

机载正侧阵雷达杂波自由度分析

吴建新, 王 彤, 索志勇, 保 铮

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室, 陕西西安 710071)

摘 要: 该文主要分析远场条件下机载正侧阵雷达任意波束宽度杂波在各种阵元间距情况下的自由度. 首先从距离波数域出发分析任意波束宽度的杂波在各种阵元间距情况下的空间自由度, 然后通过空时等效原理将二维空时杂波转化为一维空间杂波, 得到不同系统参数情况下的空时杂波自由度, 给出了适用范围广的杂波自由度确定方法. 最后通过仿真实验验证了上述分析的正确性.

关键词: 正侧阵雷达; 雷达杂波; 杂波自由度; 空时自适应处理

中图分类号: TN957 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2009) 06-1322-05

Analysis on Clutter Rank of Airborne Sidelooking Radar

WU JianXin, WANG Tong, SUO ZhYong, BAO Zheng

(National Lab of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi. an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: This paper analyzes the rank of clutter with arbitrary beamwidth, observed by a sidelooking radar with arbitrary element spacing under the far field condition. The rank of spatial clutter with arbitrary beamwidth and element spacing is first analyzed in the range-wavenumber domain. Utilizing the space-time equivalence, the space-time clutter observed by an array is equivalent to the spatial clutter observed by another array with larger size. Thus, the rank of space-time clutter with arbitrary beamwidth and element spacing can be derived in a similar way and a formula for computing the space-time clutter rank is given. Simulation results are given to verify the validity of the analysis.

Key words: sidelooking radar; radar clutter; clutter rank; space-time adaptive processing (STAP)

1 引言

在机载雷达地面运动目标检测领域, 现行比较有效的方法一般采用先抑制杂波后进行目标检测. 如果不考虑杂波而只对目标进行匹配处理, 其检测效果会很差. 这是由于匹配滤波器只能保证目标信噪比的最大化, 并不能保证目标信杂噪比的最大化. 杂波在空时谱上距离目标越近, 杂波能量越强, 目标信杂噪比下降就越严重, 目标检测也越困难. 为了能够有效地抑制杂波, 我们必须对杂波有充分的认识. 其中杂波自由度是杂波的一个重要特征, 了解了杂波自由度, 我们才能设计满足要求的系统自由度, 使系统能够充分抑制杂波, 实现对目标的有效检测.

机载正侧阵雷达工作时, 杂波结构相对简单, 这便于我们从理论上分析其自由度. 实际上, 关于正侧阵雷达杂波自由度的分析, 很多文献都有讨论, 其中最常见的是 Brennan 准则^[1-4]. 此外, Ward 对规则稀疏阵进行了研究, 给出了预测杂波自由度范围的公式^[5], 文献[6]

对子阵情况下的杂波自由度进行了分析, 文献[7]从虚拟阵元的角度研究了超稀疏随机阵的杂波自由度. 除了文献[7]外, 上述这些关于杂波自由度的分析都是针对全向性阵元进行分析的. 本文结合虚拟阵元概念从方位波数方位距离域分析任意波束宽度的杂波自由度, 以及不同采样间距情况下的杂波自由度, 同时对系统自由度的选取提出了一定的限制条件.

2 杂波空间自由度

为了分析一定波束宽度内杂波的空间自由度, 我们可以在方位波数和方位距离域进行分析. 由于方位波数和方位距离构成一对傅立叶变换对, 类似于频率和时间构成一对傅立叶变换对, 我们可以参考文献[8~11]中的方法对杂波空间自由度进行分析. 假设波束为理想的矩形窗波束, 方位角用 H 表示, 波束中心方位角为 H_0 , 波束边缘的方位角分别为 H_1 和 H_2 . 令 $u = \cos H$ 表示方位角的余弦值, 那么波束中心以及波束边缘的方位角余弦值分别为 $u_0 = \cos H_0$, $u_1 = \cos H_1$ 和 $u_2 = \cos H_2$, 相应的

波束宽度为 $u = u_2 - u_1$. 令 $k = 2Pu / K$ 表示方位角为 H 的方位波数, 那么有 $k_0 = 2Pu_0 / K$, $k_1 = 2Pu_1 / K$, $k_2 = 2Pu_2 / K$ 和 $k = k_2 - k_1 = 2P\Delta u / K$ 杂波的方位波数谱支撑区间为 $[k_1, k_2]$, 而且有 $2k_0 = k_1 + k_2$. 假设在该支撑区间内杂波的方位波数谱功率密度 $S(k)$ 为 R^2 , 也就是

$$S(k) = \begin{cases} R^2, & k_1 \leq k \leq k_2 \\ 0, & k < k_1, k > k_2 \end{cases} \quad (1)$$

则杂波的波数功率谱对应的协方差函数为:

$$Z(D, C) = P e^{j\alpha D} \int_{-C}^C \frac{\sin A(D-C)}{A(D-C)} dC \quad (2)$$

其中 $P = R^2 \Delta k / 2P = R^2 \Delta u / K$, $A = \Delta k / 2 = P \Delta u / K$, $G = k_0$.

式(2)的协方差函数对应的第 n 个特征函数 $U_n(D)$ 定义如下:

$$K_n(D) = \int_{-D/2}^{D/2} Z(D, C) U_n(C) dC \quad (3)$$

其中 D 为波数谱移动的方位距离. 如果 $G = 0$, 类似文献[8]我们可以得到式(2)的第 n 个特征函数 $U_n(D) = S_{0n}(A/2, 2D/D)$, 其中 $S_{0n}(A/2, 2D/D)$ 为零阶角长球面函数, 它满足如下关系:

$$PD \left[R_{0n}^{(1)} \left(\frac{AD}{2}, 1 \right) \right]^2 S_{0n} \left(\frac{AD}{2}, \frac{2D}{D} \right) = \int_{-D/2}^{D/2} \frac{P \sin A(D-C)}{A(D-C)} S_{0n} \left(\frac{AD}{2}, \frac{2C}{D} \right) dC \quad (4)$$

其中 $R_{0n}^{(1)}(A/2, 1)$ 为零阶径向长球面函数.

在式(4)两边同乘 $e^{j\alpha D}$ 可得:

$$PD \left[R_{0n}^{(1)} \left(\frac{AD}{2}, 1 \right) \right]^2 e^{j\alpha S_{0n}} \left(\frac{AD}{2}, \frac{2D}{D} \right) = \int_{-D/2}^{D/2} P e^{j\alpha(D-C)} \frac{\sin A(D-C)}{A(D-C)} e^{j\alpha S_{0n}} \left(\frac{AD}{2}, \frac{2C}{D} \right) dC \quad (5)$$

结合式(3)和式(5), 我们可以得到 $Z(D, C)$ 的第 n 个特征函数 $U_n(D)$ 为:

$$U_n(D) = e^{j\alpha S_{0n}} \left(\frac{AD}{2}, \frac{2D}{D} \right) \quad (6)$$

$Z(D, C)$ 对应的第 n 个特征值 K_n 为:

$$K_n = PD \left[R_{0n}^{(1)} \left(\frac{AD}{2}, 1 \right) \right]^2 \quad (7)$$

由零阶径向长球面函数的性质我们可以知道, 当 $n > AD/P + 1$ 时, K_n 的值很快趋于零, 由此我们可以得到杂波的空间自由度 N_{in} 为:

$$N_{in} = AD/P + 1 = \Delta u \# D / K + 1 = B \# D + 1 \quad (8)$$

其中 $B = \Delta u / K$ 表示杂波波数功率谱宽. 由式(8)可以看出, 杂波的空间自由度既和杂波的波数谱宽 B 有关, 也和波数谱移动的方位距离 D 有关. B 和 D 越大, 对应的杂波自由度也就越大.

为了使系统空间自由度大于杂波空间自由度, 我

们对平均阵元间距 d (平均采样间距) 有一定的限制. 即 $D/d + 1 > (\Delta u \# D / K + 1)$ (9) 化简后得到:

$$d < K \Delta u \quad (10)$$

我们可以把式(10)的条件称为奈奎斯特采样条件. 如果式(10)的条件得不到满足, 相当于采样频率 $1/d$ 小于杂波功率谱宽 B , 杂波波数功率谱将会产生折叠, 折叠后的谱宽度 B_{wrap} 为:

$$B_{wrap} = 1/d \quad (11)$$

那么不满足式(10)的奈奎斯特采样条件时杂波自由度 N_{in} 为:

$$N_{in} = B_{wrap} \# D + 1 \quad (12)$$

3 杂波空时自由度分析

如果雷达为正侧阵, 杂波具有空时等效性, 就是在同一个天线不同时间录取的杂波可以等效为不同天线同一时间录取的杂波, 这样为分析杂波自由度提供了方便. 举例来说, 如果平台速度为 v , 那么原来距离在 d 的天线在 t 时刻接收的杂波信号可以等效为距离在 $d + 2vt$ 的天线在 0 时刻接收的杂波信号, 这类似于文献[7]的虚拟阵元概念. 这样, 就可以把同一天线不同时间接收的杂波等效为不同天线在同一时刻录取的杂波, 把二维信号等效为一维信号, 然后采用前面一部分分析的结果进行杂波自由度的分析. 所以对于长度为 D_0 的天线经过相干积累时间 T 后接收的杂波信号可以等效为长度为 $D_0 + 2vT$ 的天线在零时刻接收的杂波信号. 由式(8)可以得到此时的杂波自由度 N_{in} 为

$$N_{in} = \text{ceil}(\Delta u \# (D_0 + 2vT) / K + 1) \quad (13)$$

其中 $\text{ceil}(b)$ 表示取不小于 b 的最小整数. 如果阵元数为 N , 阵元间距为 d_0 , 相干积累脉冲数为 K , 重复频率为 f_r , 那么

$$D = D_0 + 2vT = (N - 1)d_0 + 2(K - 1)v / f_r \quad (14)$$

代入式(13)得:

$$N_{in} = \text{ceil}(\Delta u \# d_0((N - 1) + (K - 1)B) / K + 1) \quad (15)$$

其中 $B = 2v / (f_r \# d_0)$. 实际上, 式(15)给出了杂波自由度的理论上界, 对于某些特殊的 B 其杂波自由度可以大大减少. 下面我们分两种情况进行讨论.

第一种情况是 NK 个虚拟阵元没有相互重合的, 也就是在长度为 $D_0 + 2vT$ 内有 NK 个有效阵元(所谓有效阵元, 指不重复的阵元). 即要求 B 满足如下条件:

$$B \leq 1/k, n = 0, 1, \dots, \text{fix}((N - 2) / k); k = 1, 2, \dots, K - 1 \quad (16)$$

其中 $\text{fix}(b)$ 表示取不大于 b 的最大整数. 在满足式(16)的条件下, NK 个虚拟阵元的平均阵元间距为:

$$d = d_0((N - 1) + (K - 1)B) / (NK - 1) \quad (17)$$

由式(10)可以得到, 如果 $d < K \Delta u$, 那么杂波自由度不

会超过系统自由度, 其杂波自由度为:

$$N_{in} = \text{ceil}(\$u\#d_0((N-1) + (K-1)B)/K) + 1 \quad (18)$$

这与式(15)给出的杂波自由度理论上界一致。

如果 $d \leq K\$u$, 由前一部分的分析可以得到此时的杂波自由度为:

$$N_{in} = B_{\text{wrap}}\#D + 1 = \frac{1}{d}\#D + 1 = NK \quad (19)$$

第二种情况是 NK 个虚拟阵元有 L 个阵元是相互重合的, 也就是在长度为 $D_0 + 2\#vT$ 内有 $NK - L$ 个有效阵元(所谓有效阵元, 指不重复的阵元)。也就是要求 B 满足如下条件:

$$B = n + 1/k, n = 0, 1, \dots, \text{fix}((N-2)/k); \\ k = 1, 2, \dots, K-1 \quad (20)$$

在满足式(20)的条件下, L 与 n 和 k 之间存在如下关系:

$$L = (N - kn - 1)\#\text{fix}((K-1)/k) \quad (21)$$

$NK - L$ 个有效虚拟阵元的平均阵元间距为:

$$d = d_0((N-1) + (K-1)B)/(NK - L - 1) \quad (22)$$

由式(10)可以得到, 如果 $d < K\$u$, 那么杂波自由度不会超过 $NK - L$, 其杂波自由度为:

$$N_{in} = \text{ceil}(\$u\#d_0((N-1) + (K-1)B)/K) + 1 \quad (23)$$

如果 $d \leq K\$u$, 由前一部分的分析可以得到此时的杂波自由度为:

$$N_{in} = B_{\text{wrap}}\#D + 1 = \frac{1}{d}\#D + 1 = NK - L \quad (24)$$

从上面的分析我们可以看出, 第二种情况具有更少的杂波自由度, 特别是在 $d \leq K\$u$ 的情况。在 $d \leq K\$u$ 时, 第一种情况的杂波自由度占据了所有的系统自由度, 此时系统就没有多余的自由度来检测运动目标。而在第二种情况杂波自由度不会超过 $NK - L$, 此时系统还有 L 个自由度来检测运动目标, L 越大, 检测性能越好。其实第二种情况对应的就是 DPCA 条件, 满足 DPCA 条件的系统自由度总是大于杂波自由度的。

下面对几种特殊情况进行分析:

(1) $B=1$ 的情况

这种情况为满足 DPCA 条件的情况, 它满足式(20)的条件, 其中 $n=0, k=1$ 。由式(21)可以得到重叠的阵元有:

$$L = (N-1)\#(K-1) \quad (25)$$

由式(22)可以得到有效虚拟阵元的平均阵元间距为:

$$d = d_0 \quad (26)$$

如果 $d_0 < K\$u$, 由式(23)可以得到其杂波自由度为:

$$N_{in} = \text{ceil}(\$u\#d_0((N-1) + (K-1)B)/K) + 1 \quad (27)$$

如果 $d_0 \leq K\$u$, 由式(24)可以得到其杂波自由度为:

$$N_{in} = NK - L = N + K - 1 \quad (28)$$

此时不管天线间距多大, 其杂波自由度都不会超过 $N + K - 1$ 。所以我们可以采用 DPCA 方法将杂波自由度大大压缩, 天线间距 d_0 越大, 压缩效果越明显。

(2) $\$u=0$ 的情况

即远场点源的情况。在这种情况下, $d < K\$u$ 条件始终满足, 由式(18)或式(23)可以得到此时的杂波自由度为:

$$N_{in} = 1 \quad (29)$$

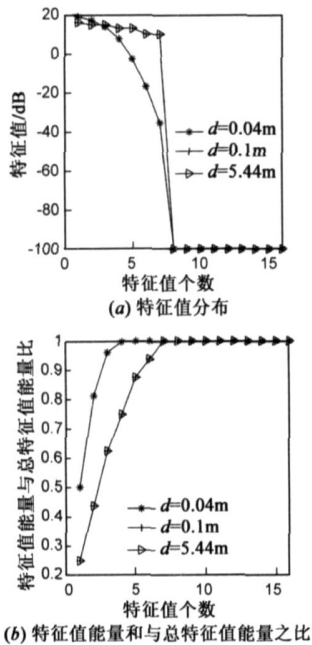
此时不管阵元数和脉冲数为多少, 也不管阵元间距、平台速度和重复频率为多少, 杂波自由度始终为 1。

当然, 上述分析都是基于远场条件下进行的, 离开了这个条件, 上述结果就会产生错误。如果在近场条件下, 回波包络移动和回波去相关以及高次相位等问题使得杂波自由度会大大增加。

4 仿真实验

为了验证上述分析的正确性, 我们进行如下的仿真实验。仿真参数设置如下: 天线阵为 4 个阵元的理想均匀线阵, 阵元间距为 d , 相干积累脉冲数 $K=4$, 重复频率 $f_r=1000\text{Hz}$, 波长 $\lambda=0.12\text{m}$, 平台速度 $v=(f_r\#d\#B/2)\text{m/s}$, 杂波方位波数谱支撑区间为 $[-2P/K, 2P/K]$, 杂波方位波数谱宽 $B=\$u/K=2/K$, 其中 $\$u=2$ 。针对三种不同的阵元间距 d ($d=0.104\text{m}$, $d=0.11\text{m}$ 和 $d=5.144\text{m}$) 以及两种不同的 B ($B=1$ 和 $B=113$) 共 6 种情况分别进行杂波仿真。为了估计协方差矩阵, 需要得到足够多的独立同分布的均匀样本。这里采用 2000 次蒙特卡罗仿真实验得到 2000 个独立同分布的样本, 然后用这些样本估计的协方差矩阵进行特征分解得到相应的特征值分布。

图 1 给出了 $B=1$ 时三种不同阵元间距 ($d=0.104\text{m}$, $d=0.11\text{m}$ 和 $d=5.144\text{m}$) 对应的特征值分布以及特征值能量和与总特征值能量之比随特征值个数的变化关系。其中图 1(a) 给出了相应的特征值分布, 图 1(b) 给出了特征值能量和与总特征值能量之比随特征值个数的变化关系。从图 1(a) 可以看到, $d=0.11\text{m}$ 和 $d=5.144\text{m}$ 具有相同的特征值分布, 而且从第 7 个特征值以后的特征值都很小。这可以从图 1(b) 中更加清楚地看出来, 前 7 个大特征值能量和与所有特征值能量和之比已经非常接近于 1, 而且从第 7 个特征值往后的直线斜率趋近于零, 也就是剩余的特征值能量很小, 可以认为这两种情况下的杂波自由度为 7, 这与式(28)计算得到的结果一致。 $d=0.104\text{m}$ 呈现出与 $d=0.11\text{m}$ 和 $d=5.144\text{m}$ 不同的特征值分布, 它在第 4 个特征值之后的特征值就开始明显变小, 这同样可以从图 1(b) 中更清楚地看出。 $d=0.104\text{m}$ 的前 4 个大特征值能量和与所有特征值能量和之比已经非常接近于 1, 而且从第 4 个特征

图1 $\beta=1$ 的结果

值往后的直线斜率趋近于零,也就是剩余的特征值能量很小,可以认为这种情况下的杂波自由度为4,这与式(27)计算得到的结果一致。

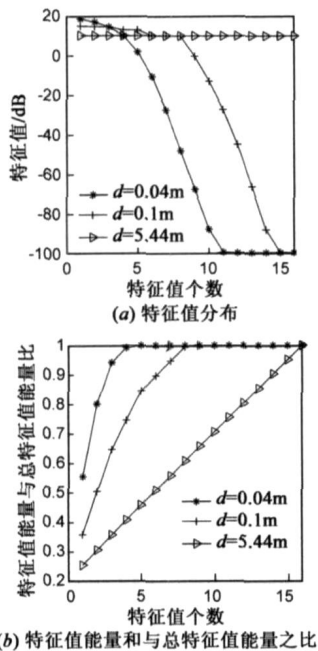
图2 $\beta=1.3$ 的结果

图2给出了 $B=113$ 时三种不同阵元间距 ($d=0.04\text{m}$, $d=0.1\text{m}$ 和 $d=5.44\text{m}$) 对应的特征值分布以及特征值能量和与总特征值能量之比随特征值个数的变化关系。其中图2(a)给出了相应的特征值分布,图2(b)给出了特征值能量和与总特征值能量之比随特征值个数的变化关系。 $B=113$ 属于文章第二部分分析的第一种情况,即 NK 个虚拟阵元中没有相互重合的阵

元。由式(17)可以得到三种不同阵元间距对应的平均虚拟阵元间距为 0.010184m , 0.01046m 和 2.15024m , 只有最后一个平均虚拟阵元间距满足 $d \leq \lambda/2$, 所以由式(18)可以得到前两个阵元间距 $d=0.0104\text{m}$ 和 $d=0.1\text{m}$ 对应的杂波自由度分别为4和8,由式(19)可以得到阵元间距 $d=5.44\text{m}$ 对应的杂波自由度为16。从图2(a)可以看到, $d=0.0104\text{m}$ 在第4个特征值之后的特征值就开始明显变小,反映在图2(b)中就是前4个大特征值能量和与所有特征值能量和之比已经非常接近于1,而且从第4个特征值往后的直线斜率趋近于零,可以认为这种情况下的杂波自由度为4,这与式(18)计算得到的结果一致。 $d=0.1\text{m}$ 在第8个特征值之后的特征值就开始明显变小,这可以从图2(b)中清楚地看出,前8个大特征值能量和与所有特征值能量和之比已经非常接近于1,而且从第8个特征值往后的直线斜率趋近于零,可以认为这种情况下的杂波自由度为8,这与式(18)计算得到的结果一致。 $d=5.44\text{m}$ 的所有特征值都是相同的,可以认为这种情况下的杂波自由度为16,这与式(19)计算得到的结果一致。

5 结论

本文针对机载正侧阵雷达分析了杂波自由度问题,将空时二维杂波通过空时等效原理等效为空间一维杂波,便于杂波自由度的分析,得出了更通用的杂波自由度计算公式,同时对系统自由度的选取提出了一些限制条件,为后续的系统设计提供参考。

参考文献:

- [1] N A Goodman. SAR and MTI Processing of Sparse Satellite Clusters [D]. Kansas: the University of Kansas, 2002. 129 - 153.
- [2] 王永良, 彭应宁. 空时自适应信号处理 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2000. 36- 43.
Wang Yongliang, Peng Yingning. Space-time adaptive processing [M]. Peking: Tsinghua University Press, 2000. 36- 43. (in Chinese)
- [3] J Ward. Space-time Adaptive Processing for Airborne Radar [R]. Lexington, MA: MIT Lincoln Laboratory, 1994. 28- 47.
- [4] W L Melvin. A STAP overview [J]. IEEE A&E system Magazine, 2004, 19(1): 19- 35.
- [5] J Ward. Space-time adaptive processing with sparse antenna arrays [A]. 32nd Asiloma Conference on Signals [C]. Lexington: MIT Press, 1998. 1537- 1541.
- [6] Q Zhang, W B Mikhael. Estimation of the clutter rank in the case of subarraying for space-time adaptive processing [J]. Electronics Letters, 1997, 33(5): 419- 420.
- [7] 陆必应, 梁甸农. 天基稀疏阵杂波自由度分析 [J]. 电子学

报, 2006, 34(6): 1134- 1137.

Lu B₂ying, Liang Dian₂nong. Estimation of the clutter rank of space₂based sparse array[J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(6): 1134- 1137. (in Chinese)

- [8] L Harry. Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part I [M]. John Wiley & Sons, 2001. 231- 234.
- [9] D Slepian, H O Pollak. Prolate spheroidal wave function, Fourier analysis and uncertainty₂I [J]. Bell System Technical Journal, 1961, 40: 43- 64.
- [10] H J Landau, H O Pollak. Prolate spheroidal wave function, Fourier analysis and uncertainty₂II [J]. Bell System Technical Journal, 1961, 40: 65- 84.
- [11] H J Landau, H O Pollak. Prolate spheroidal wave function, Fourier analysis and uncertainty₂III [J]. Bell System Technical Journal, 1962, 40: 1295- 1336.

作者简介:



吴建新 男. 1982年3月出生于浙江松阳. 2003年毕业于西安电子科技大学电子工程系获学士学位, 现为西安电子科技大学在读博士研究生. 主要研究方向为空时自适应信号处理.
E-mail: wjxxidian@126.com



王 彤 男. 博士后, 教授. 1974年出生于陕西省西安市. 2002年3月获西安电子科技大学信号与信息处理专业工学博士学位. 从事信号与信息处理的研究工作, 雷达探测方向的阵列信号处理、空时二维自适应处理、雷达成像和地面活动目标检测等. 承担和参加过多项国家自然科学基金和解放军总装备部预研项目.
E-mail: twang@mail.xidian.edu.cn