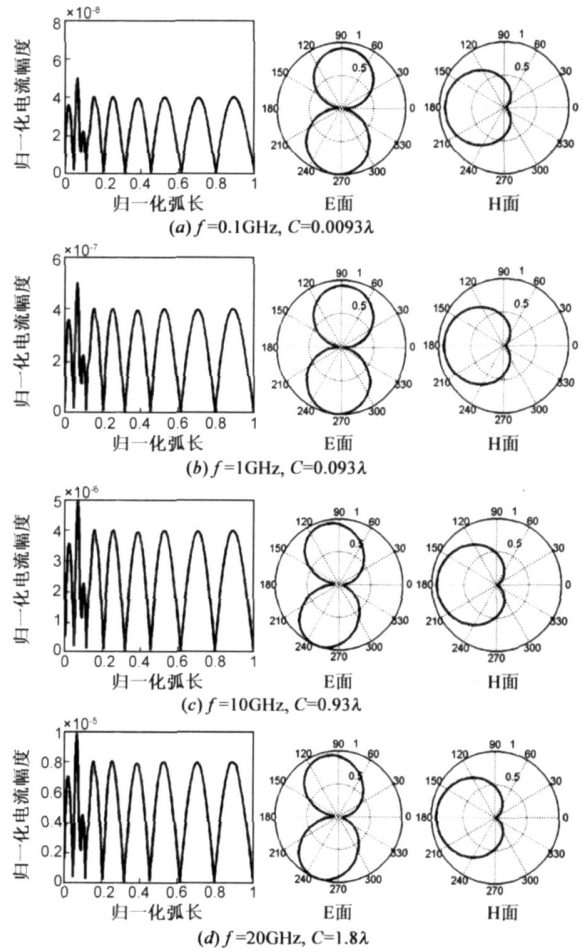


图5 线间距为1mm电感的电流分布、E面和H面方向图

ductors [J]. IEEE Trans Components, Hybrids and Manufacturing Technology, 1980, 23(4): 535-541.

- [2] W Hurley, et al. Calculation of self and mutual impedances in planar magnetic structure [J]. IEEE Trans Magnetics, 1995, 31(4): 2416-2422.
- [3] R Ludwig, et al. RF circuit Design: Theory and Applications [M]. New York: Prentice Hall Inc, 2000.
- [4] H Dong, et al. Research on the electromagnetic radiation of a PCB planar inductor [A]. APMC2005, Proc of IEEE. APMC2005 [C]. Suzhou, China, 2005. 538-540.
- [5] A Tavakoli, et al. Analysis of dual arm logarithmic spiral microstrip patch antennas [A]. Antennas and Propagation Society Inter Symp [C]. Baltimore, MD, USA, 1996. 1078-1081.
- [6] H Nakano, et al. A spiral antenna backed by reflector a corr

- ducting plane [J]. IEEE Trans Antennas and Propagation, 1986, 34(6): 791– 796.
- [7] J J Van Tender, et al. A study of an archimedes spiral antenna [A]. Antennas and Propagation Society Inter Symp[C]. Seattle, WA, USA, 1994. 1302– 1305.
- [8] I G Tigel, et al. Radiation of a planar spiral antenna above double dielectric loaded, ground plane [A]. Antennas and Propagation Society Inter Symp [C]. Ann Arbor, MI, USA, 1993. 152 – 155.
- [9] K D Palmer, et al. The thir slot and thir arm planar spiral antenna operated with and without a ground plane [A]. AFRICON, 1999 IEEE [C]. Cape Town, South Africa, 1999. 1015– 1020.
- [10] Y H Lu, et al. Transient scattering response of a planar spiral antenna[A]. Antennas and Propagation Society Intem Symp 2006, IEEE [C]. New Mexico, USA, 2006. 1671– 1674.
- [11] Yan Wang, et al. Coifman wavelet construction using homotopy method [J]. Chinese J Electronics, 2006, 15(3) : 451– 454.
- [12] B Z Steinberg et al. On the use of wavelet expansions in the method of moments [J]. IEEE Trans Antennas Propagat, vol. 41, May 1993: 610– 619.
- [13] G W Pan. Wavelets in Electromagnetics and Device Modeling [M] New York: John Wiley & Sons, 2003.

作者简介:

董 辉 女, 1962 年出生于内蒙古集宁市, 大连海事大学副教授. 主要研究方向为电磁理论和天线, 电路理论与应用.

E-mail: donghui666@yahoo.com.cn

朱义胜 男, 1945 年生, 大连海事大学教授, 博士生导师, IEEE 高级会员. 主要从事宽带匹配网络, 计算机辅助电路设计和信号处理的研究. E-mail: yszhu@dlmu.edu.cn