

电磁矢量传感器原位误差校正方法

黄家才¹, 陶建武², 温秀兰¹

(1. 南京工程学院自动化学院, 江苏南京 211167; 2. 空军航空大学, 吉林长春 130022)

摘要: 现有基于电磁矢量传感器阵列的信号 DOA 和极化参数联合估计算法, 大都假设电磁矢量传感器的三个电偶极子和三个磁偶极子严格指向参考坐标系的三个坐标轴, 即不存在原位误差. 然而在实际应用场合, 电磁矢量传感器是存在原位误差的, 因此其实际极化-角度域导向矢量与理想情况下的极化-角度域导向矢量有一定的偏差, 导致现有方法的估计性能显著下降, 因此必须对原位误差进行校正. 通过对存在偏差的极化-角度域导向矢量进行一阶 Taylor 近似展开, 并利用一个辅助校正源, 提出了电磁矢量传感器原位误差校正方法, 给出了原位误差估计的 CRB 界. 仿真结果验证了该方法的有效性.

关键词: 电磁矢量传感器; 极化; 波达方向; 原位误差; 校正

中图分类号: TN911 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2009)02-0351-06

Calibration Algorithm Against Orientation Errors of Electromagnetic Vector Sensors

HUANG Jia cai¹, TAO Jian wu², WEN Xiu lan¹

(1. Automation School, Nanjing Institute of Technology, Nanjing, Jiangsu 211167, China;

2. Aviation University of Air Force, Changchun, Jilin 130022, China)

Abstract: Most existing direction of arrival (DOA) and polarization estimation methods, which based on electromagnetic vector sensors array, generally assume that the electromagnetic vector sensor orient the referenced Cartesian coordinates strictly, i. e., no orientation errors exist. While in the practice, the orientation errors are unavoidable, which make the manifold of the vector sensor deviate from the ideal value, and deteriorate the estimation performance of the existing methods. So it is necessary to calibrate the orientation errors of the electromagnetic vector sensors. Based on the first order Taylor approximation of the manifold and a known source, a new calibration algorithm against the orientation errors of electromagnetic vector sensors is proposed, and the corresponding expressions for the stochastic Cramér-Rao bound (CRB) is derived. The performance of the new method is confirmed through numerical examples.

Key words: electromagnetic vector sensor; polarization; direction of arrival; orientation errors; calibration

1 引言

近十几年来, 如何利用电磁矢量传感器实现来波信号波达方向(DOA)和极化参数的联合估计问题, 正成为阵列信号处理领域的研究热点. 电磁矢量传感器由三个电偶极子和三个磁偶极子组成, 它们在空间上同点分布、相互正交, 且具有不同的极化特性, 分别感应入射电磁信号的三个电场分量和相应的三个磁场分量. 利用电磁矢量传感器估计来波信号 DOA 和极化参数, 其优势在于: (1) 在每个天线的各个分量上, 信号的空间传播延时是相同的. 因此, 它适用于近场或远场, 宽带或窄带信号的 DOA 估计; (2) 当多个极化信号在空间域不能很好地被分辨时, 利用信号的极化差异仍然能在极化域被分

离; (3) 在极化敏感阵列空间孔径较小时, 仍然具有较好的分辨率. 所以, 近十几年来电磁矢量传感器倍受研究人员的关注, 并且涌现出大量研究成果^[1~10].

Nehorai and Paldi^[1]利用信号的六个电磁场分量, 提出了一种基于矢量叉积的 DOA 估计算法. Wong 和 Zoltowski 将这种叉积运算与 ESPRIT 算法相结合, 提出基于电磁矢量传感器阵列的多信源 DOA 和极化参数联合估计方法^[5]. 文献[2, 3]中用空域 ESPRIT 法解决了二维 DOA 与极化参数的同时估计问题. 文献[4]基于三极子电偶/磁偶, 提出了 root-MUSIC 法, 实现了 DOA 和极化参数的联合估计. 文献[10, 11]研究了标量传感器以及电磁矢量传感器的增益校正与补偿问题.

虽然基于电磁矢量传感器阵列的信号 DOA 和极化

参数估计问题已经被广泛的研究,但是,这些研究大都假设电磁矢量传感器的三个电偶极子和三个磁偶极子严格指向参考坐标系的三个坐标轴.然而在实际应用场合,这个假设往往是不成立的.由于受多方面因素的影响,电磁矢量传感器的三个电偶极子和三个磁偶极子不可能完全与参考坐标系的三个坐标轴对齐,从而出现了指向性误差,即原位误差.原位误差会使实际极化-角度域导向矢量与理想情况下的极化-角度域导向矢量产生一定的偏差,导致现有方法的估计性能显著下降.

本文对存在偏差的极化-角度域导向矢量进行一阶 Taylor 近似展开,在此基础上利用一个辅助校正源,提出了电磁矢量传感器原位误差校正方法,并给出原位误差估计的 CRB 界.该方法仅用一个校正源,通过简单的运算即可一次性求出整个电磁矢量传感器阵列的原位误差,进而实现对阵列实际响应的补偿.仿真结果证明该方法的有效性.

2 原位误差数学模型

假设极化阵列由 N 个电磁矢量传感器组成,并假设第 n 个电磁矢量传感器的空间位置向量为 $p_n = (x_n, y_n, z_n)$.对于每个电磁矢量传感器,当其三个电偶极子和三个磁偶极子严格指向三个坐标轴时,对单位能量信号的极化-角度域导向矢量为^[1,2]:

$$A \triangleq \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \\ h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\phi & -\sin\phi \\ \cos\theta\sin\phi & \cos\phi \\ -\sin\theta & 0 \\ -\sin\phi & -\cos\theta\cos\phi \\ \cos\phi & -\cos\theta\sin\phi \\ 0 & \sin\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin\gamma e^{j\eta} \\ \cos\gamma \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中 $\theta \in [0, \pi/2)$ 表示信号的仰角; $\phi \in [0, 2\pi)$ 表示信号的方位角; $\gamma \in [0, \pi/2)$ 为信号的极化辐角; $\eta \in [-\pi, \pi)$ 为信号的极化相位差.现有的 DOA 和极化参数估计算法大都基于模型(1)发展起来的.

然而由于安装误差或长时间使用等因素,都会导致电磁矢量传感器的三个电偶极子和三个磁偶极子不能严格指向三个坐标轴.此时称电磁矢量传感器存在原位误差.

假设第 n 个电磁矢量传感器相对原坐标系 (x, y, z) 的原位误差为 $(\tilde{\theta}_n, \tilde{\phi}_n)$,它与新坐标系 $(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$ 的三个坐标轴对齐.则新坐标系 $(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$ 可以通过如下旋转得到:先围绕原坐标系 (x, y, z) 的 z 轴旋转 $\tilde{\phi}_n$,形成新的坐标系 $(\tilde{x}, \tilde{y}, z)$;再围绕新形成的 \tilde{x} 轴旋转 $\tilde{\theta}_n$.此时第 n 个电磁矢量传感器对单位能量信号的极化-角度域导向矢量为^[4]

$$\tilde{A}(\tilde{\theta}_n, \tilde{\phi}_n) = \begin{bmatrix} G(\tilde{\theta}_n, \tilde{\phi}_n) & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & G(\tilde{\theta}_n, \tilde{\phi}_n) \end{bmatrix} A \quad (2)$$

$n = 1, \dots, N$

其中 $\mathbf{0}_3$ 表示 3×3 零矩阵,且

$$G(\tilde{\theta}_n, \tilde{\phi}_n) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\tilde{\theta}_n & \sin\tilde{\theta}_n \\ 0 & -\sin\tilde{\theta}_n & \cos\tilde{\theta}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\tilde{\phi}_n & -\sin\tilde{\phi}_n & 0 \\ \sin\tilde{\phi}_n & \cos\tilde{\phi}_n & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

这里称 $G(\tilde{\theta}_n, \tilde{\phi}_n)$ 为第 n 个电磁矢量传感器的原位误差矩阵.显然,在存在原位误差的情况下,实际极化-角度域导向矢量与理想情况下的极化-角度域导向矢量有一定的偏差,若用 $\tilde{A}(\tilde{\theta}_n, \tilde{\phi}_n)$ 代替 A ,则影响现有算法的估计性能,甚至产生错误的估计结果.在实际系统中,原位误差 $(\tilde{\theta}_n, \tilde{\phi}_n)$ 是未知量,并且会随着环境因素的改变而缓慢变化.因此,为了正确估计来波信号的 DOA 和极化参数,对电磁矢量传感器的原位误差进行估计和补偿是非常必要的.

3 原位误差有源校正

3.1 极化-角度域导向矢量一阶近似

一般来说,电磁矢量传感器的原位误差 $(\tilde{\theta}_n, \tilde{\phi}_n)$ 在零原位误差(即 $\tilde{\theta}_n = 0, \tilde{\phi}_n = 0$)附近的较小范围内取值.因此,对 $\tilde{A}(\tilde{\theta}_n, \tilde{\phi}_n)$ 在零原位误差处进行一阶 Taylor 近似展开,可得

$$\tilde{A}(\tilde{\theta}_n, \tilde{\phi}_n) = \tilde{A}(0, 0) + \tilde{\theta}_n \left. \frac{\partial \tilde{A}(\tilde{\theta}, \tilde{\phi})}{\partial \tilde{\theta}} \right|_{\substack{\tilde{\theta}=0 \\ \tilde{\phi}=0}} + \tilde{\phi}_n \left. \frac{\partial \tilde{A}(\tilde{\theta}, \tilde{\phi})}{\partial \tilde{\phi}} \right|_{\substack{\tilde{\theta}=0 \\ \tilde{\phi}=0}} \quad (4)$$

$n = 1, \dots, N$

其中

$$\tilde{A}(0, 0) = \begin{bmatrix} G(0, 0) & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & G(0, 0) \end{bmatrix} A = A \quad (5)$$

$$\left. \frac{\partial \tilde{A}(\tilde{\theta}, \tilde{\phi})}{\partial \tilde{\theta}} \right|_{\substack{\tilde{\theta}=0 \\ \tilde{\phi}=0}} = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial G(\tilde{\theta}, \tilde{\phi})}{\partial \tilde{\theta}} \right|_{\substack{\tilde{\theta}=0 \\ \tilde{\phi}=0}} & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \left. \frac{\partial G(\tilde{\theta}, \tilde{\phi})}{\partial \tilde{\theta}} \right|_{\substack{\tilde{\theta}=0 \\ \tilde{\phi}=0}} \end{bmatrix} A$$

$$= G_\theta A \quad (6)$$

$$\left. \frac{\partial \tilde{A}(\tilde{\theta}, \tilde{\phi})}{\partial \tilde{\phi}} \right|_{\substack{\tilde{\theta}=0 \\ \tilde{\phi}=0}} = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial G(\tilde{\theta}, \tilde{\phi})}{\partial \tilde{\phi}} \right|_{\substack{\tilde{\theta}=0 \\ \tilde{\phi}=0}} & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \left. \frac{\partial G(\tilde{\theta}, \tilde{\phi})}{\partial \tilde{\phi}} \right|_{\substack{\tilde{\theta}=0 \\ \tilde{\phi}=0}} \end{bmatrix} A$$

$$= G_\phi A \quad (7)$$

由式(3)可得:

$$\frac{\partial G(\tilde{\theta}, \tilde{\phi})}{\partial \tilde{\theta}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\sin\tilde{\theta}\sin\tilde{\phi} & -\sin\tilde{\theta}\cos\tilde{\phi} & \cos\tilde{\theta} \\ -\cos\tilde{\theta}\sin\tilde{\phi} & -\cos\tilde{\theta}\cos\tilde{\phi} & -\sin\tilde{\theta} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \mathbf{G}(\tilde{\theta}_n, \tilde{\varphi}_n)}{\partial \tilde{\varphi}_n} = \begin{bmatrix} -\sin\tilde{\varphi} & -\cos\tilde{\varphi} & 0 \\ \cos\tilde{\theta}\cos\tilde{\varphi} & -\cos\tilde{\theta}\sin\tilde{\varphi} & 0 \\ -\sin\tilde{\theta}\cos\tilde{\varphi} & \sin\tilde{\theta}\sin\tilde{\varphi} & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

令 $\tilde{\theta}_n = 0$, $\tilde{\varphi}_n = 0$ 可得

$$\left. \frac{\partial \mathbf{G}(\tilde{\theta}_n, \tilde{\varphi}_n)}{\partial \tilde{\theta}_n} \right|_{\substack{\tilde{\theta}_n=0 \\ \tilde{\varphi}_n=0}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\left. \frac{\partial \mathbf{G}(\tilde{\theta}_n, \tilde{\varphi}_n)}{\partial \tilde{\varphi}_n} \right|_{\substack{\tilde{\theta}_n=0 \\ \tilde{\varphi}_n=0}} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

根据式(5)~(11), 则式(4)可写为

$$\tilde{\mathbf{A}}(\tilde{\theta}_n, \tilde{\varphi}_n) = \mathbf{A} + \tilde{\theta}_n \mathbf{G}_\theta \mathbf{A} + \tilde{\varphi}_n \mathbf{G}_\varphi \mathbf{A} = \mathbf{B} \boldsymbol{\xi}_n \quad (12)$$

其中 \mathbf{B} 为 6×3 矩阵, 称之为极化-角度域扩展矩阵; $\boldsymbol{\xi}_n$ 为 3×1 列向量, 称之为原位误差扩展向量。即

$$\mathbf{B} = [\mathbf{A} \quad \mathbf{G}_\theta \mathbf{A} \quad \mathbf{G}_\varphi \mathbf{A}], \quad \boldsymbol{\xi}_n = [1 \quad \tilde{\theta}_n \quad \tilde{\varphi}_n]^T \quad (13)$$

从式(12)可以看出, 经过一阶 Taylor 近似后, 含有原位误差的极化-角度域导向矢量可以写成极化-角度域扩展矩阵与原位误差扩展向量相乘的形式。

3.2 原位误差估计

假设空间一窄带电磁波信号 $s(t)$ 从远场入射到上述电磁矢量传感器阵列, 且入射角度 (θ, ϕ) 和极化参数 (γ, η) 已知。在 t 时刻, 第 n 个电磁矢量传感器的感应输出可以表示为

$$\mathbf{x}_n(t) = \tilde{\mathbf{A}}(\tilde{\theta}_n, \tilde{\varphi}_n) q_n(\theta, \phi) s(t) + \mathbf{n}_n(t) \quad (14)$$

式中 $q_n(\theta, \phi) = e^{jk_0(x_n \sin\theta \cos\phi + y_n \sin\theta \sin\phi + z_n \cos\theta)}$ 为接收信号的复包络在第 n 个电磁矢量传感器与原点之间的相位差, $k_0 = 2\pi/\lambda$ 为信号的波数, λ 为信号的波长; $s(t) = E e^{j(2\pi f t + \varphi)}$ 表示信号在 t 时刻的采样, E, f, φ 分别为信号的幅度、频率和初始相位; $\mathbf{n}_n(t)$ 为相应输出的 6×1 加性高斯白噪声矢量。

将 N 个电磁矢量传感器的输出组成如下 $6N \times 1$ 矩阵

$$\mathbf{X}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(t) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_N(t) \end{bmatrix} \quad (15)$$

利用 $\mathbf{X}(t)$ 的多次快拍数据构造相关矩阵

$$\mathbf{R} = E\{\mathbf{X}(t)\mathbf{X}^H(t)\} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{P}\tilde{\mathbf{A}}^H + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (16)$$

$$\text{其中 } \tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}(\tilde{\theta}_1, \tilde{\varphi}_1) q_1(\theta, \phi) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{A}}(\tilde{\theta}_N, \tilde{\varphi}_N) q_N(\theta, \phi) \end{bmatrix} \quad (17)$$

为极化阵列的极化域——空域导向矩阵; $E\{\cdot\}$ 表示统计平均, $(\cdot)^H$ 表示共轭转置; $\mathbf{P} = E\{s(t)s^H(t)\}$ 表示信号 $s(t)$ 的自相关函数; σ^2 为白噪声功率, \mathbf{I} 为 $6N \times 6N$ 的单位阵。

对 \mathbf{R} 进行特征分解, 并设 $\lambda_1 > \lambda_2 = \dots = \lambda_{6N} = \sigma^2$ 为 \mathbf{R} 的特征值, 且 \mathbf{E}_s 为最大特征值 λ_1 所对应的特征向

量。可知 \mathbf{E}_s 与 $\tilde{\mathbf{A}}$ 张成相同的列空间, 即

$$\tilde{\mathbf{A}} = k\mathbf{E}_s \quad (18)$$

式中 k 为一未知的复常数。将式(17)代入(18)可得

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}(\tilde{\theta}_1, \tilde{\varphi}_1) q_1(\theta, \phi) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{A}}(\tilde{\theta}_N, \tilde{\varphi}_N) q_N(\theta, \phi) \end{bmatrix} = k\mathbf{E}_s \quad (19)$$

将式(12)代入式(19), 经过整理可得

$$\mathbf{Z}\boldsymbol{\beta} = k\mathbf{E}_s \quad (20)$$

式中 \mathbf{Z} 为 $6N \times 3N$ 矩阵, $\boldsymbol{\beta}$ 为 $3N \times 1$ 列向量, 且

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{B} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} q_1(\theta, \phi) \boldsymbol{\xi}_1 \\ \vdots \\ q_N(\theta, \phi) \boldsymbol{\xi}_N \end{bmatrix} \quad (21)$$

由式(20)即可得到列向量 $\boldsymbol{\beta}$ 的最小二乘(LS)估计:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{Z}^H \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^H k\mathbf{E}_s \quad (22)$$

根据列向量 $\boldsymbol{\beta}$ 的结构可以得到

$$\boldsymbol{\xi}_n = [\beta_{(n-1) \times 3 + 1} \quad \beta_{(n-1) \times 3 + 2} \quad \beta_{(n-1) \times 3 + 3}]^T, \quad n = 1, \dots, N \quad (23)$$

其中 $\beta_{(n-1) \times 3 + 1}$ 表示由 $\boldsymbol{\beta}$ 的第 $(n-1) \times 3 + 1$ 行到 $3n$ 行组成的子向量。考虑到列向量 $\boldsymbol{\xi}_n$ 的第一个元素为 1, 因此第 n 个电磁矢量传感器的原位误差 $\tilde{\theta}_n, \tilde{\varphi}_n$ 可由下面的归一化处理得到

$$\begin{bmatrix} \hat{\tilde{\theta}}_n \\ \hat{\tilde{\varphi}}_n \end{bmatrix} = \frac{1}{\boldsymbol{\xi}_n(1)} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_n(2) \\ \boldsymbol{\xi}_n(3) \end{bmatrix}, \quad n = 1, \dots, N \quad (24)$$

经过归一化处理, 上式中已不含复常数 k 。

3.3 阵列输出响应的补偿

在得到原位误差估计后, 第 n 个电磁矢量传感器的极化-角度域导向矢量应修正为

$$\bar{\mathbf{A}}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{G}(\hat{\tilde{\theta}}_n, \hat{\tilde{\varphi}}_n) & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{G}(\hat{\tilde{\theta}}_n, \hat{\tilde{\varphi}}_n) \end{bmatrix}^{-1} \tilde{\mathbf{A}}(\tilde{\theta}_n, \tilde{\varphi}_n) \quad (25)$$

修正后的极化-角度域导向矢量 $\bar{\mathbf{A}}_n$ 在一定程度上接近其真值 \mathbf{A} 。实际应用中, 可以按照下式修正第 n 个电磁矢量传感器的感应输出

$$\bar{\mathbf{x}}_n(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{G}(\hat{\tilde{\theta}}_n, \hat{\tilde{\varphi}}_n) & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{G}(\hat{\tilde{\theta}}_n, \hat{\tilde{\varphi}}_n) \end{bmatrix}^{-1} \mathbf{x}_n(t) \quad (26)$$

在现有算法中, 用修正后的 $\bar{\mathbf{x}}_n(t)$ 代替 $\mathbf{x}_n(t)$, 即可得到原位误差情况下 DOA 和极化参数的正确估计。

4 校正源参数选择

4.1 对校正源参数的要求

因为 \mathbf{Z} 为 $6N \times 3N$ 矩阵, 为了保证解 $\boldsymbol{\beta}$ 的存在, 要求矩阵 \mathbf{Z} 列满秩, 即 $\text{rank}(\mathbf{Z}) = 3N$ 。由矩阵 \mathbf{Z} 的特殊结构可知, 只有当矩阵 \mathbf{B} 是列满秩时, 即 $\text{rank}(\mathbf{B}) = 3$, \mathbf{Z} 才列满秩。因此校正源的 DOA 和极化参数的选择需满

足 $\text{rank}(\mathbf{B}) = 3$.

假设 D_{abc} 为矩阵 \mathbf{B} 的第 a, b, c 三行构成的子矩阵, 那么只要存在一个行列式不为零的子矩阵 D_{abc} , 则

$$D_{123} = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\phi\sin\gamma e^{j\eta} - \cos\gamma\sin\phi & 0 & -\cos\theta\sin\phi\sin\gamma e^{j\eta} - \cos\gamma\cos\phi \\ \cos\theta\sin\phi\sin\gamma e^{j\eta} + \cos\gamma\cos\phi & -\sin\theta\sin\gamma e^{j\eta} & \cos\theta\cos\phi\sin\gamma e^{j\eta} - \cos\gamma\sin\phi \\ -\sin\theta\sin\gamma e^{j\eta} & -\cos\theta\sin\phi\sin\gamma e^{j\eta} - \cos\gamma\cos\phi & 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

则通过计算可以得到其行列式为

$$|D_{123}| = (\cos\theta\sin\phi\sin\gamma e^{j\eta} + \cos\gamma\cos\phi) \times (\sin^2\gamma e^{2j\eta} + \cos^2\gamma) \quad (28)$$

当 $(\sin^2\gamma e^{2j\eta} + \cos^2\gamma) = 0$ 时, 有 $|D_{123}| = 0$. 此时 $\gamma = 45^\circ, \eta = \pm 90^\circ$. 通过计算还可以看到, 当极化参数取该组数值时, 其他子矩阵的行列式也为零, 这意味着此时 \mathbf{B} 为非列满秩矩阵. 因此在选取校正源的时候, 要求极化参数 $\gamma \neq 45^\circ$ 或 $\eta \neq \pm 90^\circ$. 而对仰角 θ 和方位角 ϕ 没有限制.

4.2 最佳参数选择

在处理过程中, 特征向量 E_s 不可避免地存在扰动误差, 从而导致式(20)的解 β 产生误差. 其误差估计可由下式表达

$$\frac{\|\delta\beta\|}{\|\beta\|} = \kappa(\mathbf{Z}) \frac{\|\delta E_s\|}{\|E_s\|} \quad (29)$$

其中 $\kappa(\mathbf{Z})$ 为矩阵 \mathbf{Z} 的条件数, 表示了对误差的放大率. 计算表明, 当极化辐角 γ 远离 45° , 或者极化相位差 η 远离 $\pm 90^\circ$ 时, 则 $\kappa(\mathbf{Z}) \approx 1.4$, 此时 \mathbf{Z} 是良态矩阵, 此时由式(22)得到原位误差估计较为准确.

5 原位误差估计的 CRB 界

设快拍数为 M , 定义参数向量 $p = [\theta_1, \phi_1, \dots, \theta_N, \phi_N]^T$, 则 Fisher 信息矩阵(FIM)的各元素由下式得到,

$$FIM_{k,l} = M \text{tr} \left\{ \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial p_k} \mathbf{R}^{-1} \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial p_l} \mathbf{R}^{-1} \right\} \quad (30)$$

其中 \mathbf{R} 为电磁矢量传感器阵列输出的协方差矩阵, 如式(16)所示. 则参数估计的 CRB 界为

$$\text{CRB}(p) = FIM^{-1} \quad (31)$$

由式(30)可得到 CRB 的闭式解

$$\text{CRB}(p) = \frac{\sigma^2}{2M} \{ \text{Re}((\mathbf{D}^H \Pi_{\tilde{\mathbf{A}}} \mathbf{D}) \odot (\mathbf{J} \odot (\mathbf{P}\tilde{\mathbf{A}}^H \mathbf{R}^{-1} \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{P}^T))) \}^{-1} \quad (32)$$

其中: \odot 表示 Kronecker 积, \circledast 表示 Hadamard 积(直积);

\mathbf{J} 为 $2N \times 2N$ 的元素全为 1 的矩阵;

$$\Pi_{\tilde{\mathbf{A}}} \triangleq \mathbf{I} - \tilde{\mathbf{A}}(\tilde{\mathbf{A}}^H \tilde{\mathbf{A}})^{-1} \tilde{\mathbf{A}}^H;$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}}{\partial \theta_1}, \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}}{\partial \phi_1}, \dots, \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}}{\partial \theta_N}, \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}}{\partial \phi_N} \end{bmatrix}$$

\mathbf{B} 就为列满秩矩阵; 反之, 若所有子矩阵 D_{abc} 的行列式都为零, 则 \mathbf{B} 为非列满秩矩阵. 假设 D_{123} 为矩阵 \mathbf{B} 的第 1, 2, 3 三行构成的子矩阵, 如式(27)所示:

$$\text{其中 } \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}}{\partial \theta_n} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}(\theta_1, \phi_1)}{\partial \theta_n} q_1(\theta, \phi) \\ \vdots \\ \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}(\theta_N, \phi_N)}{\partial \theta_n} q_N(\theta, \phi) \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}}{\partial \phi_n} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}(\theta_1, \phi_1)}{\partial \phi_n} q_1(\theta, \phi) \\ \vdots \\ \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}(\theta_N, \phi_N)}{\partial \phi_n} q_N(\theta, \phi) \end{bmatrix}$$

$$\text{其中 } \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}(\theta_i, \phi_i)}{\partial \theta_j} = \begin{cases} \mathbf{0} & , i \neq j \\ \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}(\theta_i, \phi_i)}{\partial \theta_i} & , i = j \end{cases}$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}(\theta_i, \phi_i)}{\partial \phi_j} = \begin{cases} \mathbf{0} & , i \neq j \\ \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}(\theta_i, \phi_i)}{\partial \phi_i} & , i = j \end{cases}$$

式中 $\mathbf{0}$ 为 6×1 零向量.

6 仿真实验

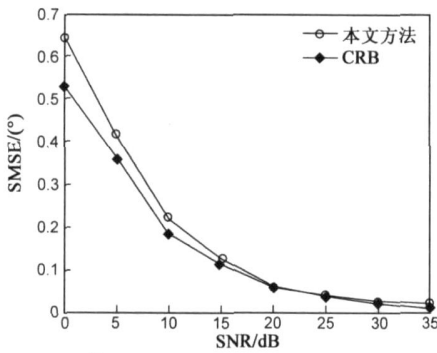
通过计算机仿真验证本文方法的有效性. 单位幅度校正源的波达方向为 $\theta = 30^\circ, \phi = 90^\circ$, 极化参数为 $\gamma = 10^\circ, \eta = 0^\circ$ (即 10 度线性极化). 下面实验中对每种情况都执行 200 次独立的 Monte Carlo 实验. 定义均方根误差(RMSE)如下

$$RMSE = \sqrt{E\{(\hat{a} - a_{true})^2\}} \quad (33)$$

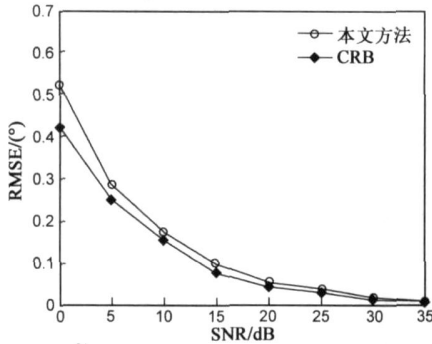
其中 \hat{a} 表示参数 a_{true} 的估计值.

实验 1 假设极化阵列由三个电磁矢量传感器组成, 其空间位置为 $(0, 0, 0), (0.2\lambda, 0.3\lambda, 0), (0.4\lambda, 0.6\lambda, 0)$. 三个电磁矢量传感器的原位误差分别为 $(\theta_1 = 1.5^\circ, \phi_1 = 2^\circ), (\theta_2 = 2.5^\circ, \phi_2 = 3.5^\circ), (\theta_3 = 4.5^\circ, \phi_3 = 6^\circ)$. 取快拍数为 2000, 当信噪比从 0dB 变化到 35dB 时, 第一个传感器原位误差估计的均方根误差随信噪比变化的曲线如图 1 所示. 从图可以看出, 随着信噪比的提高, 本文方法的估计性能越来越高, 非常接近 CRB, 并且在较低信噪比时, 就可以较准确的估计出原位误差. 第二、三个传感器原位误差估计也有相同的结论.

实验 2 验证本文方法的估计性能与快拍数的关系. 信噪比固定为 20dB, 快拍数从 50 变化到 500, 间隔为 50, 其余参数同实验 1. 第一个传感器原位误差估计性能随快拍数变化的曲线如图 2 所示. 可以看出在较少



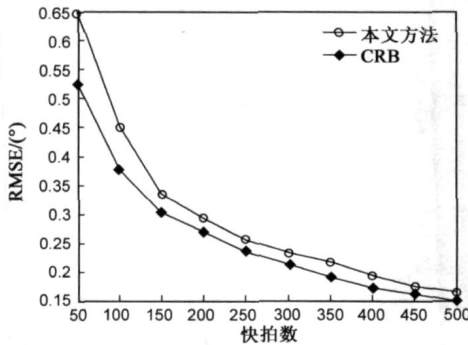
(a) $\tilde{\theta}_1$ 估计的均方根误差随信噪比变化的曲线



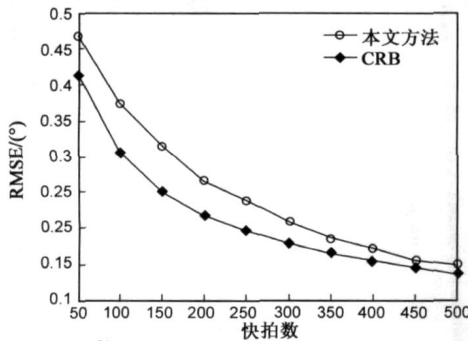
(b) $\tilde{\phi}_1$ 估计的均方根误差随信噪比变化的曲线

图1 第一个电磁矢量传感器原位误差估计的均方根误差随信噪比变化的曲线

快拍数的情况下, 本文方法就能精确地估计出各矢量传感器的原位误差, 而且估计性能接近 CRB. 第二、三个传感器原位误差估计也有相同的结论.



(a) $\tilde{\theta}_1$ 估计的均方根误差随快拍数变化的曲线



(b) $\tilde{\phi}_1$ 估计的均方根误差随快拍数变化的曲线

图2 第一个电磁矢量传感器原位误差估计的均方根误差随快拍数变化的曲线

实验 3 假设三个电磁矢量传感器的空间位置同实验 1, 原位误差分别为 $\theta_1=1^\circ, \phi_1=2^\circ, \theta_2=9^\circ, \phi_2=10^\circ, \theta_3=30^\circ, \phi_3=25^\circ$. 信噪比为 20dB, 快拍数为 2000. 三个电磁矢量传感器的原位误差估计结果如表 1. 从表 1 可看出, 三种情况下, 估计的标准差都较小; 此外, 对于较小的原位误差, 其估计的偏差较小, 而对于较大的原位误差, 其估计的偏差较大. 这是因为当原位误差较大时, 由式(4)得到的一阶 Taylor 展开, 其近似程度下降. 这也说明本文方法对小原位误差非常有效. 值得欣慰的是, 实际应用中, 原位误差一般在小范围内取值.

表 1 不同原位误差情况下的估计结果($SNR=20\text{dB}$)

	$\theta_1=1^\circ$	$\phi_1=2^\circ$	$\theta_2=9^\circ$	$\phi_2=10^\circ$	$\theta_3=30^\circ$	$\phi_3=25^\circ$
偏差	0.014	0.002	0.411	0.068	3.883	1.435
标准差	0.092	0.054	0.092	0.066	0.117	0.086

实验 4 验证原位误差校正前后电磁矢量传感器的估计性能. 这里仅考虑一个电磁矢量传感器, 位于坐标原点, 其原位误差为 $\theta=9^\circ, \phi=10^\circ$, 两个独立完全极化电磁波信号从远场入射, 参数分别为 $\theta_1=20^\circ, \phi_1=40^\circ, \nu_1=30^\circ, \eta_1=80^\circ; \theta_2=50^\circ, \phi_2=60^\circ, \nu_2=40^\circ, \eta_2=70^\circ$. 信噪比为 20dB, 快拍数为 2000. 用矢量叉积的方法(参考文献[6])实现两个信源的 DOA 和极化参数估计. 校正前后两个信源的各参数估计如图 3 所示. 从图可以看出, 校正前 DOA 和极化参数的估计值明显偏离实际值, 估计误差很大; 校正后, 各参数估计值的均值即为实际值, 估计精度大大提高.

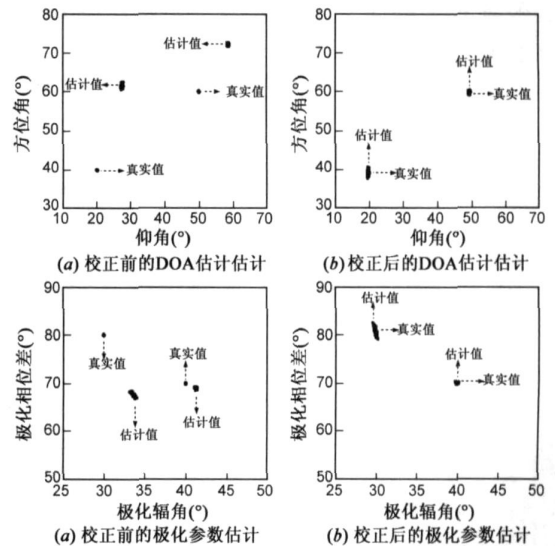


图3 校正前后的 DOA、极化参数估计

7 结论

在电磁矢量传感器存在原位误差的情况下, 对存在偏差的极化-角度域导向矢量进行一阶 Taylor 近似,

并利用最小二乘方法,给出了原位误差的闭式估计.分析了校正源的参数选择问题,并给出了原位误差估计的CRB界.仿真结果表明,该方法在较低信噪比或较少快拍下,能精确估计出原位误差,而且估计性能接近CRB界.经过校正后,DOA和极化参数的估计精度大大提高,证明了校正的有效性.

该方法只需一个辅助校正源,通过简单的计算即可一次性估计出整个阵列的原位误差,进而对阵列的输出响应进行精确校正.此外该方法适合于任意排列的电磁矢量传感器阵列,具有较强的实用性.

除了原位误差,电磁矢量传感器还存在互偶等复杂问题,作者正在进一步研究.

参考文献:

- [1] Nehorai A, Paldi E. Vector sensor array processing for electromagnetic source localization[J]. IEEE Trans Signal Processing, 1994, 42(2): 376–398.
- [2] Wong K T, Zoltowski M D. Closed form direction finding with arbitrarily spaced electromagnetic vector sensors at unknown locations[C]. In IEEE Int Conf Acoust, Speech, Signal Processing, 1998, 4: 1949–1952.
- [3] Zoltowski M D, Wong K T. ESPRIT-based 2-D direction finding with a sparse uniform array of electromagnetic vector sensors[J]. IEEE Trans Signal Processing, 2000, 48(8): 2195–2204.
- [4] Wong K T, Li L. Root MUSIC-based direction finding and polarization estimation using diversely polarized possibly collocated antennas[J]. IEEE Antenna and Wireless Propagation Letters, 2004, 3: 129–132.
- [5] Wong K T, Zoltowski M D. High accuracy 2D angle estimation with extended aperture vector sensor array[C]. Proc IEEE Int Conf Acoust, Speech, Signal Processing. 1996, 5: 2789–2792.
- [6] Wong K T, Zoltowski M D. Uni vector sensor esprit for multi-source azimuth, elevation and polarization estimation[J]. IEEE Trans Antennas Propagat, 1997, 45(10): 1467–1474.
- [7] 曾勇虎, 王雪松, 肖顺平, 庄钊文. 基于时频联合域极化滤波的高分辨极化雷达信号检测[J]. 电子学报, 2005, 33(3): 524–526.
Zeng Yonghu, et al. High resolution polarimetric radar signal detection based on polarization filtering in time frequency domain[J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(3): 524–526. (in Chinese)
- [8] 徐友根, 刘志文. 电磁矢量传感器阵列相干信号源波达方向和极化参数的同时估计: 空间平滑方法[J]. 通信学报, 2004, 25(5): 29–38.
Xu Yougen, et al. Simultaneous estimation of 2-D DOA and polarization of multiple coherent sources using an electromagnetic vector sensor array[J]. Journal of China Institute of Communication, 2004, 25(5): 29–38. (in Chinese)
- [9] 王建英, 陈天麒. 用四阶累积量实现频率、二维到达角和极化的联合估计[J]. 中国科学, 2000, 30(5): 424–429.
Wang Jianying, et al. Joint estimation of frequency, 2-D DOA and polarization with fourth order cumulant[J]. Science In China (Series E), 2000, 30(5): 424–429. (in Chinese)
- [10] 万明坚, 肖先赐. 用信号子空间法校准天线阵各通道增益和相位的不一致性[J]. 电子学报, 1992, 20(06): 93–96.
Wan Mingjian, et al. Calibration of sensor gain and phase uncertainties using signal subspace methods[J]. Acta Electronica Sinica, 1992, 20(06): 93–96. (in Chinese)
- [11] 王兰美, 廖桂生, 王洪洋. 矢量传感器增益校正与补偿[J]. 电波科学学报, 2005, 20(5): 687–690.
Wang Lanmei, et al. Calibration and remedy for vector sensor[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2005, 20(5): 687–690. (in Chinese)

作者简介:



黄家才 男, 江苏人, 博士, 现为南京工程学院讲师. 主要研究方向为极化阵列信号处理及应用, 非平稳信号分析与处理.
E-mail: huangjiacai@126.com

陶建武 男, 吉林省吉林市人, 空军航空大学教授, 博士, 硕士生导师, 加拿大 Waterloo 大学访问学者. 主要从事电子测量及阵列信号 DOA 估计的研究.

温秀兰 女, 内蒙古人, 博士, 现为南京工程学院教授, 硕士生导师, 主要研究方向为计量测试技术、信号处理及仿生智能计算.