第12期
2009年12月

电 子 学 报
ACTA ELECTRONICA SINICA

Vol. 37 No. 12
Dec. 2009

用多目标进化算法搜索MOPs的鲁棒Pareto最优解

郑金华, 罗 彪, 周 聪, 李望移
(湘潭大学信息工程学院, 湖南湘潭 411105)

摘 要: 搜索鲁棒Pareto最优解是多目标进化算法(MOEA)研究的一个重要方面. 目前, 优化"原目标函数"的传统MOEA与基于"有效目标函数"的MOEA (Eff-MOEA)在搜索鲁棒Pareto最优解时都易丢失某些性质的解. 为解决这一缺陷, 本文定义了一种新的鲁棒Pareto最优解, 提出了一种新的搜索鲁棒Pareto最优解的MOEA(MOEA/R), MOEA/R将多目标鲁棒优化问题(MROP)转化成两目标问题来优化, 一个目标为解的质量, 另一个目标为解的鲁棒性, 每一目标均对应一子优化问题. 通过与NSGA-Ⅱ及Eff-MOEA的对比分析, 结果表明MOEA/R的结果较好, 更重要的是本文探索了一种新的搜索鲁棒Pareto最优解的思想.

关键词: 多目标进化算法; 鲁棒性; 质量; 鲁棒Pareto最优解; 有效目标函数
中图分类号: TP18 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2009) 12-2815-08

Searching for Robust Pareto Optimal Solutions for MOPs with MOEA

ZHENG Jin-hua, LUO Biao, ZHOU Cong, LI Wang-yi
(Institute of Information Engineering, Xiangtan University, Xiangtan, Hunan 411105, China)

Abstract: Searching for robust Pareto optimal solutions is one of the most important fields in the research of multi-objective evolutionary algorithm (MOEA). Recently, both traditional MOEA and EFF-MOEA which optimize "original objective function" and "effective objective function" respectively easily lose some kinds of solutions. In order to solve this deficiency, we defined a new robust Pareto optimal solution and proposed a novel MOEA named as MOEA/R, which converts a multi-objective robust optimization problem (MROP) into a bi-objective optimization problem. Each of the two objectives represents a sub-MOP, one optimizes solution's quality and the other optimizes solution's robustness. Through the comparison and analysis between MOEA/R, NSGA-Ⅱ and Eff-MOEA, the experimental results demonstrate that MOEA/R can acquire good purposes. The most important contribution of this paper is that MOEA/R explores a novel methodology for searching robust Pareto optimal solutions.

Key words: MOEA; robustness; quality; robust Pareto optimal solutions; effective objective function

1 引言

多目标进化算法(Multi-bjective Evolutionary Algorithm, MOEA)是一种模拟生物进化、解决多目标优化问题(Multi-objective Optimization Problem, MOP)的全局搜索算法. 由于MOEA的通用性强且不依赖于函数模型, 适用于处理复杂的MOP, 因而倍受研究者们的青睐, 已被广泛的应用于函数优化、智能控制、机器人路径规划等众多方面. 现在已经存在一些比较成熟的MOEA, 如: Deb等人[1]提出的NSGA-Ⅱ、Zitzler等人[2]提出的SPEA-Ⅱ、Knowles等人[3]提出的PAES, 等. Coello Coello[4,5]对MOEA的发展作了较系统的分析. 无论是在科研领域, 还是在工程领域, 关于MOEA的研究引起了广泛的关注[6,7].

目前, 绝大多数关于MOEA的研究主要集中在如何保持Pareto最优解的分布性以及如何提高算法收敛性, 只有很少数的研究关注解的鲁棒性(robustness). 但是, 在实际工程优化中, 由于应用环境往往不稳定且容易受到噪声的影响, 所以现实中的优化问题均为鲁棒优化问题. 而且, 如果算法得到的最优解对这些影响十分敏感, 这也就失去了应用价值. 在这样的情况下, 决策者更希望能得到抗干扰能力好的鲁棒最优解. 例如: (1)在车间调度[8~10]中, 一种调度方案应该具备容忍一定偏差的能力, 如出现机器故障时, 调度方案仍能继续使用; (2)在电流的设计[11]中, 电流应该能够在一定范围内正常工作, 如温度变化时, 电流能适应环境的变化, 而不至于产生很大的波动; (3)在制造业的设计优化[12~14]中, 应考虑产品制造时产生的偏差, 得出鲁棒的设计方案.

已有研究表明, 许多与鲁棒性有关的问题为NP难问题. 关于进化算法搜索鲁棒最优解的研究更少, 主要

收稿日期: 2007-12-10; 修回日期: 2009-10-14
基金项目: 国家自然科学基金(No. 60773047); 湖南省自然科学基金(No. 09JJ6089); 湖南省教育厅重点科研项目(No. 06A074)

集中在两个方面:(1)单目标鲁棒优化问题(Simple Robust Optimization Problem, SROP). Branke[15]提出了一种计算鲁棒最优解的启发示方法; Branke[16]指出了在噪声环境(noisy environment)中搜索全局最优解与搜索鲁棒最优解的主要差异; Branke与Schmidh[17]提出了几种适应度估计的方法; Tsutsui与Ghosh[18]提出一种数学模型,利用模式定理来获得单目标的鲁棒最优解; Parmee[19]提出一种分层的思想,使用性能与适应度在若干个区域同时进行搜索; Jin与Sendhoff[20]将SROP转化成一个两目标的多目标优化问题来进行求解; Lim等人[21,22]提出了一种反向多目标鲁棒进化优化设计方法(Inverse Multi-Objective Robust Evolutionary Design Optimization, I-MORE),该方法也是将SROP转化成两目标优化问题,其中一个目标为原始目标,另一个目标是考虑目标值在一定范围内变化时,决策变量所允许的最大波动.这种方法决策者可以根据需要设定鲁棒精度.(2)多目标鲁棒最优化问题(Multi-Objective Robust Optimization Problem, MROP),目前关于这方面的研究成果也较少,尽管在有一些搜索单目标鲁棒最优解的方法中使用了Pareto支配关系.如Jin等人[20]、Lim等人[21,22]使用多目标优化方法来处理单目标鲁棒优化问题; Teich[23]将Pareto支配关系应用于处理不确定性目标; Hughes[24]提出方法来计算在噪声函数中使用确定的Pareto支配关系时产生的估计误差.但是,MROP一直是进化算法研究的难点.Deb等人[25]将搜索单目标鲁棒最优解的方法延伸到多目标领域,提出了两类的多目标鲁棒最优解的定义; Barrico与Antunes[26~28]提出了两种多目标优化的鲁棒性分析方法,在这些方法中,使用了鲁棒度的概念,用鲁棒度参与个体的适应度赋值操作,还利用鲁棒度对非支配集进行分类,这样就便于决策者根据需要来选择合适的鲁棒最优解.关于鲁棒最优解的研究是不确定环境的一个重要组成部分, Jin等人[29]将不确定环境(uncertain environment)分类成四个方向:(1)噪声(noisy);(2)鲁棒性(robustness);(3)适应度近似(fitness approximation);(4)动态环境(dynamic environment).更多关于进化算法搜索鲁棒最优解的研究近况,可参考Jin等人[29]的综述;以及Yang、Ong和Jin等人[30]的专著.

传统的MOEA(如:NSGA-Ⅱ, SPEA-Ⅱ, PAES等)通常优化"原目标函数",是针对Pareto最优性而设计的,没有考虑到个体的鲁棒性,因而传统MOEA得到的Pareto最优解不一定具有好的鲁棒性.目前, MOEA搜索鲁棒最优解多基于"有效目标函数"(effective objective function),即用有效目标函数代替原目标函数进行优化.有效目标函数常用利用蒙特卡罗积分法(Monte Carlo integral)来近似.但是,基于有效目标函数的MOEA(记为:Eff-MOEA)搜索到的解是鲁棒性与质量的折中解,容易丢失鲁棒性最好解与质量最好的解,而这些解往往也非常重要.为得到不同性质的鲁棒Pareto最优解,本文认为,鲁棒Pareto最优解应该考虑两个特性的最优:一是解的质量的最优;二是解的鲁棒性的最优.这样,我们将MROP转化一个两目标的优化问题,一目标实现质量的最优;另一目标实现鲁棒性的最优.基于这种思想,本文提出了一种新的鲁棒Pareto最优解定义,并设计了相应的MOEA,记为:MOEA/R.实验结果表明MOEA/R得到了很好的效果,更重要的是探索了一种新的处理MROP的全新思路.

2 相关工作

MROP不同于传统的MOP,在这里,我们对MROP的相关工作进行介绍.

2.1 问题描述

我们首先给出多目标优化问题的定义:

定义1 多目标优化问题

MOP的一般描述:

$$\mathrm{Min}\ F(\boldsymbol{X})=(f_1(\boldsymbol{X}),\cdots,f_r(\boldsymbol{X}));\ \text{subject to}\ \boldsymbol{X}\in\Omega \tag{1}$$

其中:$\boldsymbol{X}$为决策变量,$\boldsymbol{X}=(x_1,\cdots,x_n)$,$\Omega$为可行解空间,也称为决策空间,$\Omega\in\boldsymbol{R}^n$,$n$为决策变量的维数;$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X})$为目标函数向量,$r$为目标的维数,称$\Pi\in\boldsymbol{R}^r$为目标空间,则$\boldsymbol{F}:\Omega\rightarrow\Pi$.

MROP不同于MOP,MROP可以定义为:

定义2 多目标鲁棒优化问题

MROP的一般描述:

$$\mathrm{Min}\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}')=(f_1(\boldsymbol{X}'),\cdots,f_r(\boldsymbol{X}'));\quad \text{subject to}\ \boldsymbol{X}'=\boldsymbol{X}+\delta;\boldsymbol{X}',\boldsymbol{X}\in\Omega \tag{2}$$

MROP属于MOP,但相对于通常所说的MOP,MROP在决策向量中增加了干扰向量$\delta=(\delta_1,\cdots,\delta_n)$.由于干扰向量的存在,使得个体的目标函数值会产生相应的改变;也正是由于干扰向量的存在,使得求解MROP的难度增大.

MOP不同于单目标优化问题(Single Objective Optimization Problem, SOP), SOP的最优值只有一个,而MOP的最优解则是一个集合.比较MOP解的优劣是基于Pareto支配关系[31].

定义3 Pareto支配关系

对于MOP,设p和q是不同的两个可行解.如果p支配(dominate)q,则必须满足以下两个条件:

(1)对所有的子目标,p不比q差,即:$f_k(p)\leqslant f_k(q)$,$(k=1,\cdots,r)$;

(2)至少存在一个子目标,使p比q好.即:$\exists l\in\{1,\cdots,r\}$,使$f_l(p)<f_l(q)$.

2.2 解的鲁棒性

所谓解的鲁棒性是指解的抗干扰能力, 或解对噪声的免疫能力. 即: 当决策向量 X 存在扰动向量 δ 时, 目标函数向量同时也会产生一个波动. 这个波动越小, 解的鲁棒性就越好, 反之解的鲁棒性较差. 下面通过图 1 来说明解的鲁棒性, 从图中可以看出, $f(A)=f(B)$, 且 A 与 B 均为最优解; 当在 A 与 B 上加入一个相同的扰动 δ 时, A 的目标值变化 $\Delta f(A)$ 很微小, 而 B 的目标值变化 $\Delta f(B)$ 则较大; 这说明 A 的抗干扰能力较 B 要好, 即 A 的鲁棒性比 B 要好.

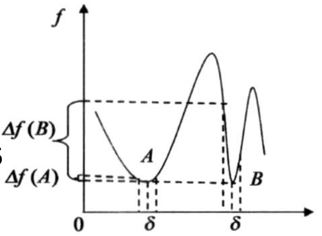


图1　解的鲁棒性说明图

2.3 基于"有效目标函数"的鲁棒 **Pareto** 最优解

现在许多解决鲁棒优化问题的方法均用到了有效目标函数, 这种方法利用蒙特卡罗积分法近似估计期望适应度. 蒙特卡罗积分法需在个体的超邻域内进行抽样, 以计算样本个体的平均目标值.

2.3.1 有效目标函数

定义 4　有效目标函数

有效目标函数定义为个体决策变量的邻域内积分, 计算公式如下:

$$f^{\mathrm{eff}}(\boldsymbol{X})=\frac{1}{|\boldsymbol{B}_\delta|}\int_{-\delta}^{\delta} f(\boldsymbol{X})\,\mathrm{d}\boldsymbol{X} \tag{3}$$

其中, $\boldsymbol{X}$ 为决策向量; $\boldsymbol{B}_\delta$ 为 δ-邻域, 它是一个以 2δ 为边长, $\boldsymbol{X}$ 为中心的超立方体, $\boldsymbol{B}_\delta=\{z \mid z_i\in[-\delta_i,\delta_i]\}$, $\delta=(\delta_1,\delta_2,\cdots,\delta_n)$.

在实际计算中, 有效目标函数的计算比较困难, 通常采用蒙特卡罗法近似估计该积分. 用蒙特卡罗法求积分时, 在个体的变量区间内进行抽样, 然后得到样本的函数值的平均值, 将该平均值作为函数积分的近似值. 此种方法的正确性是基于概率论的中心极限定理. 蒙特卡罗法求积分可表示为:

$$f^{\mathrm{eff}}(\boldsymbol{X})=\frac{1}{H}\sum_{i=1}^{H} f(\boldsymbol{X}_i) \tag{4}$$

式中, H 为在 $\boldsymbol{B}_\delta$ 中的抽样规模, $\boldsymbol{X}_i$ 为样本, $\boldsymbol{X}_i\in\boldsymbol{B}_\delta$; $(i=1,2,\cdots,H)$, $f(\boldsymbol{X}_i)$ 为样本 $\boldsymbol{X}_i$ 对应的函数值.

2.3.2 基于"有效目标函数"的 **MOEA**

Deb 等人[25] 将上述的有效目标函数延用到 MROP 中, 提出了两种类型的鲁棒 Pareto 最优解, 由于两种类型均基于有效目标函数, 这里仅分析第一类型的鲁棒 Pareto 最优解.

如果一个解 $\boldsymbol{X}^*$ 是式(5)所表示的多目标优化问题的 Pareto 最优解, 则称 $\boldsymbol{X}^*$ 是鲁棒 Pareto 最优解.

$$\begin{aligned}&\text{Min } F^{\mathrm{eff}}(\boldsymbol{X})=(f_1^{\mathrm{eff}}(\boldsymbol{X}),\cdots,f_r^{\mathrm{eff}}(\boldsymbol{X}));\\&\text{Subject to } \boldsymbol{X}\in\Omega\end{aligned} \tag{5}$$

在上式中, Ω 为可行解空间, $f_i^{\mathrm{eff}}(\boldsymbol{X})\ (i=1,2,\cdots,r)$ 的定义如式(3), 即:

$$f_i^{\mathrm{eff}}(\boldsymbol{X})=\frac{1}{|\boldsymbol{B}_\delta|}\int_{-\delta}^{\delta} f_i(\boldsymbol{X})\,\mathrm{d}\boldsymbol{X}$$

在具体的计算中, $f_i^{\mathrm{eff}}(\boldsymbol{X})$ 使用蒙特卡罗法积分.

可见, 这种方法就是利用有效目标函数 $F^{\mathrm{eff}}(\boldsymbol{X})$ 代替原目标函数 $F(\boldsymbol{X})$ 来进行优化, 为方便叙述, 下文用 Eff-MOEA 表示这种基于"有效目标函数"的 MOEA.

3 新的鲁棒 **Pareto** 最优解的提出

在这里, 我们首先对比了优化"有效目标函数"与优化"原目标函数"的方法区别, 分析了各自的优缺点. 进而提出新的鲁棒 Pareto 最优解, 设计新的搜索鲁棒 Pareto 最优解的 MOEA.

3.1 "原目标函数"与"有效目标函数"

有效目标函数 $F^{\mathrm{eff}}(\boldsymbol{X})$ 与优化原目标函数 $F(\boldsymbol{X})$ 存在较大的差异, 如图 2, 图中细线为原目标函数曲线, 粗线为有效目标函数曲线. 从图中可以看出, 原目标函数 $f(\boldsymbol{X})$ (细线) 的全局最优解为 C, 同时存在两个局部最优解 A 与 B; 而有效目标函数 $f_i^{\mathrm{eff}}(\boldsymbol{X})$ (粗线) 的全局最优解为 A. 可见, 优化原目标函数与优化有效目标函数得到的最优解是不一样的. 然而, 鲁棒性最好的解应该是 D, 因为 D 在受到干扰时, 目标值几乎不变.

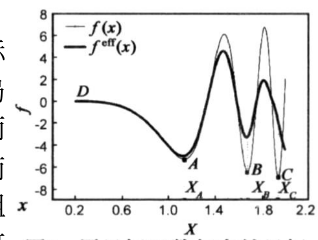


图2　原目标函数与有效目标函数的区别

在目前的研究中, 传统的 MOEA (本文以 NSGA-Ⅱ 为代表) 优化原目标函数, Eff-MOEA 优化有效目标函数. 然而, 从上述分析中可知, 在鲁棒性最优与原目标函数最优不一致的情况下, 优化原目标函数 $f(\boldsymbol{X})$ (传统 MOEA) 只能找到质量最好的解, 找不到鲁棒性好的解; 优化有效目标函数 $f_i^{\mathrm{eff}}(\boldsymbol{X})$ (Eff-MOEA), 可以找到质量与鲁棒性的折中解, 却难以找到质量最好和鲁棒性最好的解. 也就是说, 传统 MOEA 与 Eff-MOEA 在搜索鲁棒 Pareto 最优解时都易于丢失某些性质的解, 这种缺陷是传统 MOEA 与 Eff-MOEA 不可避免的.

3.2 新的鲁棒 **Pareto** 最优解

在 MOEA 的研究中, 解集的分布性(或称多样性) 是衡量算法性能的一个重要指标, 就是通过运行一次算法, 得到尽可能多的不同性质的解, 这样可以为决策者提供更多的选择. 但是, 传统 MOEA 只能找到质量最好的解, 找不到鲁棒性好的解; 而 Eff-MOEA 只能得到鲁棒性与质量的

折中解,难以得到质量最好与鲁棒性最好的解.

在本文中,我们认为 MROP 的鲁棒 Pareto 最优解应具备两个特征:一是解的质量,另一个是解的鲁棒性.因此,我们定义了新的鲁棒 Pareto 最优解,将解的质量与解的鲁棒性作为两个优化目标,这样,可将一个 MROP 转化成一个两目标的 MOP 来处理.两个目标分别对应着两个子优化问题,其中,一个子优化问题优化解的质量;另一个子优化问题优化解的鲁棒性.两个子优化问题分别为式(6)与式(7).

子优化问题一:

$$\mathrm{Min}\ F(\boldsymbol{X}) = (f_1(\boldsymbol{X}), \cdots, f_r(\boldsymbol{X})) \tag{6}$$

式(6)为原目标函数,优化该子问题的目的在于实现解质量的最优.

子优化问题二:

$$\mathrm{Min}\ G(\boldsymbol{X}) = (g_1(\boldsymbol{X}), \cdots, g_r(\boldsymbol{X}))$$

其中 $$g_i(\boldsymbol{X}) = \frac{1}{H}\sum_{j=1}^{H}\frac{|f_i(\boldsymbol{X}) - f_i(\boldsymbol{X}_j)|}{D(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{X}_j)},\ i = 1, \cdots, r \tag{7}$$

其中,$\boldsymbol{X}$ 为一个个体,H 为在 $\boldsymbol{X}$ 的 δ 邻域内抽样的样本规模,$\boldsymbol{X}_j$ 为第 j 个样本个体,$D(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{X}_j)$ 为衡量 $\boldsymbol{X}$ 与 $\boldsymbol{X}_j$ 距离的量,计算公式如下:

$$D(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{X}_j) = \sum_{k=1}^{n}|X^k - X_j^k|,\ k = 1, \cdots, n \tag{8}$$

其中,$\boldsymbol{X}^k$ 为个体 $\boldsymbol{X}$ 的第 k 维变量.

这样,如何处理两个子优化问题就成了解决 MROP 的关键.本文将两个子优化问题转换成两个相应的目标函数,分别为:质量目标函数 $f_Q(\boldsymbol{X})$,鲁棒性目标函数 $f_R(\boldsymbol{X})$.$f_Q(\boldsymbol{X})$ 与 $f_R(\boldsymbol{X})$ 分别采用如下两种方法获得:

(1)对于式(6)通过优化原目标函数来比较解的 Pareto 最优性,以实现解质量的最优.为评价当前种群中个体质量的好坏,我们采用 Deb 等人[1]提出的分类排序法对当前进化种群按 Pareto 支配关系进行排序,将种群中的个体按层次关系依次赋予个体的等级 rank= 1, 2, …. 个体的质量目标函数 $f_Q(\boldsymbol{X})$ 即为个体在种群的等级,个体的质量越好,等级越小,所以,非支配个体的 $f_Q(\boldsymbol{X})$ 为 1,具体操作见算法 1.

(2)对于式(7)描述的子优化问题,采用动态加权法得到鲁棒性目标函数 $f_R(\boldsymbol{X})$.因此,新的鲁棒 Pareto 最优解可以定义为:

定义 5 新鲁棒 Pareto 最优解

如下 MOP 的最优解:

$$\mathrm{Min}\ R(\boldsymbol{X}) = (f_Q(\boldsymbol{X}), f_R(\boldsymbol{X}))$$

其中, $$f_Q(\boldsymbol{X}) = \mathrm{rank}_Q;\ f_R(\boldsymbol{X}) = \sum_{i=1}^{r} w_i [g_i(\boldsymbol{X})]^p \tag{9}$$

其中,rank_Q 为按原目标函数进行分类排序得到的个体在种群中的等级.w_i 为权值,权值是在进化过程中动态产生的,对每个个体都不一样,但均满足一定条件:$\sum_{i=1}^{r} w_i = 1$.在本文中,参数 p 取为 0.5.

4 算法设计及分析

基于 3.2 节提出的鲁棒 Pareto 最优解,我们设计了一种新的搜索鲁棒 Pareto 最优解的 MOEA,记为:MOEA/R. MOEA/R 中的主要操作有适应度赋值与修剪操作.

令:第 t 代种群为 Pop(t),种群大小为 N,最大进化代数为 Maxgen.由于 MOEA/R 需分别按子优化问题 Min(f_1, …, f_r) 与 Min $R(\boldsymbol{X})$ 进行分类排序,为加以区别,用 rank_Q 表示按 Min(f_1, …, f_r) 进行分类排序的等级.

算法 1 适应度赋值:Fitness_assignment (Pop)

Step1 对种群 Pop 按 Min(f_1, …, f_r) 进行分类排序,再将 Pop 中每个个体的 rank_Q 赋值给相应个体的质量目标函数(f_Q),即 $f_Q = \mathrm{rank}_Q$.也就是说,第一层非支配集的 $f_Q = 1$;第二层非支配集的 $f_Q = 2$,依此类推;

Step2 对种群 Pop 中的每一个个体,在个体相应的 δ-邻域内产生 H 个样本个体,计算相应的 g_i,然后动态产生 w_i($i = 1, \cdots, r$),根据式(9)分别计算每一个个体的鲁棒性目标函数 $f_R(\boldsymbol{X})$;

当种群中的某一层非支配个体数超过一定规模时,需用修剪操作去除多余个体,同时又维护解集的分布性.由于质量目标函数 f_Q 的取值为 1, 2, …,所以在种群中,许多个体有相同的 f_Q.因而修剪操作的设计是一个很重要并且比较复杂的方面,具体操作如下:

算法 2 修剪操作:Truncation_operator(Pop)

Step1 对种群 Pop 中 rank 最大的每一个体,计算它们的 $Rd(\boldsymbol{X})$;$Rd(\boldsymbol{X})$ 为我们定义的一个用于衡量个体分布距离的量,其计算式如下:

$$Rd(\boldsymbol{X}) = \frac{1}{m}CD;$$

(其中 CD 的获得是 Deb[1]提出的聚集距离(crowding distance);m 为种群 Pop 中与个体 $\boldsymbol{X}$ 的 f_Q 的相等的个体数)

Step2 从种群 Pop 中 rank 最大的个体中去除 $Rd(\boldsymbol{X})$ 最小的个体;

Step3 若 |Pop| ≤ N,则结束修剪操作,否则返回 Step1 继续执行;

算法 3 为按一定的最优标准对种群进行分类排序的操作.

算法 3 对种群 Pop 分类排序:Rank_pop(Pop)

Step1 $r = 1$;

Step2 利用 Pareto 支配关系按照一定的最优标准构造出 Pop 的非支配集,将非支配个体的 rank(优化子

问题一时为 $rank_Q$)赋值为 r;

Step3 将种群 Pop 中 rank(优化子问题一时为 $rank_Q$)为 r 的个体从 Pop 中去除;

Step4 $r = r + 1$;

Step5 若 Pop 中所有个体的 rank(优化子问题一时为 $rank_Q$)均已赋值, 则结束排序; 否则返回 Step2 继续执行;

上面已经讨论了 MOEA/R 中的主要操作, 下面给出MOEA/R的主要算法流程.

算法 **4** MOEA/R

Step1 $t = 1$; 初始化种群 Pop(t); ($|Pop(t)| = N$)

Step2 $M = \Phi$; 用算法 1 中的 Fitness_assignment (Pop(t))评价种群 Pop(t)中每一个个体的质量 f_Q 与鲁棒性 f_R;

Step3 在 Pop(t)中利用锦标赛选择机制(tournament selection)、模拟二进制交叉[32,33](simulated binary crossover, SBX)以及多项式变异[34](polynomial mutation)产生一个新种群 P; ($|P| = N$). 利用 Fitness_assignment(P)评价种群 P 中每一个个体的质量 f_Q 与鲁棒性 f_R;

Step4 将种群 Pop(t)与种群 P 中的个体合并, 放入种群大小为 $2N$ 的种群 M 中; 即: $M = Pop(t) \cup P$, ($|M| = 2N$);

Step5 对种群 M 利用算法 3 中的 Rank_pop(M)按 Min(f_Q,f_R)进行分类排序; 然后依次将 M 中的 rank = 1, rank = 2, …的个体放入种群 P' 中, 直到 $|P'| >= N$.

Step6 若 $|P'| > N$, 则利用算法 2 中的 Truncation_perator(P')从种群中去除 $|P'| - N$ 个个体, 此时 $|P'| = N$; 这样, 也就得到了下一代种群 Pop($t+1$), 即: Pop($t+1$) = P';

Step7 $t = t + 1$;

Step8 若 $t \geq$ Maxgen, 或终止条件满足, 则结束算法, 输出 Pop(t), 否则返回 Step2 继续执行.

5 实验与数据分析

为了对比分析 MOEA/R 的性质, 本文选取的比较算法有传统经典 MOEA: NSGA-II, 以及基于"有效目标函数"的 MOEA: Eff-MOEA. 实验目的在于对比分析各算法的性能及优缺点. 在MOEA/R 与 Eff-MOEA 中, 使用了拉丁超立方抽样[35](Latin Hypercube Sampling, LHS), 实验环境的参数设置如表 1 所示.

表 **1** 实验参数设置

种群规模	进化代数	交叉概率	变异概率	抽样规模 H
100	1000	0.9	0.1	50

5.1 测试问题一

该测试函数取自 Deb 等人[25]文章:

$$\text{Min } F(\boldsymbol{X}) = \{f_1(\boldsymbol{X}), f_2(\boldsymbol{X})\};\ f_1(\boldsymbol{X}) = x_1;$$

$$f_2(\boldsymbol{X}) = h(x_1) + g(\boldsymbol{X})S(x_1),$$

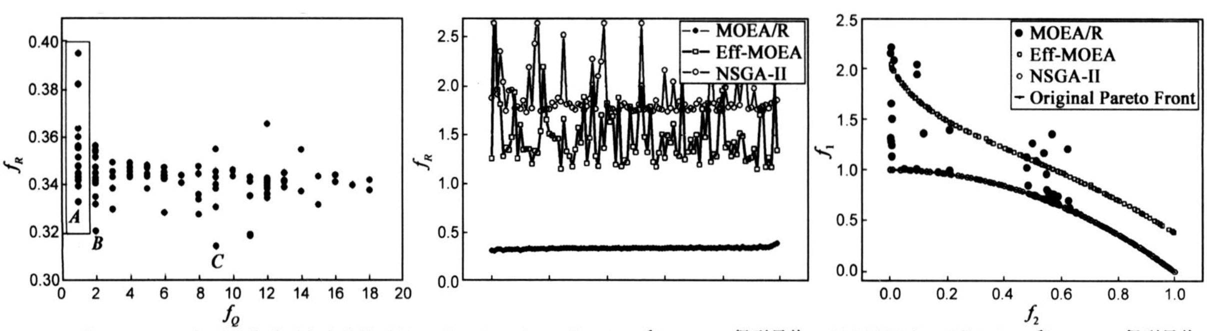
$$\text{Subject to } 0 \leqslant x_1 \leqslant 1,\ -1 \leqslant x_i \leqslant 1,\ i = 2, 3, \cdots, n,$$

$$\text{where } h(x_1) = 1 - x_1^2;\ g(\boldsymbol{X}) = \sum_{i=2}^{n}(10 + x_i^2 - 10\cos(4\pi x_i));$$

$$S(x_1) = \frac{1}{0.2 + x_1} + x_1^2.$$

在这里, $n = 5$, 干扰向量 $\delta = (0.007, 0.014, 0.014, 0.014, 0.014)$.

对测试函数一, 在表 1 的实验环境下, 得到的实验结果见图 3. 图 3(a)为用MOEA/R 得到最终种群的(f_Q, f_R)图. 图中的黑点为种群中的个体, 小矩形区域中的个体为原目标函数(即: 子优化问题一)的非支配个体, 即 $f_Q = 1$; 在图中, 个体 A 有很好的质量, 但是, 它的鲁棒性不如 B 和 C, 鲁棒性最好的个体应该是 C. 图 3(b)为用 MOEA/R、Eff-MOEA 和 NSGA-II得到最终种群的鲁棒性, 图中的点为个体. 可见, MOEA/R 得到的解的鲁棒性目标函数 f_R 较 Eff-MOEA 和 NSGA-II要好的多, 最差的是 NSGA-II, Eff-MOEA 的结果较为适中. 图 3(c)给出了



(a) 使用MOEA/R得到最终种群中个体的质量与鲁棒性　(b) MOEA/R、Eff-MOEA和NSGA-II得到最终种群的鲁棒性　(c) MOEA/R、Eff-MOEA和NSGA-II得到最终种群的原目标值

图3 对测试函数一

MOEA/R、Eff-MOEA 和 NSGA-Ⅱ三算法得到最终种群的原目标函数值以及原目标函数的真实 Pareto Front. 可见, MOEA/R 既能找到质量很好的解(与 Original Pareto Front 重合的点), 也能找到鲁棒性很好的解(部分偏离 Original Pareto Front 的点), 当然也能找到质量与鲁棒性的折中解(Eff-MOEA 曲线上及其周围的点). Eff-MOEA 只能找到质量与鲁棒都折中的解, 难以找到质量最好的解与鲁棒性最好的解, 这与我们上文的分析是一致的. NSGA-Ⅱ得到的是原始目标的 Pareto 最优解, 即质量最好的解.

5.2 测试问题二

该测试函数也取自 Deb 等人[36]文章:

Min $F(\boldsymbol{X})=\{f_1(\boldsymbol{X}), f_2(\boldsymbol{X})\}$

Subject to $0\leqslant x_i\leqslant 1$, $i=1,2,\cdots,n$

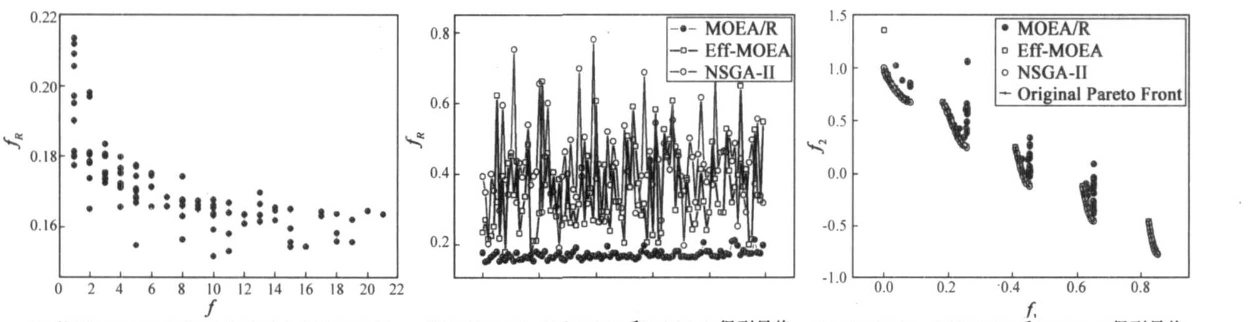
$f_1(\boldsymbol{X})=x_1$;

$f_2(\boldsymbol{X})=g(1-\sqrt{f_1/g}-(f_1/g)\sin(10\pi f_1))$;

$$g(\boldsymbol{X})=1+9\sum_{i=2}^{n}x_i/(n-1)$$

在这里, $n=30$, 干扰向量 $\delta_i=0.02(i=1,2,\cdots,n)$.

图 4 给出了对测试函数二的相关实验结果, 图 4(a)给出了 MOEA/R 优化测试函数二得到的最终种群的质量与鲁棒性. 图 4(b)给出了三算法(MOEA/R、Eff-MOEA 和 NSGA-Ⅱ)分别优化测试函数二, 所得最终种群的鲁棒性目标函数 f_R. 从图中可以看出, MOEA/R 得到的解的鲁棒性较 Eff-MOEA 和 NSGA-Ⅱ要稍好一些, Eff-MOEA 和 NSGA-Ⅱ得到的结果差不多, 这可能是因为基于"有效目标函数"的 Pareto 边界与原目标函数的 Pareto 边界的差异很小. 图 4(c)给出了 MOEA/R、Eff-MOEA 和 NSGA-Ⅱ三算法优化测试函数二得到最终种群的原目标函数值以及原目标函数的真实 Pareto Front. 从图中可以看出, Eff-MOEA 和 NSGA-Ⅱ的 Pareto 边界几乎重合.



(a) 使用MOEA/R得到最终种群中个体的质量与鲁棒性 (b) MOEA/R、Eff-MOEA和NSGA-II得到最终种群的鲁棒性 (c) MOEA/R、Eff-MOEA和NSGA-II得到最终种群的原目标值

图4 对测试函数二

6 结论与进一步研究工作

本文通过对鲁棒 Pareto 最优解的性质地分析, 定义了一种新的鲁棒 Pareto 最优解, 提出了一种新的搜索鲁棒 Pareto 最优解的 MOEA(MOEA/R), MOEA/R 将解的质量与解的鲁棒性作为两个优化目标, 将一个 MROP 转化成一个两目标问题来优化, 一个目标实现质量的最优, 另一目标实现鲁棒性的最优. MOEA/R 较全面的考虑到了鲁棒 Pareto 最优解的特征, 探索了一种新的搜索鲁棒 Pareto 最优解的思想. 通过与传统经典算法(NSGA-Ⅱ)以及基于"有效目标函数"的 MOEA (Eff-MOEA)的对比分析, 可以得到以下几个结论:

(1) 在鲁棒 Pareto 最优解与原始 Pareto 边界相差较大的情况下(如测试函数一). NSGA-Ⅱ只能找到质量好的解, 无法找到鲁棒性好的解, 这是因为设计传统 MOEA 时没有考虑解的鲁棒性; Eff-MOEA 可以找到质量与鲁棒性折中的解, 却容易丢失质量最好与鲁棒性最好的解; MOEA/R 既能找到质量最好与鲁棒性最好的解, 也能找到质量与鲁棒性都折中的解, 与 NSGA-Ⅱ和 Eff-MOEA 相比, MOEA/R 得到的大部分解具有较好的鲁棒性能(通过鲁棒性目标函数 f_R 的比较).

(2) 在鲁棒 Pareto 最优解与原始 Pareto 边界相差不大时(如测试函数二). NSGA-Ⅱ与 Eff-MOEA 均收收敛于原始 Pareto 边界, MOEA/R 得到解的鲁棒性较 NSGA-Ⅱ和 Eff-MOEA 要稍好.

目前关于多目标鲁棒 Pareto 最优解的研究还相当少, 本文在这些研究的基础上探索了一种新的方法. 基于本文的工作, 我们下一步的研究包括:

(1) 本文提出的 MOEA/R 需得到进一步的完善.

(2) 测试函数是进化算法研究的重要方面, 但是目前 MROP 测试函数很少, 且没有构造方法. 因此, 寻找构造 MROP 测试问题的方法是有意义的.

(3) 目前, 搜索鲁棒 Pareto 最优解的 MOEA 的效率普遍较低, 时间复杂度较大, 寻求方法来提高 MOEA 的效率是急待解决的问题.

参考文献:

[1] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, MEYARIVAN T. A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-Ⅱ[J]. IEEE Transaction on Evolutionary Computation, 2002, 6(2):

181- 197.

[2] ZITZLER E, LAUMANNS M, THIELE L. SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm[R]. Zurich: Computer Engineering and Networks Laboratory (TIK), 2001.

[3] KNOWLES J, CORNE D W. Approximating the nondominated front using the Pareto archived evolution strategy[J]. Evolutionary Computation, 2000, 8(2): 149- 172.

[4] COELLO COELLO C A. Evolutionary multiobjective optimization: A historical view of the field[J]. IEEE Computational Intelligence Magazine, 2006, 1(1): 28- 36.

[5] COELLO COELLO C A. 20 years of evolutionary multi-objective optimization: What has been done and what remains to be done[A]. Gary Y Y, Fogel B. Computational Intelligence: Principles and Practice[C]. USA: IEEE Computational Intelligence Society, 2006. 73- 88.

[6] 郑金华. 多目标进化算法及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2007.

[7] 崔逊学. 多目标进化算法及其应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2006.

[8] JENSEN M T. Generating robust and flexible job shop schedules using genetic algorithms[J]. IEEE Transaction on Evolutionary Computation, 2003, 7(3): 275- 288.

[9] LEON V J, WU S D, STORER R H. Robust measure and robust scheduling for job shops[J]. IIE Transactions, 1994, 26(5): 32- 43.

[10] REEVES C R. A genetic algorithm approach to sochastic flowshop sequencing[A]. Proceedings of IEE Colloquium on Genetic Algorithms for Control and System[C]. London: IEEE Press, 1992. 1- 4.

[11] THOMPSON A. Evolutionary techniques for fault tolerance[A]. Proceedings of the UKACC International Conference on Control[C]. Exeter: IEEE Press, 1996. 693- 698.

[12] WIESMANN D, HAMMEL U, BACK T. Robust design of multilayer optical coatings by means of evolutionary algorithms[J]. IEEE Transaction on Evolutionary Computation, 1998, 2(4): 162- 167.

[13] GREINER H. Robust optical coating design with evolution strategies[J]. Applied Optics, 1996, 35(28): 5477- 5483.

[14] ANTHONY D K, KEANE A J. Robust-optimal design of a lightweight space structure using a genetic algorithm[J]. AIAA Journal, 2003, 41(8): 1601- 1604.

[15] BRANKE J. Creating robust solutions by means of evolutionary algorithms[A]. Eiben A E, et al. Parallel Problem Solving from Nature[C]. Berlin: Springer, 1998. 119- 128.

[16] BRANKE J. Efficient evolutionary algorithms for searching robust solutions[C]. Parmee I C. Adaptive Computing in Design and Manufacture[C]. Berlin: Springer, 2000. 275- 286.

[17] BRANKE J, SCHMIDH C. Faster convergence by means of fitness estimation[J]. Soft Computing, 2005, 9(1): 13- 20.

[18] TSUTSUI S, GHOSH A. Genetic algorithm with a robust solution searching scheme[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1997, 1(3): 201- 219.

[19] PARMEE L C. The maintenance of search diversity for effective design space decomposition using cluster-oriented genetic algorithms (Cogas) and multi-agent strategies (Gaant)[A]. Proceedings of the Second International Conference of Adaptive Computing in Engineering and Control[C]. Plymouth: University of Plymouth, 1996. 128- 138.

[20] JIN Y, SENDHOFF B. Trade-Off between performance and robustness: An evolutionary multiobjective approach[A]. Evolutionary Multi-Criterion Optimization[C]. Berlin: Springer, 2003. 237- 251.

[21] LIM D, ONG Y S, LEE B S. Inverse multi-objective robust evolutionary design optimization in the presence of uncertainty[A]. Proceedings of Genetic and Evolutionary Computation Conference[C]. Berlin: Springer, 2005. 55- 62.

[22] LIM D, ONG Y S, JIN Y, SENDHOFF B, LEE B. Inverse multi-objective robust evolutionary design[J]. Genetic Programming and Evolvable Machines, 2006, 7(4): 383- 404.

[23] TEICH J. Pareto-front exploration with uncertain objectives[A]. Proceedings of the First International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization [C]. Berlin: Springer, 2001. 314- 328.

[24] HUGHES E J. Evolutionary multi-objective ranking with uncertainty and noise[A]. Proceedings of the First International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization[C]. Berlin: Springer, 2001. 329- 343.

[25] DEB K, GUPTA H. Searching for robust Pareto-optimal solutions in multi-objective optimization[A]. Proceedings of the Third International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization[C]. Berlin: Springer, 2005. 150- 164.

[26] BARRICO C, ANTUNES C H. Robustness analysis in evolutionary multi-objective optimization with a case study in electrical distribution networks[A]. The Second European-Latin-American Workshop on Engineering Systems[C]. Berlin: Springer, 2006. 216- 227.

[27] BARRICO C, ANTUNES C H. A new approach to robustness analysis in multi-objective optimization[A]. Proceedings of the 7th International Conference on Multi-Objective Programming and Goal Programming[C]. Tours, France: Springer, 2006.

[28] BARRICO C, ANTUNE C H. Robustness analysis in multi-objective optimization using a degree of robustness concept[A]. Proceedings of the 2006 IEEE Congress on Computation Intelligence[C]. Vancouver, Canada: IEEE Press. 2006. 6778 - 6783.

[29] JIN Y, BRANKE J. Evolutionary optimization in uncertain environments- A survey[J]. IEEE Transactions on Evolutionary

Computation, 2005, 9(3): 303-317.

[30] YANG S, ONG Y S, JIN Y. Evolutionary Computation in Dynamic and Uncertain Environments[M]. Berlin: Springer, 2007.

[31] PARETO V. Cours D'Economie Politique[M]. Lausanne, Switzerland: Rouge Press, 1896.

[32] DEB K, AGRAWAL R B. Simulated binary crossover for continuous search space[J]. Complex Systems, 1995, 9(6): 115-148.

[33] DEB K, BEYER H. Self-adaptive genetic algorithms with simulated binary crossover[J]. Evolutionary Computation, 2001, 9(2): 195-219.

[34] DEB K, GOYAL M. A combined genetic adaptive search (geneAS) for engineering design[J]. Computer Science and Informatics, 1996, 26(4): 30-45.

[35] MCKAY M D, BECKMAN R J, CONOVER W J. A comparison of three methods for the selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code[J]. Technometrics, 1979, 21: 239-245.

[36] DEB K. Multi-objective genetic algorithms: Problem difficulties and construction of test problems[J]. Evolutionary Computation, 1999, 7(3): 205-230.

作者简介:

郑金华 男, 1963 生, 湖南省邵东人, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为进化计算, 并行处理. (通讯作者)

E-mail: jhzheng@xtu.edu.cn

周 聪 男, 1984 生, 湖南省岳阳市湘阴县人, 硕士研究生, 主要研究领域为进化计算.

E-mail: cleverchou23@yahoo.com.cn

罗 彪 男, 1984 生, 湖南省邵阳市隆回县人, 硕士研究生, 主要研究领域为进化计算.

E-mail: biao.luo@hotmail.com

李望移 女, 1986 生, 湖南岳阳市岳阳县人, 硕士研究生, 主要研究领域为进化算法.

E-mail: liwangyi133@163.com