

隐式曲面两相图像分割的变分水平集模型及对偶方法

王 琦, 潘振宽, 魏伟波, 王 钰

(青岛大学信息工程学院, 山东青岛 266071)

摘 要: 本文对曲面上分段常值和分段光滑的两相图像分割的变分水平集模型及其对偶方法进行了研究. 图像所在的曲面用静态的符号距离函数的零水平集表达, 曲面上图像分割轮廓线用另一动态符号距离函数的零水平集与上述静态的零水平集的交线表达, 借助内蕴梯度、内蕴散度的概念平面两相图像分割的变分水平集模型已被推广到隐式曲面上图像分割的变分模型. 本文借助二值标记函数和凸松弛的概念, 将该模型转化为全局凸优化的极值问题, 避免了轮廓线初始化对分割结果的影响. 针对隐式曲面上两相图像分割的凸优化模型, 设计了相应的对偶方法. 最后通过数值实验验证了本文所提方法的计算效率优于传统方法.

关键词: 隐式曲面; 图像分割; 变分方法; 水平集方法; 对偶方法

中图分类号: TP391.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2011) 01-0207-06

Variational Image Segmentation on Implicit Surface Using Dual Method

WANG Qi, PAN Zhen-kuan, WEI Wei-bo, WANG Yu

(College of Information Engineering, Qingdao University, Qingdao, Shandong 266071, China)

Abstract: The variational level set model for piecewise constant/smooth image segmentation on surfaces and the related dual methods are investigated in this paper. The implicit surface on which the image is defined is represented by zero level set of a static signed distance function, the spatial contour used to divide regions of image on the implicit surface is expressed by the intersection of another dynamic zero level set and implicit surface. The variational level set model for planar image segmentation has been extended to the one on implicit surface by means of intrinsic gradient and intrinsic divergence, which is transformed to a global convex minimization problem in this paper using a new binary label function and the concept of convex relaxation to void the effect of initialization of active contour on the result of segmentation. Finally, the dual methods for solving the global convex minimization problem is designed in this paper and some numerical experiments demonstrate the proposed method is superior to traditional method in computation efficiency.

Key words: implicit surface; image segmentation; variational method; level set method; dual method

1 引言

变分方法和偏微分方程方法已经成为图像处理、计算机视觉等领域研究的主要方法之一^[1~5]. 2001年, Bertalmio等^[6]借助隐式曲面的水平集表达、曲面上内蕴梯度、内蕴散度等概念成功地将平面图像扩散的变分模型推广到曲面上, 从而引起了图像处理、计算机视觉研究领域对曲面上图像处理这类新问题研究的重视^[7~13].

计算机视觉、虚拟现实等领域均存在曲面上的图像处理问题, 平面图像处理诸如噪声去除、图像修复、图像分割^[14]等问题均可推广为曲面上对应的图像处理问题^[8]. 曲面上的图像处理与平面图像处理的主要区别在

于曲面上的图像特征不仅依赖于图像本身, 还依赖于图像所在的曲面的几何特征. 显然, 曲面的表达亦直接影响其上图像处理数学模型的复杂性和相应计算方法. 在计算几何领域, 通常采用参数模型及隐式模型表达曲面. 参数模型计算复杂且难于表达复杂拓扑结构的曲面, 其离散模型(三角面片、四边形面片等)仅在顶点处与图像有对应关系从而导致计算精度不高^[10~12]; 而以水平集方法为代表的隐式曲面模型能自然地表达任意拓扑结构的几何曲面^[6~9, 13], 并能精确地计算曲面上内蕴梯度、内蕴散度等几何量, 且该方法将曲面嵌入到高一维的规则空间中, 差分格式简单, 从而成为曲面上图像处理数学模型的主要基础.

隐式曲面上图像的变分模型通常用定义为标准符

号距离函数的零水平集表达隐式曲面,在对隐式曲面上的图像定义差分格式时,还必须引进一个或多个动态水平集函数,用它们的零水平集交线及与固定零水平集的交线划分表面上的不同区域^[15,16].本文仅考虑隐式曲面上两相图像分割的变分水平集方法,因此仅引进一个动态水平集函数.平面图像上两相图像分割的经典变分水平集模型是 Chan-Vese 模型^[17],该模型用简化的 Mumford-Shah 模型^[18]的变分水平集方法实现,用分段常值图像近似原图像.文献[19]在提出其多相图像分割变分水平集模型的同时,提出了分段光滑图像分割的 Chan-Vese 模型.相关多相图像分割的变分水平集模型参见文献[20]及其它文献.Chan-Vese 模型是局部极值模型,不同的轮廓线初始化可能导致不同的分割结果.为此,文献[21]通过用二值化的水平集函数替代原水平集函数的 Heaviside 函数,并采用凸松弛方法将原问题转化为全局凸优化模型,从而避免了水平集函数初始化对分割结果的影响.本文沿用该思路系统地建立了隐式曲面上两相图像分割的全局凸优化的变分水平集方法.此外,由于图像和所在曲面的耦合,所建立模型的计算效率通常很低,文献[10,13]是传统分段常值图像分割的 Chan-Vese 模型在隐式表面上的直接推广,其中所提模型均为局部极值模型,且所采用的显式迭代导致计算效率较低.本文将快速的对偶方法^[22]应用于所建立模型的计算中,极大地提高了运算效率.

2 平面图像分割变分水平集模型 Chan-Vese 模型及其凸优化拓展

基于水平集函数的分段常值图像分割的 Chan-Vese 模型^[17]的能量泛函为:

$$\min_{\phi} \left\{ E(\phi) = \int_{\Omega} |\nabla \phi| \delta(\phi) dx dy + \alpha_1 \int_{\Omega} (u_0 - u_1)^2 H(\phi) dx dy + \alpha_2 \int_{\Omega} (u_0 - u_2)^2 (1 - H(\phi)) dx dy \right\} \quad (1)$$

其中, u_0 为定义在区域 Ω 上的灰度图像强度, u_1, u_2 为初始图像在分割的两个区域的分段常值近似, ϕ 为符号距离函数形式的水平集函数, $H(\phi)$ 为 Heaviside 函数, $\delta(\phi)$ 为 Dirac 函数.能量方程(1)为多变量优化问题,通常采用交替优化方法求解.当求得 u_1, u_2 后,动态演化的水平集函数对应的梯度下降方程为:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta(\phi) \left[\nabla \cdot \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - \alpha_1 (u_0 - u_1)^2 + \alpha_2 (u_0 - u_2)^2 \right] \quad (2)$$

由于 $\delta(\phi) \geq 0$, 方程(2)可以写为如下形式且不影响水平集函数演化的方向:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \nabla \cdot \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - \alpha_1 (u_0 - u_1)^2 + \alpha_2 (u_0 - u_2)^2 \quad (3)$$

方程(3)为如下方程的能量极值模型:

$$\min_{\phi \in [0,1]} \left\{ E(\phi) = \int_{\Omega} |\nabla \phi| dx dy + \alpha_1 \int_{\Omega} (u_0 - u_1)^2 \phi dx dy + \alpha_2 \int_{\Omega} (u_0 - u_2)^2 (1 - \phi) dx dy \right\} \quad (4)$$

由于能量方程(4)定义在非凸集上,此方程得到的仍是局部极小值.文献[21]将非凸集松弛到连续区间 $[0, 1]$ 上,这样对任意 $\mu \in [0, 1]$, 存在特征函数 $1_{\Omega_c(\mu)} = \{x; \phi(x) > \mu\}$ 将图像分为两个区域,方程(4)可以转为如下的全局凸优化模型:

$$\min_{\phi \in [0,1]} \left\{ E(\phi) = \int_{\Omega} |\nabla \phi| dx dy + \alpha_1 \int_{\Omega} (u_0 - u_1)^2 \phi dx dy + \alpha_2 \int_{\Omega} (u_0 - u_2)^2 (1 - \phi) dx dy \right\} \quad (5)$$

基于水平集函数的分段光滑图像分割的 Chan-Vese 模型^[18]为:

$$\min_{\phi} \left\{ E(\phi) = \int_{\Omega} |\nabla \phi| \delta(\phi) dx dy + \alpha_1 \int_{\Omega} [(u_0 - u_1)^2 + |\nabla u_1|^2] H(\phi) dx dy + \alpha_2 \int_{\Omega} [(u_0 - u_2)^2 + |\nabla u_2|^2] (1 - H(\phi)) dx dy \right\} \quad (6)$$

类似分段常值图像分割,针对水平集函数的极值问题可转化为如下全局凸优化模型^[21]:

$$\min_{\phi \in [0,1]} \left\{ E(\phi) = \int_{\Omega} |\nabla \phi| dx dy + \alpha_1 \int_{\Omega} [(u_0 - u_1)^2 + |\nabla u_1|^2] \phi dx dy + \alpha_2 \int_{\Omega} [(u_0 - u_2)^2 + |\nabla u_2|^2] (1 - \phi) dx dy \right\} \quad (7)$$

3 隐式曲面图像分割的变分水平集方法

3.1 隐式曲面分段常值图像分割

将隐式曲面 S 用水平集函数 Ψ 的零水平集 $\Psi(X) = 0$ 来表示,其中 $X = (x, y, z)^T$. u_0 为初始化在曲面 S 上的图像强度, ϕ 为四维动态水平集函数, $\phi(X) = 0$ 表示一个闭合曲面,它与曲面零水平集 $\Psi(X) = 0$ 相交产生一条空间闭合曲线,用此条闭合曲线作为图像分割的轮廓线, u_1, u_2 分别为分割线内外部图像平均强度的近似值.在隐式曲面的图像分割中,通过演化水平集 ϕ ,从而间接地演化空间闭合曲线,使其在曲面上运动从而最终找到图像区域边缘,达到图像分割的目的.

隐式曲面分段常值图像分割的 Chan-Vese 模型为:

$$\begin{aligned} E(\phi) = & \gamma \int_S |P_{\nabla\psi} \nabla \phi| |\nabla \psi| \delta(\psi) \delta(\phi) dx dy dz \\ & + \lambda_1 \int_S (u_0 - u_1)^2 |\nabla \psi| \delta(\phi) H(\psi) dx dy dz \\ & + \lambda_2 \int_S (u_0 - u_2)^2 |\nabla \psi| \delta(\psi) (1 - H(\phi)) dx dy dz \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $\lambda_1, \lambda_2, \gamma$ 为泛函控制参数. $P_{\nabla\psi} \nabla \phi$ 为内蕴梯度^[6], 其形式为 $P_{\nabla\psi} \nabla \phi = \left(I - \frac{\nabla \psi(k) \otimes \nabla \psi(k)}{|\nabla \psi|^2} \right) \nabla \phi$
 $= \nabla \phi - \frac{\nabla \psi(k) \cdot \nabla \psi(k)}{|\nabla \psi|^2} \nabla \psi$. 对水平集函数 ϕ 的能量方程(8)进行求解, 得演化方程:

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial t} = \left[\frac{\gamma}{|\nabla \psi|} \nabla \cdot \left(\frac{P_{\nabla\psi} \nabla \phi}{|\nabla \psi|} |\nabla \psi| \right) \right] |\nabla \psi| \delta(\psi) \delta(\phi), \\ \text{in}(0, \infty) \times \Omega \\ \left| \frac{\nabla \psi}{P_{\nabla\psi} \nabla \phi} \right| P_{\nabla\psi} \nabla \phi \cdot \vec{n} = 0, \text{ on } \partial\Omega \end{cases} \quad (9)$$

方程(8)类似于方程(1), 是局部极小值问题, 与此同时, 内蕴算子的存在会导致梯度下降方程(9)的计算效率大大降低. 因此, 本文将方程(9)转化为全局凸优化问题, 并设计相应的对偶方法.

由于 $|\nabla \psi| \delta(\psi) \delta(\phi) \geq 0$, 同时采用内蕴梯度 $\nabla_s \phi = P_{\nabla\psi} \nabla \phi$, 根据上一节的凸松弛方法, 模型(8)可转化为如下全局凸优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{\phi \in [0,1]} \{ E(\phi) = & \gamma \int_S |\nabla_s \phi| dS \\ & + \int_S [\lambda_1 (u_0 - u_1)^2 - \lambda_2 (u_0 - u_2)^2] \phi dS \} \end{aligned} \quad (10)$$

为设计方程(10)的快速对偶方法, 以下引入辅助变量 φ , 使得如下能量泛函取极值时, $\phi \approx \varphi$, 并且定义 $R(u) = \lambda_1 (u_0 - u_1)^2 - \lambda_2 (u_0 - u_2)^2$.

$$\begin{aligned} \min_{\phi \in [0,1]} \{ E(\phi, \varphi) = & \gamma \int_S |\nabla_s \phi| dS + \int_S R(u) \varphi dS \\ & + \frac{1}{2\theta} \int_S (\varphi - \phi)^2 dS \} \end{aligned} \quad (11)$$

对于方程(11), 采用交替优化方法, 即假定其中一个变量不变, 求另一个变量的泛函极值子问题, 方程(11)可以转化为:

$$\min_{\varphi \in [0,1]} \left\{ E(\varphi) = \int_S R(u) \varphi dS + \frac{1}{2\theta} \int_S (\varphi - \phi)^2 dS \right\} \quad (12)$$

$$\min_{\phi \in [0,1]} \left\{ E(\phi) = \gamma \int_S |\nabla_s \phi| dS + \frac{1}{2\theta} \int_S (\varphi - \phi)^2 dS \right\} \quad (13)$$

对于方程(12), 得 $\varphi = \text{Min}(\text{Max}(\phi - \theta R(u), 0), 1)$. 对

于方程(13), 可采用对偶方法求解. 为此, 引进对偶矢量 $\mathbf{p}$ 将方程(13)总变差项改写为:

$$\int_S |\nabla_s \phi| dS = \sup_{|\mathbf{p}| \leq 1} \int_S \phi \nabla_s \cdot \mathbf{p} dS$$

对方程(13)进行求解, 可得:

$$\phi = \varphi - \theta \gamma \nabla_s \cdot \mathbf{p} \quad (14)$$

上式中, 矢量 $\mathbf{p}$ 的内蕴散度具体形式为:

$$\nabla_s \cdot \mathbf{p} = \sum_{i=1}^3 (\mathbf{P}_{\nabla\psi} \varphi) \cdot \mathbf{p}_i = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \left(\frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial X_j} - \frac{\nabla \varphi_j \cdot \frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial X_j}}{|\nabla \varphi|^2} \right) \nabla \varphi_i,$$

$$\mathbf{X} = (x, y, z)^T.$$

将方程(14)代入到方程(13)中去, 得到:

$$\min_{|\mathbf{p}| \leq 1} \left\{ E(\mathbf{p}) = \int_S (\nabla_s \varphi \cdot \mathbf{p}) + \frac{\theta \gamma}{2} |\nabla_s \cdot \mathbf{p}|^2 dS \right\} \quad (15)$$

对方程(15)采用梯度下降方法, 得:

$$\mathbf{p}^{k+1} = \frac{\mathbf{p}^k - \tau \nabla_s \left(\frac{\nabla_s \varphi}{\theta \gamma} - \nabla_s \cdot \mathbf{p}^k \right)}{1 + \tau \left| \nabla_s \left(\frac{\nabla_s \varphi}{\theta \gamma} - \nabla_s \cdot \mathbf{p}^k \right) \right|} \quad (16)$$

其中, k 为迭代次数, $\tau = 1/8^{[22]}$ 为时间步长. 将方程(16)求得的 $\mathbf{p}$ 值代入到方程(14)中, 求得 ϕ 值.

简明算法描述如下:

- ① 初始化 $k = 0, \varphi^0 = 0, u_1, u_2$;
- ② While $\frac{|E^{(k+1)} - E^{(k)}|}{|E^{(k)}|} \geq \epsilon$, do
 - (i) 定义 $R(u) = \lambda_1 (u_0 - u_1)^2 - \lambda_2 (u_0 - u_2)^2$;
 - (ii) 计算 $\varphi = \text{Min}(\text{Max}(\phi - \theta R(u), 0), 1)$;
 - (iii) 计算 $\mathbf{p}$ 根据方程(16);
 - (iv) 将求得的 φ 和 $\mathbf{p}$ 代入式(14)中, 求得 ϕ ;
 - (v) $k \rightarrow k + 1$, Goto ②;

③ End while.

3.2 隐式曲面分段光滑图像分割

采用与分段常值图像分割变分模型类似的方法, 本文将模型(6)推广到如下隐式曲面上分段光滑图像分割模型, 所不同的是相应参数的光滑项采用总变差形式, 以保持图像边缘.

$$\begin{aligned} E(\phi) = & \gamma \int_{\Omega} |P_{\nabla\psi} \nabla \phi| |\nabla \psi| \delta(\psi) \delta(\phi) dX \\ & + \lambda_1 \int_{\Omega} [(u_1 - u_0)^2 + \alpha_1 |P_{\nabla\psi} \nabla u_1|] |\nabla \psi| \delta(\psi) H(\phi) dX \\ & + \lambda_2 \int_{\Omega} [(u_2 - u_0)^2 + \alpha_2 |P_{\nabla\psi} \nabla u_2|] |\nabla \psi| \delta(\psi) (1 - H(\phi)) dX \end{aligned} \quad (17)$$

类似于分段常值图像分割模型, 式(17)可转化成如下全局凸优化问题:

$$\min_{\phi \in [0,1]} \left\{ E(\phi) = \gamma \int_S |\nabla_s \phi| dS \right.$$

$$+ \int_S \left(\lambda_1 [(u_1 - u_0)^2 + \alpha_1 | \nabla_S u_1 |] - \lambda_2 [(u_2 - u_0)^2 + \alpha_2 | \nabla_S u_2 |] \right) \phi dS \} \quad (18)$$

分段光滑图像分割参数采用的是估计方程,其形式如下:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = \left[\frac{\lambda_1 \alpha_1}{| \nabla \Psi |} \nabla \cdot (P_{\nabla \Psi} \nabla u_1 | \nabla \Psi |) \right] H(\phi) | \nabla \Psi | \delta(\Psi) - \lambda_1 (u_1 - u_0) \quad (19)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} = \left[\frac{\lambda_2 \alpha_2}{| \nabla \Psi |} \nabla \cdot (P_{\nabla \Psi} \nabla u_2 | \nabla \Psi |) \right] (1 - H(\phi)) | \nabla \Psi | \delta(\Psi) - \lambda_2 (u_2 - u_0) \quad (20)$$

与分段常值图像分割类似,引入辅助变量,对式(18)(19)(20)分别构造对偶算法进行求解。

简明算法描述如下:

① 初始化 $k=0, \varphi^0=0, u_1, u_2$;

② While $\frac{|E^{(k+1)} - E^{(k)}|}{|E^{(k)}|} \geq \varepsilon$, do

(i) 定义 $R(u) = \lambda_1 [(u_1 - u_0)^2 + \alpha_1 | \nabla_S u_1 |] - \lambda_2 [(u_2 - u_0)^2 + \alpha_2 | \nabla_S u_2 |]$;

(ii) 计算 $\varphi = \text{Min}(\text{Max}(\phi - \theta R(u), 0), 1)$;

(iii) 计算 p ;

(iv) 根据求得的 φ 和 p ,求得 ϕ ;

(v) 对参数 u_1, u_2 进行更新,对式(19)(20)同样采用对偶方法;

(vi) $k \rightarrow k+1$, Goto ②;

③ End while.

4 数值实验与分析

本文实验均在 PC 机 (Intel Core 2Duo CPU T5250 1.50GHz 内存 2GB) Matlab7.3.0 环境下完成.实验涉及的传统分割方法参见文献[13,17].实验的终止迭代次数选择的依据是:水平集停止演化的时刻,即水平集函数的能量不会再随迭代次数的增加而发生改变的收敛状态,参见各个实验的能量下降曲线比较图.其中,实线为文献[13]所提模型,虚线为本文所提模型.在实验过程中,实验控制参数 $\lambda_1, \lambda_2, \alpha_1, \alpha_2, \gamma$ 以及不同的隐式曲面确定了初始泛函能量大小;时间步长 Δt 与惩罚参数 θ 分别决定了采用传统方法与对偶方法的能量下降速度. $\Delta t, \theta$ 越大,能量下降速度越快,但是其过大则无法保持分割轮廓线的形态,会影响到图像分割的最终效果.

4.1 隐式曲面上分段常值图像分割实验

图 1 所示的曲面为 Bottle,图 2 为 Rabbit,曲面大小为 $100 \times 100 \times 100$. 曲面上的图像为分段常值图像.实验所涉及方法的相关参数设置为: $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 1, \gamma = 1, \theta = 0.3$ 时间步长 $\Delta t = 0.1$.

Bottle 曲面分割结果为图 1(c).传统模型与本文所提模型迭代终止时分别的运算时间为 30.031s 和 10.422s. Rabbit 曲面分割实验结果为图 2(c).传统模型与本文所提模型迭代终止时分别的运算时间为 78.063s 和 22.156s.

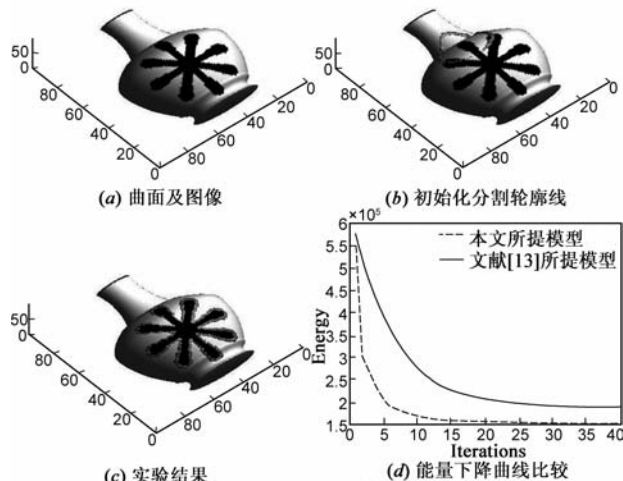


图1 Bottle曲面图像分割

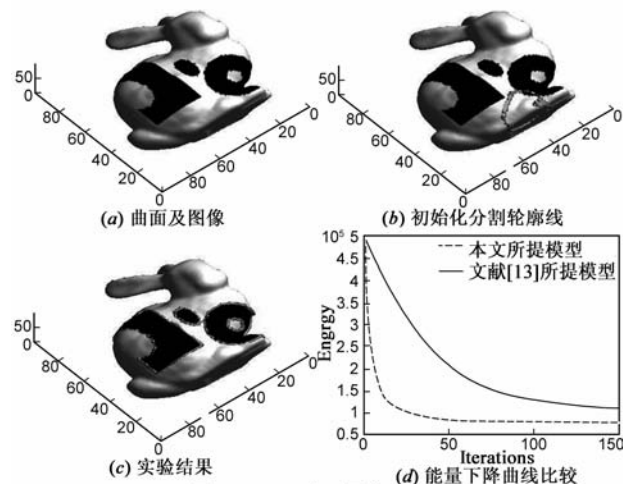


图2 Rabbit曲面图像分割

实验 1 为曲面单图像分割,实验 2 为多图像分割.在相同的参数设置下,实验 2 的能量收敛速度缓慢很多,其迭代次数要多于实验 1,因此其运算时间也长于实验 1.通过运算时间的比对可以看出图像复杂性的增加对传统分割模型带来的影响要远大于本文所提模型.

4.2 隐式曲面上分段光滑图像分割实验

图 3 所示的曲面为 Sphere,曲面大小为 $100 \times 100 \times$

100. 曲面上的图像为分段光滑图像. 实验涉及方法的相关参数设置: $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 1, \alpha_1 = 1, \alpha_2 = 1, \gamma = 0.2, \theta = 0.5$, 时间步长 $\Delta t = 0.5$.

实验结果为图 3(c). 传统模型与本文所提模型能量收敛时分别的运算时间为 419.406s 和 32.360s.

由于分段光滑图像没有明显的灰度边缘, 在迭代运算的同时需要对分割参数 u_1, u_2 实时更新从而估计出图像边缘, 因此, 其传统分割模型尤其依赖初始轮廓线的设置. 现将轮廓线的初始位置远离曲面上分段光滑图像, 再进行如上实验.

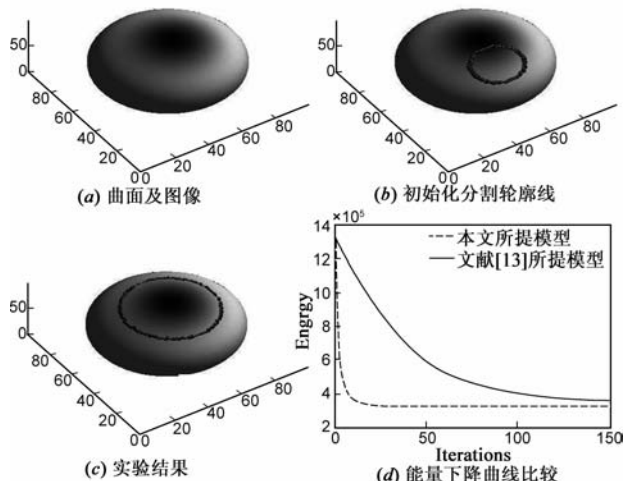


图3 Sphere曲面图像分割

能量收敛时传统模型迭代 130 次, 用时 621.875s; 本文所提模型迭代 8 次, 用时 34.062s. 通过图 4 可以看出, 初始分割轮廓线的设置对传统分割模型得到的结果会带来影响, 如果设置不当, 就得不到理想的分割结果, 如图 4(b); 本文所提模型是全局凸优化模型, 其分割结果不依赖于轮廓线的初始化, 任意轮廓线设置都可以得到理想的分割结果.

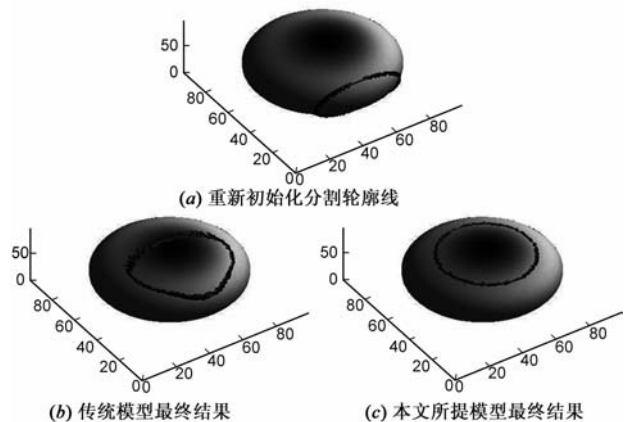


图4 全局凸优化模型的验证

4.3 实验分析

通过实验的能量下降曲线比较图可以看出, 本文所提模型能使得能量更快下降到达收敛态. 这主要是

由于对偶方法是通过对偶矢量的引入, 从而克服演化方程由于半隐式固定点迭代方法通过引入正则化参数对结果造成的影响来实现计算精度上的提高; 另外, 由于对偶矢量的引入, 将能量泛函分解成双变量交替迭代的子问题, 避免了梯度下降方程中复杂的曲率项的求解. 因此, 迭代次数远小于传统分割模型, 更少的运算时间保证了效率上地提高.

同时, 隐式曲面的图像处理本身由于内蕴算子的引入导致计算复杂, 在进行图像分割时, 由于传统方法是基于非凸分割模型, 因此, 不同的水平集大小以及初始位置都会对运算时间以及实验结果带来影响, 这种影响对于隐式曲面图像分割是很明显地; 而本文提出的分割模型是全局凸优化模型, 水平集的初始化的大小以及相应位置的对实验结果基本没有影响, 这在工程上具有重要的应用价值.

5 结论

曲面上的图像处理是近年来图像处理与计算机视觉等领域出现的一类新问题, 前期研究侧重于平面上的图像扩散与修复. 文献[13]借助空间轮廓线隐式表达和内蕴梯度、内蕴散度等概念将平面两相图像分割的变分水平集模型推广到曲面上, 建立了曲面上两相图像分割的变分水平集模型. 但是此模型是局部极值求解问题, 会依赖于轮廓线初始化的大小以及位置; 同时由于其采用数值差分方法构造传统的显式迭代格式来进行求解, 致使计算效率偏低. 针对这些问题, 本文提出了图像分割的全局凸优化模型以及快速的对偶方法, 从而克服了传统模型及方法带来的缺陷.

作为本文研究的继续, 隐式曲面上多相图像分割的变分水平集数学模型正在开展. 由于两相图像分割全局凸优化方法不能直接推广到多相图像分割全局凸优化模型, 因此, 隐式曲面上多相图像全局凸优化模型的设计可能是该研究的困难所在.

参考文献:

- [1] G Aubert, P Kornprobst. Mathematical Problems in Image Processing: Partial Differential Equations and the Calculus of Variations[M]. New York: Springer, 2001.
- [2] S Osher, N Paragios. Geometric Level Set Methods in Imaging, Vision, and Graphics[M]. New York: Springer-Verlag, 2003.
- [3] N Paragios, Y Chen, O Faugeras. Handbook of Mathematical Models in Computer Vision[M]. New York: Springer, 2006.
- [4] F T Chan, J Shen. Image Processing and Analysis: Variational, PDE, Vavelet, and Stochastic Methods [M]. Philadelphia: SIAM, 2005.
- [5] X C Tai, K A Lie, et al. Image Procesing Based on Partial

- Differential Equations[M]. Heidelberg: Springer-Verlag, 2007.
- [6] M Bertalmio, L Cheng, et al. Variational problems and partial differential equations on implicit surfaces[J]. Journal of Computational Physics, 2001, 174(2): 759 – 780.
- [7] F Memoli, S Sapiro, and S Osher. Solving variational problems and partial differential equations mapping into general target manifolds[J]. Journal of Computational Physics, 2004, 195(1): 263 – 292.
- [8] M Bertalmio, F Memoli, et al. Variational problems and partial differential equations on implicit surfaces: by triangulated surfaces? [A]. Geometric Level Set Methods in Imaging, Vision and Graphics [C]. New York: Springer-Verlag, 2003, 381 – 398.
- [9] 吴春林. 基于 PDE 的隐式曲面上的图像处理[D]. 安徽合肥: 中国科学技术大学, 2006.
- [10] L M Lui. Computational Conformal Geometry and Its Applications to Human Brain Mapping[D]. Los Angeles: University of California at Los Angeles, 2008.
- [11] L D Lopez-Perez. Regularization of Images Defined on Non-flat Surfaces[D]. Nice: University of Nice-Sophia Antipolis, 2007.
- [12] A Spira, R Kimmel. Geometric curve flows on parametric manifolds[J]. Journal of Computational Physics, 2007, 223(1): 235 – 249.
- [13] 李建国, 潘振宽, 魏伟波等. 隐式曲面上图像分割的 Chan-Vese 模型[A]. 图像图形技术研究与应用学术会议论文集[C]. 北京: 中国传媒大学出版社, 2008. 373 – 378.
- [14] 许新征, 丁世飞, 等. 图像分割的新理论和新方法[J]. 电子学报, 2010, 38(2): 76 – 82.
- Xu Xin-zheng, Ding Shi-fei, et al. New theories and methods of image segmentation[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(2): 76 – 82. (in Chinese)
- [15] P Burchard, L Cheng, et al. Motion of curves in three spatial dimensions using a level set approach[J]. Journal of Computational Physics, 2001, 170(2): 720 – 741.
- [16] L Cheng, P Burchard, et al. Motion of curves constrained on surfaces using a level set approach[J]. Journal of Computational Physics, 2002, 175(2): 604 – 644.
- [17] T F Chan, L A Vese. Active contours without edges[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(2): 266 – 277.
- [18] D Mumford, J Shah. Optimal approximation by piecewise smooth functions and associated variational problems[J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 1989, 42(5): 577 – 685.
- [19] L A Vese, T F Chan. A multiphase level set framework for image segmentation using the Mumford and Shah model[J]. International Journal of Computer Vision, 2002, 50(3): 271 – 293.
- [20] 潘振宽, 李华, 等. 三维图像多相分割的变分水平集方法[J]. 计算机学报, 2009, 32(12): 2464 – 2474.
- Pan Zhen-kuan, Li Hua, et al. A variational level set method of multiphase segmentation for 3D images[J]. Chinese Journal of Computers, 2009, 32(12): 2464 – 2474. (in Chinese)
- [21] X Bresson, S Esedoglu and S Osher. Fast global minimization of the active contour/snake model[J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2007, 28(2): 151 – 167.
- [22] A Chambolle. An algorithm for total variation minimization and application[J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2004, 20(1/2): 89 – 97.

作者简介:



王 琦 男, 1984 年出生, 青岛大学信息工程学院硕士研究生. 研究方向为图像处理、高级三维程序设计.

E-mail: wqsirius@126.com



潘振宽 男, 1966 年出生, 青岛大学信息工程学院教授, 硕士研究生导师. 研究方向为多体系统动力学与最优化设计、图像处理、虚拟现实技术.