

一种改进的非线性调频信号设计

何学辉,陶海红,吴兆平,吴顺君

(西安电子科技大学雷达信号处理重点实验室,陕西西安 710071)

摘 要: 在窗函数法的基础上提出一种改进的非线性调频信号方法.该方法采用凸优化求解窗函数法设计非线性调频信号的最小峰值旁瓣抑制相关器,并基于此构造一种新的非线性调频信号,通过多次迭代可进一步降低其距离旁瓣.改进的设计方法在给定的主瓣宽度条件下可以获得较低的距离旁瓣,而且适用于小时宽带宽的非线性调频信号设计.和已有方法相比,所提方法具有设计灵活和收敛性好的优点.仿真数据结果验证了方法的有效性.

关键词: 非线性调频;凸优化;峰值旁瓣抑制相关器;窗函数

中图分类号: TN957.51 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2009)08-1784-05

An Improved Design for Non-Linear Frequency Modulation Signal

HE Xue-hui, TAO Hai-hong, WU Zhao-ping, WU Shun-jun

(National Key Lab of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: An improved method for Non-Linear Frequency Modulation (NLFM) signal design is proposed based on window functions method. The minimum peak sidelobe suppression correlator of NLFM signal, based on window functions, is solved by convex optimization, and based on which a new NLFM signal is presented. its range sidelobe can be farther decreased by multi-iterative operations. Given the limited mainlobe width, a lower range sidelobe can be achieved with the presented method, and also, the presented algorithm can be suitable for the NLFM signal design with small time-frequency product. The proposed method has many advantages over the existing ones, such as design flexibility and quickly convergence. The validity of method is demonstrated by the simulation results.

Key words: non-linear frequency modulation; convex optimization; peak sidelobe suppression correlator; window functions

1 引言

采用脉冲压缩体制的雷达,常用的脉压信号形式有线性调频、相位编码等.这些信号固有的缺点是匹配滤波器输出有较高的距离旁瓣,实际应用中需要引入某种加权或作其它预失真处理,加权处理在降低距离旁瓣的同时,会使压缩波形的主瓣展宽,而且还引入了一定的信噪比损失,对于二、四相等相数较少的相位编码信号,还有多普勒频率敏感问题.比较而言,非线性调频信号的距离旁瓣较低,一般无需加权处理,从而避免了加权引起的失配损失,这项损失的消除可以在相同的发射功率下获得更远的探测距离,因而在发射功率和探测距离要求苛刻的应用中具有重要意义.

虽然非线性调频信号具有许多的优点,但是非线性调频信号波形的产生是一个比较复杂的过程,目前还没有精确的非线性调频信号的产生方法,常采用的非线性调频信号设计方法主要有窗函数波形综合法^[1,2]和基

于调频函数族^[3-8]的优化设计法.前者根据给定的信号功率谱,利用相位驻留原理得到近似的调频函数,进一步可得相位函数,虽然当信号功率谱具有窗函数的形状时,设计的非线性调频信号可以获得较低的距离旁瓣,但是由于在设计过程中采用了近似处理,使得设计的非线性调频信号的性能并不是十分理想,尤其是在时宽带宽积比较小的条件下距离旁瓣较高.第二种方法是基于某一调频函数模型,通过优化方法(如遗传算法,动态规划等)寻优模型中的相关参数,从而得到优化设计的非线性调频信号,基于调频函数族的波形设计方法一方面受限于调频函数的模型,另一方面还取决于优化算法的收敛性.本文在窗函数波形综合法的基础上提出一种改进的非线性调频信号设计方法,该方法根据给定的主瓣宽度求解其旁瓣抑制相关器,并基于此构造一种新的非线性调频信号,通过多次迭代获得了非常低的距离旁瓣.

收稿日期:2008-09-17;修回日期:2008-12-11

基金项目:国家自然科学基金(No. 60502045)

2 基于窗函数的非线性调频信号设计方法

基于窗函数的非线性调频信号设计一般根据给定的信号功率谱,利用相位驻留原理得到近似的调频函数,积分后得到相位函数从而得到所设计的信号波形。设信号基带波形 $s(t)$, 频谱函数 $s(f)$, 则信号的距离-速度二维模糊函数为:

$$\begin{aligned}\chi(\tau, \xi) &= \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) s^*(t + \tau) \exp(j2\pi\xi t) dt \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} s(f - \xi) s^*(f) \exp(j2\pi f\tau) df\end{aligned}\quad (1)$$

根据信号的距离模糊函数设计波形,令 $\xi = 0$ 有:

$$\chi(\tau, 0) = \int_{-\infty}^{+\infty} |s(f)|^2 \exp(j2\pi f\tau) df \quad (2)$$

若使信号的幅度谱 $|s(f)|$ 具有某些特定的窗函数的形式如 $W(f)$, 则可以获得较低的距离旁瓣,一般选用的窗函数 $W(f)$ 使信号的幅度谱满足:

$$|s(f)|^2 = W(f) \quad (3)$$

可得信号的群延迟 $T(f)$ 为:

$$T(f) = K_1 \int_{-\infty}^f W(x) dx, -B/2 \leq f \leq B/2 \quad (4)$$

式中 K_1 为常数,满足 $K_1 = T / \int_{-B/2}^{B/2} W(x) dx$; B 为信号调频带宽, T 为信号的时宽,对式(4)求反函数,得到信号的调频函数为:

$$f(t) = T^{-1}(t) \quad (5)$$

则相位函数为:

$$\varphi(t) = 2\pi \int_0^t f(t) dt, 0 \leq t \leq T \quad (6)$$

从而可以综合得到非线性调频信号的波形:

$$s(t) = \exp(j\varphi(t)), 0 \leq t \leq T$$

采用上述方法来设计非线性调频信号,在求解调频函数 $f(t)$ 时,一般需要经过拟合或插值的方法得到,而且信号的设计过程中采用了近似处理,因而非线性调频信号的旁瓣一般达不到线性调频窗函数加权失配处理的旁瓣电平。例如若信号参数分别为:脉宽 $T = 32\mu s$, 带宽 $B = 3\text{MHz}$, 采样率 $f_s = 6\text{MHz}$ 。采用汉明窗加权线性调频信号脉压结果的旁瓣可达 -41.6dB , 而相同参数下基于汉明窗为幅度谱产生的非线性调频信号脉压结果的峰值旁瓣仅为 -34.2dB 。

3 改进的非线性调频信号设计方法

设带宽为 B 、时宽为 T 的基于窗函数产生的非线性调频信号以采样率为 f_s 进行采样,得到长度为 $N = T \times f_s$ 的复序列 $\{s_k\}$, 其中 $k = 0, 1, \dots, N-1$ 。基于非线性调频信号 $\{s_k\}$ 采用凸优化方法求解一组与 $\{s_k\}$ 长度相同的峰值旁瓣抑制相关器 $\{h_k\}$ $k = 0, 1, \dots, N-1$, 使得

它与 $\{s_k\}$ 的互相关函数在约束主瓣幅度和宽度的条件下的峰值旁瓣电平最低,结合信号 $\{s_k\}$ 及旁瓣抑制相关器 $\{h_k\}$ 构造一种新的非线性调频信号,通过多次迭代可以进一步降低其距离旁瓣。

把 $\{s_k\}$ 写成向量的形式为:

$$\mathbf{s} = (s_0, s_1, \dots, s_{N-2}, s_{N-1})^T \quad (7)$$

此时 $\{s_k\}$ 与 $\{h_k\}$ 的互相关输出为:

$$z_n = \sum_{i=k_1}^{k_2} h_i s_{N-1-n+i}^*, n = 0, 1, 2, \dots, 2N-2 \quad (8)$$

其中 $k_1 = \max\{0, n - N + 1\}$, $k_2 = \min\{n, N - 1\}$

上式用向量表示为:

$$\mathbf{z} = \mathbf{X}^H \mathbf{h} \quad (9)$$

其中

$$\mathbf{z} = (z_0, z_1, \dots, z_{2N-2})^T \quad (10)$$

$$\mathbf{h} = (h_0, h_1, \dots, h_{N-1})^T \quad (11)$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & s_0 & s_1 & \cdots & s_{N-1} \\ 0 & \cdots & s_0 & s_1 & s_2 & \cdots & 0 \\ \cdots & & & \cdots & & & \cdots \\ s_0 & \cdots & s_{N-2} & s_{N-1} & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$\mathbf{X}$ 为 $N \times (2N-1)$ 型矩阵,根据采样率 f_s 设互相关输出的主瓣区内有 m ($m > 0$) 个采样点,为了使主瓣区左右对称 m 一般可设为奇数;并且设主瓣峰值恒定不变,不失一般性主瓣峰值可设为 1,对主瓣区外的峰值旁瓣最小化约束可得到最小峰值旁瓣的一组系数,该系数为满足下式约束的 $\mathbf{h}$:

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{h}} \max_i \{ |z_i| \} \\ & \text{Subject to } z_{N-1} = 1 \end{aligned} \quad (13)$$

其中 i 为除主瓣区外的其它点,即 i 从 0 到 $N - \text{fix}(m/2) - 1$ 及从 $N + \text{fix}(m/2) - 1$ 到 $2N - 2$ 之间的点, fix 为向 0 取整操作,定义矩阵 $\mathbf{A}$ 由 $\mathbf{S}$ 中去掉第 $N - \text{fix}(m/2)$ 到 $N + \text{fix}(m/2)$ 列组成,并且令 $M_0 = \text{fix}(m/2)$, 则有:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & s_{M_0+1} & \cdots & s_{N-1} \\ 0 & \cdots & 0 & s_{M_0+2} & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & \vdots & s_{M_0+3} & \cdots & 0 \\ \cdots & & & & & \cdots \\ s_0 & \cdots & s_{N-M_0-2} & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$\mathbf{A}$ 为 $N \times (2N - m - 1)$ 型矩阵,使互相关峰值旁瓣最小的系数转化为满足下式约束的 $\mathbf{h}$:

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{h}} \|\mathbf{A}^H \mathbf{h}\|_{\infty} \\ & \text{Subject to } \mathbf{s}^H \mathbf{h} = 1 \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $\|\cdot\|_{\infty}$ 表示求向量的 Chebyshev 范数。

式(15)的解使距离旁瓣尽可能低,同时为了使峰值旁瓣抑制相关器 $\mathbf{h}$ 与基于窗函数产生的信号有相近的频率特性,在式(15)的基础上添加 $\mathbf{s}$ 和 $\mathbf{h}$ 之差的范数约

束, 设 s 为经过归一化处理, 且 s 和 h 差的范数小于 δ , 则系数 h 可表示为满足式(16)的解.

$$\min_h \|A^H h\|_\infty \quad (16)$$

$$\text{Subject to } s^H h = 1, \|s - h\| \leq \delta$$

其中 $\|\cdot\|$ 表示求向量的二范数, 式(16)为凸优化, 可以采用内点法 (interior point method) 如 SeDuMi^[9] 或 CVX^[10] 来进行高效求解, 式(16)的解 h 与 s 直接相加可以构造一种新的非线性调频信号定义为 s_{opt} , 对信号 s_{opt} 按前面提到的方法进行迭代处理可进一步降低其距离旁瓣. 求解 s_{opt} 的距离模糊函数以及满足式(16)的解 h 与 s_{opt} 的互相关输出, 判断两者归一化的峰值距离旁瓣电平误差是否小于某一设定的门限 ϵ , 若小于设定的门限则迭代结束, 否则继续迭代, ϵ 一般取较小的值, 例如可取 $\epsilon = 0.5\text{dB}$. 本文算法总结如下:

(1) 基于类似窗函数的功率谱, 利用相位驻留原理设计非线性调频信号 s , 并做归一化处理;

(2) 设定改进信号与窗函数产生的非线性调频信号之差的二范数的上限 δ 及峰值距离旁瓣电平误差的最大值 ϵ , 根据采样频率设定主瓣内的采样点数 m , 并令 $s_1 = s$;

(3) 基于 s_1 根据主瓣内的点数 m 构造矩阵 A , 求解下列约束方程组的解 h :

$$\min_h \|A^H h\|_\infty$$

$$\text{Subject to } s_1^H h = 1, \|s - h\| \leq \delta$$

(4) 判断 s_1 与 h 的互相关输出峰值旁瓣与 s_1 的距离模糊函数的归一化峰值旁瓣电平误差是否小于设定的门限 ϵ , 若小于 $s_1 + h$ 即为优化所得的信号, 否则更新 s_1 为 $s_1 = s_1 + h$ 归一化处理后作为下一次迭代的起始信号跳转(3).

4 性能仿真分析

仿真 1: 考察基于高斯窗函数设计的非线性调频信号及其改进信号的性能. 非线性调频信号的参数为: 脉宽 $T = 16\mu\text{s}$, 带宽 $B = 3\text{MHz}$, 采样率 $f_s = 6\text{MHz}$. 其中 $m = 7$, $\delta = 0.1$, $\epsilon = 0.3\text{dB}$. 改进前后的距离、速度模糊函数分别如图 1(a) 和 (b) 所示. 基于高斯窗直接产生的非线性调频信号的峰值旁瓣为 -30.35dB 而改进后信号的峰值旁瓣降为 -44.5dB , 改进后的信号获得了更低的距离旁瓣. 图 2(a) 和 (b) 分别为其它仿真条件不变, 距离模糊函数的峰值旁瓣和归一化多普勒容限随 δ 的变化, 归一化多普勒容限定义为相对于多普勒频率为 0 时输出的峰值幅度损失小于 3dB 时所对应的频率对信号带宽的归一, 即图 2(b) 中的 f_d/B 为多普勒频率, B 为信号带宽; 由图 2 可见当 $\delta = 0$ 时改进的信号收敛到基于窗函数直接产生的信号, 随着 δ 的增大峰值旁瓣逐渐降

低, 而信号的多普勒容限逐渐变窄, 在给定的采样率的条

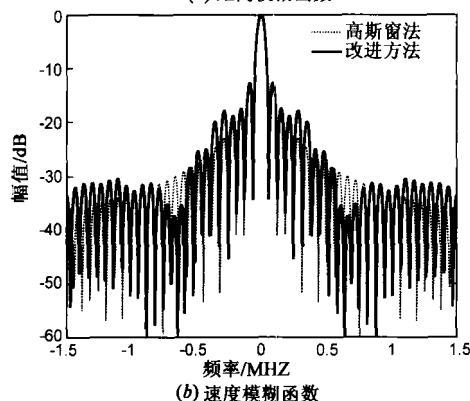
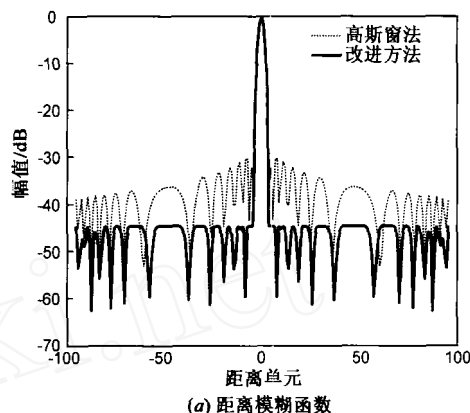
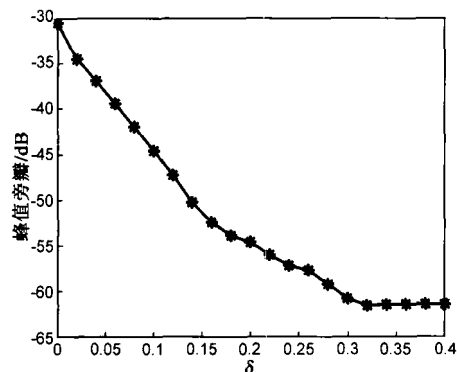
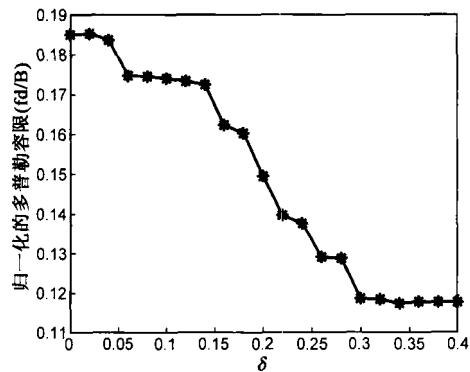


图1



(a) 峰值距离旁瓣随 δ 的变化



(b) 归一化多普勒容限随 δ 的变化

图2

件下当主瓣宽度内的采样点约束不变时, 峰值旁瓣的降低会带来多普勒容限的损失, 通过选取合适的 δ 的

值可以在多普勒容限损失不大的条件下获得较理想的距离旁瓣.图3为其它仿真条件不变,采样频率为8倍信号带宽,即 $f_s = 24\text{MHz}$ 时峰值旁瓣随主瓣区内的采样点数 m 的变化,随着 m 的增大峰值旁瓣逐渐降低,实际应用中可以根据采样频率 f_s 及主瓣区内的点数 m 来控制主瓣的宽度.

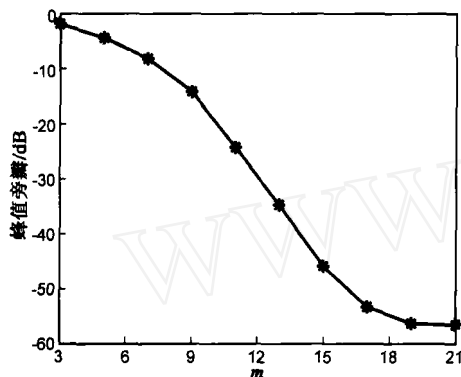


图3 峰值旁瓣随 m 的关系

仿真 2:考察小时宽带宽积的非线性调频信号设计,窗函数形式如式(17)所示:

$$\text{Win}(n, k) = k + (1 - k) \cos^n(\pi \times f/B), |f| \leq B/2 \quad (17)$$

其中 $k = 2$, $n = 0.03$, 带宽 $B = 2\text{MHz}$, 时宽 $T = 10\mu\text{s}$, 采样率 $f_s = 4\text{MHz}$, 其中 $m = 7$, $\delta = 0.1$, $\epsilon = 0.3\text{dB}$.改进前后信号的频谱及距离模糊函数分别如图4(a)和(b)所示.信号的时宽带宽积只有20,基于窗函数设计的非线性调频信号的峰值旁瓣为 -21.8dB ,而改进后信号的峰

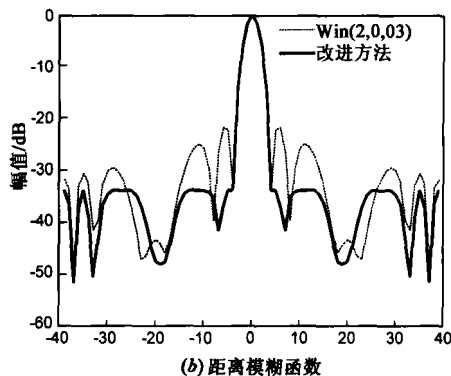
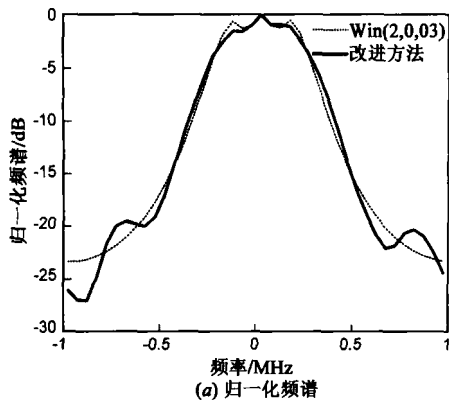
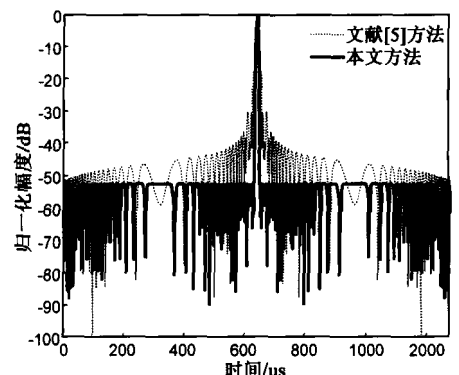


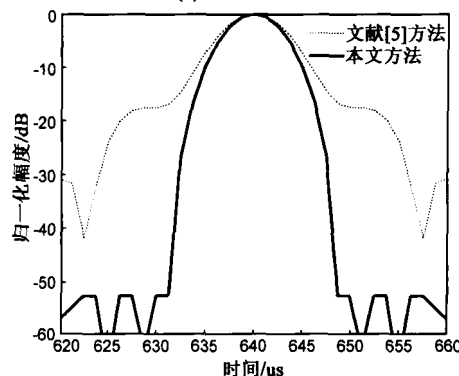
图4

值旁瓣达到 -33.8dB ,可以满足大多数雷达实际应用的需求.可见对小时宽带宽积的非线性调频信号采用本文的方法仍然可以取得较好的设计效果.

仿真 3:根据文献[5]的时宽和带宽设置,基于泰勒窗函数得到非线性调频信号,采用本文方法进行优化设计,匹配滤波的脉压信号波形及其主瓣峰值局部放大分别如图5(a)和(b)所示.信号参数为:脉宽 $T = 640\mu\text{s}$, 带宽 $B = 0.2\text{MHz}$, 采样率 $f_s = 0.8\text{MHz}$.其中 $m = 11$, $\delta = 0.1$, $\epsilon = 0.5\text{dB}$.对比文献[5]的结果可见采用本文方法设计的信号在主瓣宽度及峰值旁瓣电平上均优于文献[5]的结果.



(a) 脉压信号波形



(b) 主瓣峰值局部放大

图5

5 结束语

本文提出了一种改进非线性调频信号设计方法,在窗函数法产生非线性调频信号的基础上采用凸优化求解其旁瓣抑制相关器,并基于此构造一个新的信号,通过多次迭代进一步改进其距离旁瓣性能.和已有设计方法相比,该方法产生的信号可以获得非常低的距离旁瓣,并根据采样频率,通过设置主瓣区域的采样点数实现了对主瓣宽度的控制,而且适用于时宽带宽积较小的情况.采用本文设计的信号在幅度上会有较小的起伏,起伏的大小可由 δ 控制,选择合适的参数 δ ,以较小的幅度起伏可以获得非常低的旁瓣,具有设计灵活和收敛性好的优点,大量仿真数据结果验证了方法

的有效性.

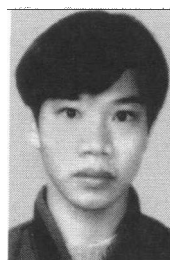
参考文献:

- [1] J A Johnston and A C Fairhead. Waveform design and Doppler sensitivity analysis for nonlinear FM chirp pulses[J]. IEE Proceedings, Pt. F, 1986, 133(2): 163 - 175
- [2] T. Collins and P. Atkins, Nonlinear frequency modulation chirps for active sonar[J]. IEE Proceedings, Part F, 1999, 146(6): 312 - 316
- [3] Pan Yi-chun, Peng Shi-rui, Yang Ke-feng, Dong Wen-feng. Optimization Design of NLFM Signal and Its Pulse Compression Simulation[A]. Radar Conference, 2005[C]. IEEE International. 2005. 383 - 386.
- [4] 张良. 一种 NLFM 脉压波形的优化设计方法[J]. 现代雷达, 1994, (5): 28 - 34.
Zhang Liang. An Optimal Method for an Kind of NLFM Pulse Compression Waveform[J]. Modern Radar, 1994, (5): 28 - 34. (in Chinese)
- [5] 黄勇, 彭应宁, 张璠坪, 张颖, 王希勤. 基于调频函数和遗传算法的非线性调频信号产生方法[J]. 电子学报, 1999, 27(11): 77 - 79.
Huang Yong, Peng Ying-ning, Zhang Li-ping, Zhang Hao, Wang Xi-qin. Generating Method of Non-Linear Frequency Modulation Signal Based on Frequency Modulation Function and Genetic Algorithms[J]. Acta Electronic Sinica. 1999, 27(11): 77 - 79. (in Chinese)
- [6] 张璠坪, 彭应宁, 王绣坛. 一种基于非线性调频波形的双通道参数估计器[J]. 电子学报, 2001, 29(9): 1210 - 1212.
Zhang Li-ping, Peng Ying-ning, Wang Xiu-tan. A Novel Bi-Channel Parameter Estimator Based on Nonlinear Frequency Modulated Waveforms[J]. Acta Electronic Sinica, 2001, 29(9): 1210 - 1212. (in Chinese)
- [7] 张群英, 何佩琨, 毛二可. 一种改进的非线性调频信号波形设计方法[J]. 北京理工大学学报, 2000, 20(3): 352 - 354.
Zhang Qin-ying, He Pei-kun, Mao Er-ke. An Improved Method

of Designing NLFM Signal[J]. Journal of Beijing Institute of Technology, 2000, 20(3): 352 - 354. (in Chinese)

- [8] 鲍坤超, 陶海红, 廖桂生. 基于多项式拟合的非线性调频调频波形设计[J]. 信号处理, 2008, 24(2): 189 - 191.
Bao Kun-chao, Tao Hai-hong, Liao Gui-sheng. Novel NLFM waveform design based on the polynomial fitting[J]. Signal Processing. 2008, 24(2): 189 - 191. (in Chinese)
- [9] Sturm J. F, Using SeDuMi 1.02, a MATLAB Toolbox for Optimization over Symmetric cones. (Updated for Version 1.05) [Z]. 1999.
- [10] Michael Grant, Stephen Boyd, Yinyu Ye. Cvx Users' Guide version 1.0[Z]. 2007.

作者简介:



何学辉 男, 1979 年生于江西. 西安电子科技大学讲师, 博士研究生, 研究方向为信号波形优化设计, 阵列信号处理及实时信号处理.
E-mail: xhhe@mail.xidian.edu.cn



陶海红 女, 1976 年生于安徽, 教授. 从事信号与信息处理的研究与教学工作, 主要研究方向为信号波形优化设计和自适应波束形成及智能方法在信号处理上的应用.
E-mail: hhtao@xidian.edu.cn

吴兆平 男, 1984 年生于陕西. 西安电子科技大学博士研究生, 研究方向为雷达目标检测, 雷达信号长时间积累研究.
E-mail: zpwu@xidian.edu.cn

吴顺君 男, 1942 年生上海, 教授, 博士生导师. 研究方向为雷达系统分析建模与仿真, 信号处理与检测, 高速实时数字信号处理等.
E-mail: sjwu@xidian.edu.cn