

一种基于之型分量码的系统 GLDPC 码

李建东, 郭 凯, 陈彦辉

(西安电子科技大学, 综合业务网理论与关键技术国家重点实验室信息科学研究所, 陕西西安 710071)

摘 要: 本文以规则低密度生成矩阵码为基础, 构建了一种以之型码为分量码的系统广义低密度奇偶校验 (Generalized Low-Density Parity-Check, GLDPC) 码, 称为 ZS-GLDPC 码. 该码具有线性编码复杂度, 可采用和积译码算法实现迭代译码, 其译码复杂度低于以汉明码为分量码的 GLDPC 码. 在均匀交织器的前提下, 利用联合界分析了该码在高信噪比区域的平均误比特概率, 然后利用基于高斯近似的密度进化方法分析了该码的迭代译码收敛门限. 仿真结果表明, 中短码长的 ZS-GLDPC 码的性能优于或近于 LDPC 码和以汉明码为分量码的 GLDPC 码.

关键词: 广义低密度奇偶校验码; 低密度生成矩阵码; 级联码; 迭代译码; 之型码

中图分类号: TN911.22 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2011) 01-0178-06

Systematic GLDPC Codes with Zigzag Component Codes

LI Jian-dong, GUO Kai, CHEN Yan-hui

(Information Science Institute, State Key Laboratory of Integrated Service Networks, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: A class of systematic generalized low-density parity-check (GLDPC) codes with zigzag codes as component codes, termed ZS-GLDPC codes, is proposed on the basis of regular low-density generator matrix (LDGM) codes. The proposed codes have linear encoding complexity, and can be decoded by the sum-product algorithm iteratively. The decoding complexity of ZS-GLDPC codes is lower than GLDPC codes with Hamming component codes. Based on the uniform interleaver assumption, a union bound analysis of the bit error probability was presented for ZS-GLDPC codes when Signal-to-Noise Ratio is high. Density evolution using the Gaussian Approximation was used to analyze the convergence thresholds of ZS-GLDPC codes. Simulation results show that the bit error rate of ZS-GLDPC codes is better than or close to LDPC codes and GLDPC codes with Hamming component codes for short and medium code length.

Key words: generalized low-density parity-check (GLDPC) codes; low-density generator matrix (LDGM) codes; concatenated codes; iterative decoding; zigzag codes

1 引言

广义低密度奇偶校验 (GLDPC) 码的概念由 Tanner 于 1981 年首次提出^[1], 后由 Lentmaier 和 Boutros 等人分别于 1999 年前后进一步推广^[2,3]. 在 GLDPC 码中, 传统 LDPC 码奇偶校验矩阵中的单奇偶校验 (Single Parity-Check, SPC) 关系被替换为某一线性分组码 (即所谓分量码) 的奇偶校验矩阵. 相应地, 原 LDPC 码 Tanner 图中的校验节点被替换为 GLDPC 码 Tanner 图中的分量码节点. 译码时, GLDPC 码以软输入软输出 (Soft-In Soft-Out, SISO) 分量码译码器代替原 LDPC 码中的校验节点作为其基本译码单元, 采用基于置信传播的译码方法在 Tanner 图上进行译码, 其译码过程与 LDPC 码类似^[2]. 与 LDPC 码相比, GLDPC 码采用了具有更高纠错性能的线

性分组码代替 SPC 码, 具有更好的译码性能^[4]. 尽管目前对 GLDPC 码的研究远未及 LDPC 码研究开展的广泛, 但 GLDPC 码具有较好的译码性能, 在码长、分量码选择上具有较大灵活性, GLDPC 码将在数字电视广播、深空通信等方面得到广泛的应用^[5].

GLDPC 码的译码性能和计算复杂度高度依赖于分量码及相应的译码算法. 在已有文献中, GLDPC 码的分量码均选择传统的线性分组码, 如汉明码^[2,3]、BCH 码^[4]等. 为获取较好的译码性能, 分量码译码时通常采用可实现最大后验 (Maximum A Posteriori, MAP) 译码的 BCJR 算法或其它基于格形图的 SISO 译码算法^[6], 其译码复杂度较高. LDPC 码实用化过程中所面临的一个主要瓶颈是其线性复杂度编码器的设计^[7,8], 而 GLDPC 码也面临类似的问题^[9]. 针对目前文献中 GLDPC 码的上

述特点,本文从降低编、译码复杂度的角度出发,以之型(Zigzag)码为分量码,在低密度生成矩阵(Low-Density Generator Matrix, LDGM)码的基础上构造了一种具有系统码形式的 GLDPC 码,称之为 Zigzag-based Systematic GLDPC(ZS-GLDPC)码. 与传统的 GLDPC 码不同, ZS-GLDPC 码以 LDGM 的 Tanner 图为基础进行构建,具有系统码的形式,同时具有线性编码复杂度的优点.

2 ZS-GLDPC 码的构造

LDGM 码作为一类具有系统码形式的特殊 LDPC 码,可直接根据生成矩阵进行编码,具有线性编码复杂度^[10]. 文献[11]提出的之型码具有树形 Tanner 图,可以采用和积译码算法(Sum-Product Algorithm, SPA)实现 MAP SISO 译码,复杂度低于 BCJR 算法. 受此启发,我们利用之型码的校验关系替代 LDGM 码中的 SPC 校验关系,构建了具有系统码形式的 ZS-GLDPC 码,其 Tanner 图如图 1 所示. 图 1 中信息节点 $u_1, u_2, \dots, u_K$ 对应待编码的 K 个信息比特. M 个分量码均由参数为 (I, J) 的之型码构成. 每个分量码节点通过交织器 Π 中的边与 IJ 个不同的信息节点连接,而每个信息节点则与 d_u 个不同的分量码节点连接. 显然 ZS-GLDPC 码的参数应满足 $MIJ = Kd_u$. ZS-GLDPC 码为系统码,其编码速率为 $R = K/N = K/(K + MI) = J/(d_u + J)$.

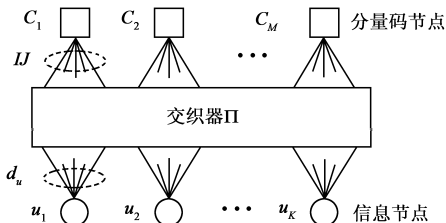


图1 ZS-GLDPC码的Tanner图

图 2 给出了第 m 个分量码 C_m 的 Tanner 图, $m = 1, 2, \dots, M$. 图 2 中“田”定义为校验节点,“•”定义为奇偶节点,对应分量码编码后所输出的奇偶校验比特. 将 C_m 的第 i 个校验节点记为 $ch_{m,i}$, 第 i 个奇偶节点记为 $p_{m,i}^z$. 通过交织器 Π 与 $ch_{m,i}$ 相连的信息节点共有 J 个, 记为 $u_{m,i}^j, j = 1, 2, \dots, J, i = 1, 2, \dots, I$. 分量码 C_m 的校验关系可参见文献[11].

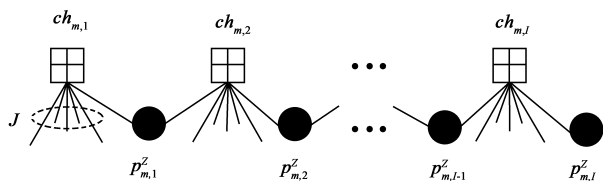


图2 分量码节点 C_m 的Tanner图

ZS-GLDPC 码可根据图 1、2 给出的结构进行编码, 编码时所需的模 2 加法操作次数为:

$$[J - 1 + J \times (I - 1)] \times M = [IJ - 1] \times M = K \times d_u \times (1 - \frac{1}{IJ}) \quad (1)$$

文献[11]中提出的并行级联 Zigzag 码和文献[12]中提出的多维累加型交叉并联单奇偶校验(M-ACPC-SPC)码均可视为 ZS-GLDPC 码的特例,其参数分别满足 $M = d_u, I = K/J$ 和 $M = K/J, I = d_u$. 而如果 $M = 1$, ZS-GLDPC 码也可视为一类所有信息节点度均为 d_u 的系统 IRA 码.

3 ZS-GLDPC 码的译码

GLDPC 码可在其 Tanner 图上实现基于消息传递的迭代译码,其过程与 LDPC 码类似. ZS-GLDPC 码信息节点的译码方式与 LDPC 码的变量节点相同,而分量码节点的译码方法则直接由分量码的 SISO 译码器决定. ZS-GLDPC 码的分量码为之型码,可利用基于双向消息传递原则^[13]的 SPA 实现低复杂度的 MAP SISO 译码.

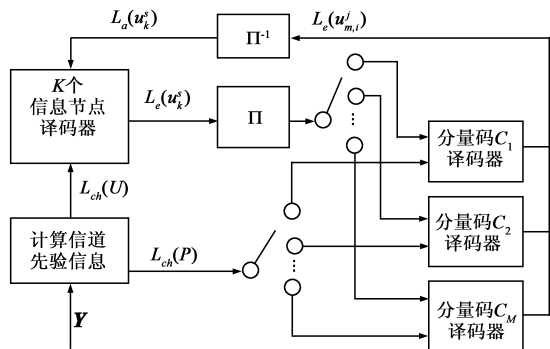


图3 ZS-GLDPC码的迭代译码过程

ZS-GLDPC 码采用 BPSK 调制,并在噪声双边功率谱密度为 $N_0/2$ 的 AWGN 信道中传输时,其迭代译码过程如图 3 所示,并可简述如下:

①根据接收信号矢量 $\mathbf{Y} = [y_1, y_2, \dots, y_N]$ 计算每个码字比特 c_n 的信道先验对数似然比(Log-Likelihood Ratio, LLR)信息为:

$$L_a^h(c_n) = \ln \frac{p(y_n | c_n = -1)}{p(y_n | c_n = +1)} = -4R \frac{E_b}{N_0} y_n, n = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

式(2)中, R 为编码速率, E_b/N_0 为比特信噪比, y_n 为 c_n 经过信道后的接收信号. 将码字 $\mathbf{C}$ 中所有信息比特的信道先验 LLR 记为 $L_{ch}(\mathbf{U})$, 分配到 K 个信息节点译码器中; 将码字 $\mathbf{C}$ 中所有奇偶校验比特的信道先验 LLR 记为 $L_{ch}(\mathbf{P})$, 分配到 M 个分量码译码器中.

②在第 t 次迭代中,对信息节点及分量码节点进行 SISO 译码. $1 \leq t \leq T$, T 为最大迭代次数.

对于信息节点 u_k , 将其在步骤 1 中从 $L_{ch}(\mathbf{U})$ 获得的信道先验 LLR 记为 $L_{ch}(u_k)$, 将其从解交织器 Π^{-1} 得

到的先验 LLR 信息记为 $L_a^s(u_k)$, $s = 1, 2, \dots, d_u$, $k = 1, 2, \dots, K$. 当 $t = 1$ 时, $L_a^s(u_k)$ 均初始化为 0. u_k 的译码器利用 $L_a^s(u_k)$ 及 $L_{ch}(u_k)$ 进行译码, 计算 u_k 与分量码节点之间的 d_u 条边上的外信息, 即:

$$L_e^s(u_k) = L_{ch}(u_k) + \sum_{\beta=1, \beta \neq s}^{d_u} L_a^\beta(u_k), \quad (3)$$

$$s = 1, 2, \dots, d_u, k = 1, 2, \dots, K$$

信息节点译码结束后, 将 Kd_u 个外信息进行交织, 分配到 M 个分量码译码器中构成先验信息.

对于分量码节点 C_m , 将其在步骤 1 中获得的奇偶比特的信道先验 LLR 信息表示为 $L_{ch}(p_{m,i}^z)$, 将其从交织器 Π 得到的先验 LLR 信息表示为 $L_a(u_{m,i}^j)$, $j = 1, 2, \dots, J$, $i = 1, 2, \dots, I$, $m = 1, 2, \dots, M$. 分量码 C_m 的译码器以 $L_{ch}(p_{m,i}^z)$ 、 $L_a(u_{m,i}^j)$ 作为输入软信息, 根据文献 [13] 给出的双向消息传递原则, 在图 2 上利用 SPA 进行译码, 计算出 C_m 与信息节点之间的 IJ 条边上的外信息, 记为 $L_e(u_{m,i}^j)$. 然后将分量码译码器输出的 MIJ 个外信息解交织, 分配到 K 个信息节点译码器中作为其先验信息. 若只关心信息比特的译码结果, ZS-GLDPC 码在分量码节点中也无须计算奇偶校验比特的外信息. 由于分量码采用了基于双向消息传递原则的译码算法, ZS-GLDPC 码完成一次迭代译码的时延将随 I 的值呈线性增长关系.

③完成 T 次迭代后, 计算 u_k 的 LLR 信息:

$$L(u_k) = L_{ch}(u_k) + \sum_{s=1}^{d_u} L_a^s(u_k), k = 1, 2, \dots, K \quad (4)$$

然后对 $L(u_k)$ 进行硬判决, 得到估计的信息比特 $\hat{u}_k$.

表 1 给出了 ZS-GLDPC 码、(3,6) 规则 LDPC 码及基于 (15,11) 汉明分量码的 GLDPC 码 [2] 的译码运算量. ZS-GLDPC 码在分量码节点译码时, 可利用查表的方法完成所有“田”节点的运算: $\ln[\tanh^{-1}(\cdot)]$ 运算及 $\ln[\tanh(\cdot)]$ 运算均可通过查表完成, 对于形如 $\gamma = 2 \tanh^{-1}[\tanh(\cdot) \tanh(\cdot)]$ 的“田”运算, 需要进行 1 次加法运算和 3 次查表运算. 而每个信息节点译码时, 需要 $2d_u$ 次加法. LDPC 码同样采用查表的方法完成“田”节点的运算. 汉明分量码采用文献 [6] 给出的基于网格的 SISO 译码算法.

表 1 ZS-GLDPC 码的译码运算量

(单位: 操作次数/每次迭代/每信息比特)

	ZS-GLDPC $d_u = J = 5, I = 8$	LDPC 码 $d_v = 3, d_c = 6$	GLDPC 码
查表	$[I(2J+1)+4(I-1)]d_u/(IJ) = 14.5$	$2d_c = 12$	
乘法			100.182
加法	$[I(3J+4)-J-5]d_u/(IJ)+2d_u = 27.75$	$2d_c+4d_v = 24$	49.09

从表 1 中可以看出, ZS-GLDPC 码的译码复杂度取决于其参数 d_u 、 J 和 I . 与基于 (15,11) 汉明分量码的 GLDPC 码相比, ZS-GLDPC 码具有较低的译码复杂度. 与

(3,6) 规则 LDPC 码相比, $d_u = J = 5, I = 8$ 的 ZS-GLDPC 码译码复杂度有少许增加. 若需要对校验比特进行判决, 表 1 中 ZS-GLDPC 码的查表及加法运算将各增加 d_u/J 次操作.

4 ZS-GLDPC 码的性能分析

4.1 ZS-GLDPC 码的联合界分析

在较高信噪比下, 通过仿真获取误比特率性能所需数据量极大, 此时可采用联合界计算其平均误比特率 (Bit Error Probability, BEP) 的上界 [14]. 由图 1 可看出, ZS-GLDPC 码可等效为一个系统串行级联码, 其外码为重复 d_u 次的重复码, 而内码由 M 个相互独立的之型码的奇偶校验部分共同构成, 内码与外码之间通过交织长度为 Kd_u 的交织器 Π 连接.

基于以上分析, 我们推导了 ZS-GLDPC 码的输入冗余重量枚举函数 (Input-Redundancy Weight Enumerating Function, IRWEF), 利用联合界技术对该码在高信噪比下的平均误比特率性能进行了分析. 需要说明的是, 本文针对 ZS-GLDPC 码的联合界分析是在均匀交织器的假设下进行的, 没有限定交织器 Π 中的连接关系, 因此该联合界分析给出的是 ZS-GLDPC 码在所有可能码字上的平均性能.

首先分别推导外码的输入输出重量枚举函数 (Input-Output Weight enumerating Function, IOWEF) 和内码的 IRWEF. 重复码的 IOWEF 为:

$$A^{rep}(W, H) = \sum_{w=0}^K \sum_{h=0}^{Kd_u} A_{w,h}^{rep} W^w H^h = \sum_{w=0}^K \sum_{h=0}^{Kd_u} \binom{K}{w} \delta(h, wd_u) W^w H^h \quad (5)$$

其中 $\delta(\cdot)$ 为 Kronecker delta 函数. 将参数为 (I, J) 的之型码的 IRWEF 记为 $A^{C(I)}(H, Z)$, $A^{C(I)}(H, Z)$ 可由参数为 $(I-1, J)$ 的之型码的 IRWEF 递归得到 [11]. 则 M 个相互独立的之型码的 IRWEF 为:

$$A^{M-C(I)}(H, Z) = \sum_{h=0}^{Kd_u} \sum_{z=0}^M A_{h,z}^{M-C(I)} H^h Z^z \quad (6)$$

$$A_{h,z}^{M-C(I)} = \text{coef}([A^{C(I)}(H, Z)]^M, H^h Z^z)$$

式 (6) 中 $\text{coef}(F(x, y), x^a y^b)$ 表示多项式 $F(x, y)$ 中 $x^a y^b$ 的系数. 定义 ZS-GLDPC 码的 IRWEF 的系数为 $A_{w,z}$, 假设 ZS-GLDPC 码采用的交织器为均匀交织器, 则由串行级联码的理论可以得到 [15]:

$$A_{w,z} = \sum_{h=0}^{Kd_u} A_{w,h}^{rep} \times A_{h,z}^{M-C(I)} \binom{Kd_u}{h} \quad (7)$$

应用联合界技术 [14,15], 由式 (5~7) 可得, ZS-GLDPC 码在 AWGN 信道下采用 BPSK 调制时的 BEP 联合上界为:

$$P_b \leq \frac{1}{2} \sum_{w=1}^K \frac{w}{K} \sum_{z=0}^M \frac{\binom{K}{w} \times A_{wd_u,z}^{M-C(I)}}{\binom{Kd_u}{wd_u}}$$

$$\times \operatorname{erfc}\left(\sqrt{(w+z)R\frac{E_b}{N_0}}\right) \quad (8)$$

其中 $\operatorname{erfc}()$ 为互补误差函数. 由于在高信噪比区域, BEP 的上界主要由低码重码字的分布比例决定, 考虑到运算复杂度, 我们对式(8)中的求和项进行截断处理, 只对满足 $w=1, 2, 3$ 的所有项求和.

图 4 给出了码率为 0.5 的几种 ZS-GLDPC 码的 BEP 上界, 同时给出了相应的误比特率 (Bit Error Rate, BER) 计算机仿真结果, 最大迭代次数为 50. 仿真时, 对每一个输入信息序列均随机产生一个交织器, 以评估 ZS-GLDPC 码在不同随机交织器上的平均 BER 性能. 由于联合界在低于截止速率门限的信噪比区域发散^[15], 图 4 中仅给出 $E_b/N_0 > 2.5\text{dB}$ 时的结果. 如图 4 所示, 较高信噪比下的 BEP 上界与 BER 仿真结果基本一致, 联合界结果可较好地预测 ZS-GLDPC 码在不同随机交织器上的平均 BER 性能.

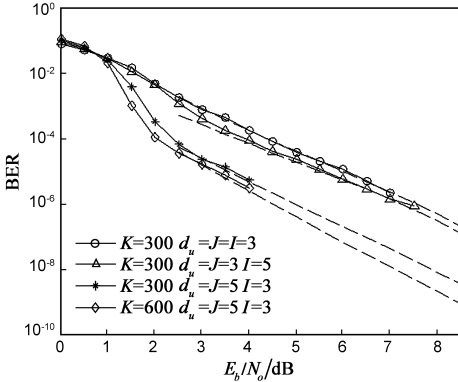


图 4 基于均匀交织器的 ZS-GLDPC 码译码性能分析 (虚线为 BEP 上界)

表 2 给出了在高信噪比下, 不同参数组合的 0.5 码率 ZS-GLDPC 码利用式(8)得到的平均 BER 值. 可以看出, 对于相同的参数的 ZS-GLDPC 码, 其错误平层随输入信息序列长度 K 的增大而下降. 当 K 相同时, 可观察到以下现象: 若 d_u 相同, 其错误平层随 I 的增大而有所降低; 而对于相同的 I 值, d_u 较大的码错误平层较低. 因此为获取较低的错误平层, 可选择较大的 I 和 d_u .

表 2 ZS-GLDPC 码的平均 BER (由联合界得到)

参数	$E_b/N_0 = 3\text{dB}$	$E_b/N_0 = 4\text{dB}$	$E_b/N_0 = 5\text{dB}$
$K = 300, d_u = J = 4, I = 4$	6.1×10^{-5}	1.5×10^{-5}	3.8×10^{-6}
$K = 301, d_u = J = 4, I = 7$	2.0×10^{-5}	6.4×10^{-6}	2.2×10^{-6}
$K = 300, d_u = J = 5, I = 5$	6.7×10^{-6}	1.7×10^{-6}	4.1×10^{-7}
$K = 300, d_u = J = 6, I = 5$	1.5×10^{-6}	3.3×10^{-7}	7.8×10^{-8}
$K = 600, d_u = J = 4, I = 4$	3.9×10^{-5}	7.9×10^{-6}	1.7×10^{-6}
$K = 602, d_u = J = 4, I = 7$	9.2×10^{-6}	2.6×10^{-6}	7.6×10^{-7}
$K = 600, d_u = J = 5, I = 5$	3.0×10^{-6}	6.3×10^{-7}	1.3×10^{-7}

4.2 ZS-GLDPC 码的密度进化分析

ZS-GLDPC 码在译码时采用了基于 SPA 的迭代译码算法, 可以通过 LDPC 码常用的密度进化方法^[16]对其迭代译码收敛门限进行分析. 基于计算复杂度的考虑, 本

文对译码过程中 LLR 信息的概率密度分布进行了高斯近似 (Gaussian Approximation, GA)^[17], 即假定迭代译码中的 LLR 信息服从一致高斯分布 $N(m, \sigma_L^2)$, 并有 $m = \sigma_L^2/2$. 进行基于 GA 的密度进化分析时, 假定发送全 0 码字, 并采用 BPSK 调制. 若信道中高斯白噪声的方差为 σ^2 , 则信道先验 LLR 信息服从高斯分布 $N(2/\sigma^2, 4/\sigma^2)$. 每次迭代中需要完成的均值更新包括: 信息节点运算过程中的均值更新和分量码节点译码过程中的均值更新.

在第 t ($t \geq 1$) 次迭代译码中, 定义信息节点的输入 LLR 信息均值为 $m_{u,in}^{t-1}$, 输出的 LLR 信息均值为 $m_{u,out}^t$. 信息节点的均值更新规则为

$$m_{u,out}^t = (d_u - 1)m_{u,in}^{t-1} + 2/\sigma^2 \quad (9)$$

当 $t = 1$ 时, 有 $m_{u,in}^0 = 0$. 在分量码节点中, 奇偶节点的先验 LLR 信息均值为 $2/\sigma^2$, 由信息节点输入到各个校验节点的 LLR 信息均值为 $m_{c,i}^t$; 而由 I 个校验节点输出的 LLR 信息的均值各不相同, 分别定义为 $m_{c,i}^t, i = 1, 2, \dots, I$. 由图 2 可知, 分量码译码时的运算包括校验节点的“田”运算以及奇偶节点的加法运算, 两种运算的均值更新过程可参考文献^[17]的更新规则进行. 完成分量码节点内部的均值更新后, 分量码节点输出到变量节点的信息均值更新规则为:

$$m_{u,in}^t = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I m_{c,i}^t \quad (10)$$

T 次迭代后, 由密度进化得到的 BER 值为:

$$\text{BER} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{d_u m_{u,in}^T + 2/\sigma^2}{4}}\right) \quad (11)$$

在进行密度进化分析时, 逐步增大信噪比, 当信噪比超过某个值时, 由式(11)得到的 BER 值会迅速下降, 此时的信噪比即迭代译码收敛门限值.

我们对码率为 0.5 的 ZS-GLDPC 码进行了基于 GA 的密度进化分析, 其结果如表 3 所示. 分析时, 迭代次数为 200 次, E_b/N_0 的取值间隔为 0.02dB. 由表 3 可以看到, 当 d_u 相同时, 收敛门限值随 I 的减小而略有下降; 而对于相同的 I , d_u 较小的码具有较小的收敛门限值. 但由表 2 给出的联合界分析结果可知, 较小的 I 、 d_u 会导致较高的错误平层, 即 ZS-GLDPC 码存在迭代译码收敛门限与错误平层的折衷, 需要根据系统对误码性能的具体要求来确定参数.

表 3 ZS-GLDPC 码的收敛门限 (E_b/N_0 : dB)

参数	$d_u = J = 4, I = 4$	$d_u = J = 4, I = 7$	$d_u = J = 5, I = 4$	$d_u = J = 5, I = 5$	$d_u = J = 5, I = 6$
门限	0.72	0.84	0.78	0.84	0.88

5 仿真分析

为评估 ZS-GLDPC 码的误比特率性能, 我们对 ZS-

GLDPC 码进行了计算机仿真. 所仿真的编码结构的码率均为 0.5, 并假设所有码字均采用 BPSK 调制后在 AWGN 信道下传输. 根据第 2 小节的描述, ZS-GLDPC 码的边交织器需要保证每个信息节点连接到 d_u 个不同的分量码节点上. 在对每一种参数的 ZS-GLDPC 码进行仿真时, 均随机构建了 5 个满足要求的交织器, 然后给出这 5 个编码结构仿真结果的平均值.

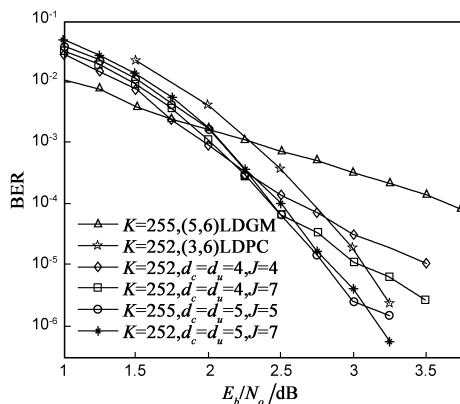


图5 不同参数ZS-GLDPC码的性能比较

图 5 对不同参数的 ZS-GLDPC 码与规则 (3,6) LDPC 码、规则 (5,6) LDGM 码的性能进行了比较. ZS-GLDPC 码的码率为 0.5, 译码时迭代 80 次. 如图 5 所示, ZS-GLDPC 码的错误平层均低于 LDGM 码. $K=252$ 的 ZS-GLDPC 码在选用不同参数时, 其 BER 曲线存在错误平层区域与瀑布区的性能折衷, 进一步验证了第 4 小节的分析结论: 在所仿真的 ZS-GLDPC 码中, $d_u = J=4, I=4$ 的结构在瀑布区出现时所需信噪比最小, 但其错误平层最高; 参数为 $d_u = J=5, I=7$ 的 ZS-GLDPC 码瀑布区出现时的信噪比相对较大, 但在仿真的范围内没有出现明显的错误平层. 当 $\text{BER} = 10^{-4}$ 时, $d_u = J=5, I=5$ 的 ZS-GLDPC 码相对于 (5,6) LDGM 码约有 1.2dB 的增益; 而当 $\text{BER} = 10^{-5}$ 时, $d_u = J=5, I=7$ 的 ZS-GLDPC 码相对于 (3,6) LDPC 码约有 0.25dB 的增益.

图 6 中所仿真的 ZS-GLDPC 码的参数分别为 ($K=300, d_u = J=5, I=6$)、($K=301, d_u = J=5, I=7$) 和 ($K=900, d_u = J=5, I=6$), 译码时均迭代 50 次. 如图 6 所示, $K=300$ 的 ZS-GLDPC 码与相同长度的并行级联 Zigzag 码^[11]相比, 两者在瀑布区性能接近, 但 ZS-GLDPC 码的错误平层更低. $K=301$ 的非规则 LDPC 码的仿真结果均从文献[18]中得到. 可以看到, $K=301$ 的 ZS-GLDPC 码的性能优于这两种非规则 LDPC 码: 当 $\text{BER} = 10^{-4}$ 时, ZS-GLDPC 码相对于随机构建的非规则 LDPC 码大约有 0.5dB 的增益; 当 $\text{BER} = 10^{-6}$ 时, ZS-GLDPC 码相对于文献[18]构造的非规则 LDPC 码大约有 0.3dB 的增益. $K=900$ 的 ZS-GLDPC 码与文献[19]中给出的 IRA 码相比, 瀑布区的性能稍差, 但具有相对较低的错误平层.

图 7 给出了 ZS-GLDPC 短码的仿真结果, 并与文献[20]设计的短码进行了比较. ZS-GLDPC 码的参数为 $d_u = J=5, I=6$, 迭代 60 次. 如图 7 所示, 在仿真的范围内, 两种编码结构均未出现较明显的错误平层, ZS-GLDPC 码在瀑布区的性能略优.

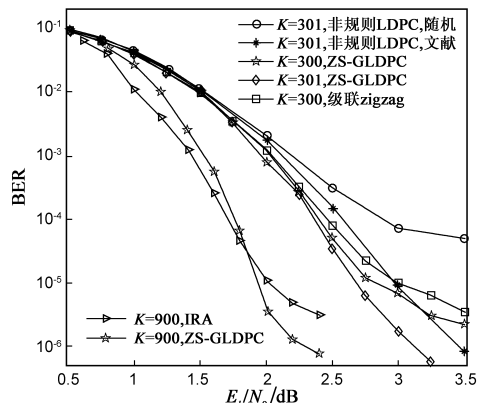


图6 ZS-GLDPC码性能仿真($d_u=J=5, I=7, 6$)

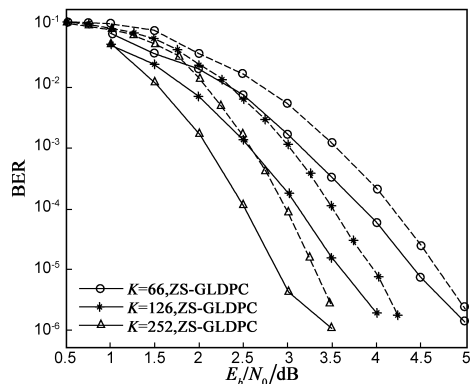


图7 ZS-GLDPC码性能仿真($d_u=J=5, I=6$, 虚线为文献[20]的结果)

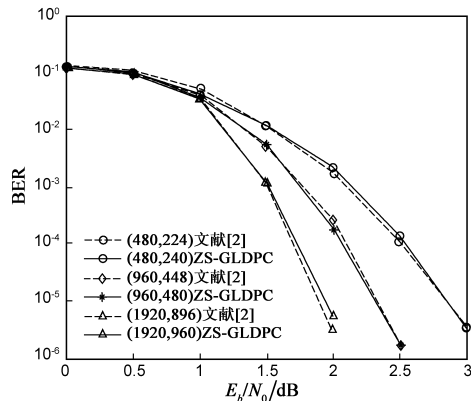


图8 ZS-GLDPC码性能仿真($d_u=J=5, I=8$)

图 8 对不同码长的 ZS-GLDPC 码与文献[2]中基于 (15, 11) 汉明码的 GLDPC 码的性能进行了比较. ZS-GLDPC 码的参数为 $d_u = J=5, I=8$, 迭代 100 次. 由图 8 可见, 该 ZS-GLDPC 码的 BER 性能接近于基于 (15, 11) 汉明分量码的 GLDPC 码, 而且 ZS-GLDPC 码的码率略高于后者, 并具有更低的译码复杂度.

6 结论

本文提出了一种具有线性编码复杂度的信道编码——ZS-GLDPC 码,并利用联合界技术和基于高斯近似的密度进化方法分别分析了该码在高信噪比区域的平均误比特率性能和迭代译码收敛门限.分析及仿真结果表明,ZS-GLDPC 码的编、译码复杂度以及误比特率性能与其所选择的参数有关.若选择适当的参数,中短码长的 ZS-GLDPC 码的性能优于或近于规则(3,6)LDPC 码和基于汉明码的 GLDPC 码.在后续工作中,将对基于非规则 LDGM 码构建的 ZS-GLDPC 码进行设计与分析.

参考文献:

- [1] R M Tanner. A recursive approach to low complexity codes [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1981, 27(5): 533 – 547.
- [2] M Lentmaier, K S Zigangirov. On generalized low-density parity-check codes based on Hamming component codes [J]. IEEE Communication Letters, 1999, 3(8): 248 – 250.
- [3] J Boutros, O Pothier, G Zemor. Generalized low density (Tanner) codes [A]. Proceedings of IEEE ICC'99 [C]. Vancouver: IEEE Press, 1999. 441 – 445.
- [4] N Miladinovic, M P C Fossorier. Generalized LDPC codes and generalized stopping sets [J]. IEEE Transactions on Communication, 2008, 56(2): 201 – 212.
- [5] T M N Ngatched, F Takawira. Efficient decoding of generalized low-density parity-check codes based on long component codes [A]. Proceedings of IEEE WCNC 2003 [C]. New Orleans: IEEE Press, 2003. 705 – 710.
- [6] T Johansson, K Zigangirov. A simple one-sweep algorithm for optimal APP symbol decoding of linear block codes [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1998, 44(7): 3124 – 3129.
- [7] 彭立, 朱光喜. 基于 Q-矩阵的 LDPC 码编码器设计 [J]. 电子学报, 2005, 33(10): 1734 – 1740.
Peng Li, Zhu Guang-xi. An exploit of designing encoder for LDPC codes based on Q-matrix [J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(10): 1734 – 1740. (in Chinese)
- [8] 彭立, 朱光喜, 吴晓晓. 基于等差数列的 LDPC 码编码器设计 [J]. 电子学报, 2007, 35(5): 950 – 954.
Peng Li, Zhu Guang-xi, Wu Xiao-xiao. A designing method of LDPC encoder based on algorithm sequence [J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(5): 950 – 954. (in Chinese)
- [9] T Zhang and K K Parhi. A class of efficient-encoding generalized low-density parity check codes [A]. Proceedings of IEEE ICASSP'01 [C]. Salt Lake City: IEEE Press, 2001. 2477 – 2480.
- [10] M Gonzalez-Lopez, F J Vazquez-Araujo, L Castedo, et al. Serially-concatenated low-density generator matrix (SCLDGM) codes for transmission over AWGN and Rayleigh fading channels [J]. IEEE Transactions on Wireless Communication, 2007, 6(8): 2753 – 2758.
- [11] L Ping, X Huang, N Phamdo. Zigzag codes and concatenated zigzag codes [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(2): 800 – 807.
- [12] Guo Kai, Chen Yan-Hui, Li Jian-Dong. Multiple accumulated-crossover parallel concatenated spc codes [J]. Science in China Series F-Information Sciences, 2009, 52(5): 894 – 898.
- [13] F R Kschischang, B J Frey. Iterative decoding of compound codes by probability propagation in graphical models [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 1998, 16(2): 219 – 230.
- [14] 王新梅, 肖国镇. 纠错码—原理与方法 [M]. 陕西西安: 西安电子科技大学出版社, 2003.
- [15] S Benedetto, D Divsalar, G Montorsi, et al. Serial concatenation of interleaved codes: Performance analysis, design, and iterative decoding [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1998, 44(3): 909 – 926.
- [16] T J Richardson, R L Urbanke. The capacity of low-density parity-check codes under message-passing decoding [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(2): 599 – 618.
- [17] S Y Chung, T J Richardson, R L Urbanke. Analysis of sum product decoding of low-density parity-check codes using a Gaussian approximation [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(2): 657 – 670.
- [18] A Ramamoorthy, R Wesel. Construction of short block length irregular low-density parity check codes [A]. Proceedings of IEEE ICC'04 [C]. Paris: IEEE Press, 2004. 410 – 414.
- [19] H Jin, A Khandekar, R McEliece. Irregular repeat-accumulate codes [A]. Proceedings of the 2nd International Symposium on Turbo Codes & Related Topics [C]. Brest, 2000. 1 – 8.
- [20] D Divsalar, S Dolinar, C Jones. Short protograph-based LDPC codes [A]. Proceedings of IEEE MILCOM 2007 [C]. Orlando: IEEE Press, 2007. 1 – 6.

作者简介:



李建东 男, 1962 年 10 月生于江苏阜宁. 博士、教授, 现任西安电子科技大学研究生院常务副院长和综合业务网理论和关键技术国家重点实验室主任、博士生导师. 国家杰出青年科学基金获得者, 总装部通信和信息安全专业专家组成员. 从事移动通信、个人通信、软件无线电、分组无线网、自组织网络、宽带无线 IP 技术等方面的研究. E-mail: jdli@mail.xidian.edu.cn

郭凯 男, 1982 年 5 月出生于山东淄博. 西安电子科技大学博士研究生. 研究方向为信道纠错编码与调制解调技术. E-mail: kguo1982@126.com

陈彦辉 男, 1972 年 12 月出生于江苏邳县. 2000 年在西安电子科技大学获工学博士学位, 教授. 主要研究领域为移动通信和通信信号处理. E-mail: yhchen@mail.xidian.edu.cn