

# 压缩感知信号盲稀疏度重构算法

张宗念<sup>1</sup>, 黄仁泰<sup>2</sup>, 闫敬文<sup>3</sup>

(1. 东莞理工学院电子工程学院, 广东东莞 523106; 2. 东莞理工学院计算机学院, 广东东莞 523106;  
3. 汕头大学电子工程系, 广东汕头 515063)

**摘要:** 研究压缩感知信号重构算法, 提出了一种不需要精确知道信号稀疏度的先验知识, 就能重构出目标信号的盲稀疏度迭代贪婪跟踪重构新算法. 采用分段的方法来逐段估计、扩充目标信号的真实支撑域, 并应用后向追踪思想, 自适应地调整候选序列, 以便每一次迭代时更加精确地估计真正的支撑域. 理论分析与实验证明, 算法性能超过了现有的迭代贪婪跟踪重构算法性能; 给出了迭代贪婪跟踪信号重构的统一框架, 正交匹配跟踪和子空间跟踪算法可以看成它的特例; 在计算复杂度和重构算法性能之间做出了最佳折衷; 有更强的实用性.

**关键词:** 压缩感知; 匹配跟踪; 盲稀疏度; 重构算法

**中图分类号:** TN911.73      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2011) 01-0018-05

## A Blind Sparsity Reconstruction Algorithm for Compressed Sensing Signal

ZHANG Zong-nian<sup>1</sup>, HUANG Ren-tai<sup>2</sup>, YAN Jing-wen<sup>3</sup>

(1. School of Electronics Engineering, Dongguan University of Technology, Dongguan, Guangdong 523106, China;  
2. School of Computer Science, Dongguan University of Technology, Dongguan, Guangdong 523106, China;  
3. Department of Electronics Engineering, Shantou University, Shantou, Guangdong 515063, China)

**Abstract:** A new blind sparsity iterative greedy reconstruction algorithm is presented based on studying the signal reconstruction algorithm for compressed sensing without the prior information of signal sparsity. A stage-wised and backtracking method is employed to adaptively adjust the candidate list at each iteration in order to estimate the true supporting set of the approximated signal. The theoretical analysis and experiment simulation prove that the performance of the algorithm outperforms that of the existing state-of-art iterative greedy matching pursuit algorithms, and provides a generalized greedy reconstruction framework. The orthogonal matching pursuit and subspace pursuit can be viewed as its special case, and it also gives the best trade-offs between computational complexity and reconstruction performance. This makes it a promising candidate for many practical applications for compressed sensing signal reconstruction.

**Key words:** compressed sensing; blind sparsity; matching pursuit; reconstruction algorithm

## 1 引言

继小波分析和多尺度几何分析之后, 2006年由Candès, Romberg, Tao<sup>[1~3]</sup>和Donoho<sup>[4,5]</sup>等正式提出了一种新颖的信号分析理论—压缩感知理论(Compressive Sensing). 其基本思想是: 只要信号本身或在某个变换域上是稀疏的或可压缩的, 那么就可用一个与变换矩阵不相关的测量矩阵将变换域的高维信号投影到一个低维空间上, 然后通过求解一个优化问题就能从少量的投影中以高概率重构出原信号. 在该理论框架下, 采样速率不取决于信号带宽, 而取决于信号本身的结构和内容. 压缩感知理论与传统的奈奎斯特采样定理不同, 它提出了将模拟信号直接采样压缩为数字形式的有效途径, 给

信号采样方法带来一次新的革命. 近两年, 国内学者也着手该领域的相关研究<sup>[6~11]</sup>.

压缩感知理论的主要研究内容包括信号的稀疏变换、测量矩阵设计、信号的重构算法等. 本文旨在研究信号的重构算法. 重构算法主要有两类, 一类是贪婪算法, 又称为匹配跟踪算法(MP)<sup>[12,13]</sup>, 它是直接求解 $l_0$ 范数最小化问题. 另一类是基跟踪算法(BP)<sup>[14]</sup>, 它是把 $l_0$ 范数最小化转化为 $l_1$ 范数最小化并通过线性规划(LP)<sup>[15~17]</sup>求解. 基跟踪算法比匹配跟踪算法所求的解更加精确, 但是需要更高的计算复杂度. 最近有些学者提出了一些匹配跟踪算法如正则化正交匹配跟踪法(ROMP)<sup>[18]</sup>、压缩抽样匹配跟踪法(CoSAMP)<sup>[19]</sup>和子空间跟踪法(SP)<sup>[20]</sup>, 这些算法与基跟踪算法一样可以保证

收敛,但是计算复杂度与正交匹配跟踪法(OMP)<sup>[21]</sup>相当.梯度跟踪算法(GP)<sup>[22~24]</sup>与MP类似但每次迭代时更新稀疏解矢量是通过计算有方向性的更新矢量的梯度或共轭梯度.互补匹配跟踪(CMP)<sup>[25]</sup>类似于匹配跟踪,它是在系数空间而不是信号空间实现的.所有这些匹配跟踪算法都需要稀疏度  $K$  作为精确重构的先决条件之一,然而,在实际应用中信号的稀疏度  $K$  通常是未知的.例如大多数自然图像信号在某一种去相关变换下(如小波变换)仅仅是可压缩的,而不是精确稀疏的,此类信号的稀疏度难以定义,更谈不上预先知道.现有的匹配跟踪算法通过修改后也可以处理这一问题,如OMP算法通过改变迭代的终止条件,然而,算法能否精确重构和稳定收敛是不确定的.有的算法如SP和CoSaMP预先对  $K$  进行猜测;此时,如果低估了  $K$  值,算法就会消除了精确重构的能力;如果高估了  $K$  值,算法的鲁棒性和重构精度都会下降.有鉴于此,本文基于SP算法设计了一种不需要预先精确知道信号稀疏度,即所谓的盲稀疏度重构新算法(以下简称 New Algr),理论分析与实验都证明了该算法是有效的、实用性更强.

## 2 压缩感知理论

对于  $N$  维任意矢量  $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^N$ ,用  $\text{supp}(\mathbf{x})$  表示  $\mathbf{x}$  的非零值的索引集合,  $|\text{supp}(\mathbf{x})| = \|\cdot\|$  表示  $\mathbf{x}$  的支撑集大小或  $l_0$  范数.假定未知信号  $\mathbf{x}$  有  $K$  个非零元素,即  $|\text{supp}(\mathbf{x})| = K$ ;定义  $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^M$  是  $\mathbf{x}$  的  $M$  个测量值,即  $\mathbf{y} = \Phi\mathbf{x}$ ,其中  $\Phi \in \mathbf{R}^{M \times N}$  称为抽样矩阵或测量矩阵.压缩感知信号恢复就是研究从  $M$  个测量值中重构出  $\mathbf{x}$ .实际上该问题是  $l_0$  范数最小化问题,即求  $\min \|\mathbf{x}\|_0$  使得  $\mathbf{y} = \Phi\mathbf{x}$ ,但是求解  $l_0$  范数最小化是一个 NP 问题,所以一般将  $l_0$  范数最小化转化为  $l_1$  范数最小化来求解,即求  $\min \|\mathbf{x}\|_1$  使得  $\mathbf{y} = \Phi\mathbf{x}$ .  $l_1$  范数最小化实际上是一个凸优化问题,可以用线性规划(LP)求解,该方法又称为  $l_1$ -LP 重构,其复杂度为  $O(N^3)$ ,重构精度由有限等距特性(RIP-restricted isometry property)决定.若定义矩阵  $\Phi \in \mathbf{R}^{M \times N}$  和集合  $I \subset \{1, \dots, N\}$ ,矩阵  $\Phi_I$  由  $I$  中下标为  $i$  的列向量构成,  $i \in I$ ,由  $\Phi_I$  张成的空间记为  $\text{span}(\Phi_I)$ ,则有如下结论:

(1) RIP 特性.对于支撑集  $I \subset \{1, \dots, N\}$ ,  $|I| \leq K$  和任意矢量  $\mathbf{q} \in \mathbf{R}^{|I|}$ ,  $K < M$ ,若下式成立  $(1 - \delta) \|\mathbf{q}\|_2^2 \leq \|\Phi_I \mathbf{q}\|_2^2 \leq (1 + \delta) \|\mathbf{q}\|_2^2$ ,则称矩阵  $\Phi$  满足以  $(K, \delta)$  为参数的有限等距特性,其中  $0 \leq \delta \leq 1$ .  $\forall |I| \leq K, \forall \mathbf{q} \in \mathbf{R}^{|I|}$ ,定义  $\delta$  的下确界  $\delta_K := \inf\{\delta: (1 - \delta) \|\mathbf{q}\|_2^2 \leq \|\Phi_I \mathbf{q}\|_2^2 \leq (1 + \delta) \|\mathbf{q}\|_2^2\}$ .

(2) RIP 和  $\Phi$  的特征值.若取样矩阵  $\Phi \in \mathbf{R}^{M \times N}$  满足参数为  $(K, \delta_K)$  的 RIP,那么对于所有  $I \subset \{1, \dots, N\}$ ,

$|I| \leq K, \lambda_{\min}$  和  $\lambda_{\max}$  分别表示  $\Phi$  的最小和最大特征值.则有  $(1 - \delta_K) \leq \lambda_{\min}(\Phi_I^T \Phi_I) \leq \lambda_{\max}(\Phi_I^T \Phi_I) \leq (1 + \delta_K)$ .

(3) 满足 RIP 的测量矩阵.已经证明满足 RIP 特性的矩阵大多是随机矩阵<sup>[4,5]</sup>.主要有两类矩阵,第一类是具有独立同分布,均值为零方差为  $1/N$  的高斯矩阵和柏努利分布的随机矩阵,它们以极高地概率满足 RIP 特性.此时  $K \leq CM/(\log(N/M))$ ,  $C$  由 RIP 参数决定.第二类是由傅立叶变换构成的随机矩阵,即从  $N \times N$  随机均匀分布的离散傅立叶变换矩阵中选出  $M$  个行向量构成的随机矩阵.只要  $K \leq CM/(\log(N))^6$ ,该矩阵将会以极高的概率满足 RIP 特性.

(4) 重构准确度和 RIP 之间的关系.若  $\Phi$  满足以  $\delta_K, \delta_{2K}, \delta_{3K}$  为参数的 RIP 特性,则有  $\delta_K + \delta_{2K} + \delta_{3K} < 1$ .此时  $l_1$ -LP 算法能够准确地重构  $K$  个稀疏信号.

$\delta_K$  的单调性.对于任意两个整数  $K \leq K'$ ,则有  $\delta_K \leq \delta_{K'}$ .

列矢量的近似正交性.若  $I, J \subset \{1, \dots, N\}$  为两个不相交的集合,即  $I \cap J = \emptyset$ ,且  $\delta_{|I|+|J|} < 1$ ,则对于任意矢量  $\mathbf{a} \in \mathbf{R}^{|I|}, \mathbf{b} \in \mathbf{R}^{|J|}$ ,有下列不等式成立  $|\langle \Phi_I \mathbf{a}, \Phi_J \mathbf{b} \rangle| \leq \delta_{|I|+|J|} \|\mathbf{a}\|_2 \|\mathbf{b}\|_2$  和  $\|\Phi_I^T \Phi_J \mathbf{b}\|_2 \leq \delta_{|I|+|J|} \|\mathbf{b}\|_2$ .该结论隐含着  $\delta_K \leq \delta_{2K} \leq \delta_{3K}$ ,或  $\delta_{3K} < 1/3$  是精确重构  $K$  稀疏信号的充分条件.

(5) 投影与余差的关系.若  $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^M, \Phi \in \mathbf{R}^{M \times N}$ ,假定  $\Phi_I^T \Phi_I$  是可逆的,定义  $\mathbf{y}$  在  $\text{span}(\Phi_I)$  上的投影为  $\mathbf{y}_p = \text{proj}(\mathbf{y}, \Phi_I) := \Phi_I \Phi_I^\dagger \mathbf{y}$ ,其中  $\Phi_I^\dagger := (\Phi_I^T \Phi_I)^{-1} \Phi_I^T$  为  $\Phi_I$  的伪逆矩阵,  $\Phi_I^T$  代表  $\Phi$  的转置矩阵.投影的余差为  $\mathbf{y}_r = \text{residue}(\mathbf{y}, \Phi_I) := \mathbf{y} - \mathbf{y}_p$ .

余差的正交性.对任一矢量  $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^M$ 、满列秩测量矩阵  $\Phi_I \in \mathbf{R}^{M \times |I|}$ ,若  $\mathbf{y}_r = \text{residue}(\mathbf{y}, \Phi_I)$ ,则有  $\Phi_I^T \mathbf{y}_r = 0$ .

投影余差的近似.若  $\Phi \in \mathbf{R}^{M \times N}$ ,两个互不相交的集合  $I, J \subset \{1, \dots, N\}, I \cap J = \emptyset$ .假定  $\delta_{|I|+|J|} < 1, \mathbf{y} \in \text{span}(\Phi_I), \mathbf{y}_p = \text{proj}(\mathbf{y}, \Phi_I), \mathbf{y}_r = \text{residue}(\mathbf{y}, \Phi_I)$ ,则下面 2 不等式成立  $\|\mathbf{y}_p\|_2 < (\delta_{|I|+|J|}/(1 - \delta_{|I|+|J|})) \|\mathbf{y}\|_2$  和  $(1 - (\delta_{|I|+|J|}/(1 - \delta_{|I|+|J|}))) \|\mathbf{y}\|_2 \leq \|\mathbf{y}_r\|_2 \leq \|\mathbf{y}\|_2$ .

## 3 压缩感知信号盲稀疏度重构算法

### 3.1 算法描述

压缩感知信号匹配跟踪重构算法可分为自上而下和自下而上两大类.自上而下的方法如 SP 和 CoSaMP 是通过向后追踪策略更加准确地确定原子的真正支撑域.自下而上的方法如 OMP 等是先假定一个可能解来估计稀疏度  $K$ ,之后一步一步地向前寻找最终解.本文的匹配跟踪盲稀疏度重构算法结合了上述两种方法优点的基础上而设计的.图 1 给出了算法组成框图.

算法的实现过程以及伪代码如下:

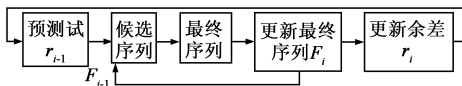


图1 算法组成框图

输入参数:测量矩阵  $\Phi$ , 测量矢量  $y$ , 步长  $s$ ; 输出为重构信号  $\hat{x}$ .

初始化:先假定初始值为  $\hat{x} = 0$ ; 初始余差  $r_0 = y$ ; 最后序列初始值为空  $F_0 = \emptyset$ ;  $I = |F_i|$  表示最终序列的大小. 对于矢量  $a$ , 函数  $\text{Max}(|a|, I)$  的返回值是对应于矢量  $a$  中绝对值最大的索引值. 对于集合  $\Lambda \in \{1, \dots, N\}$ ,  $\Phi_\Lambda$  是  $\Phi$  的子集合. 在第  $i$  次迭代时,  $S_i, C_i, F_i, r_i$  分别表示短序列、候选序列、最终序列和余差. 首先, 假设第一分段最后序列的大小  $I = s$ ; 迭代索引  $i = 1$ ; 分段索引  $j = 1$ .

迭代过程: 预测测试  $w_i = \text{Max}(|\Phi^T r_{i-1}|, I)$ ; 自适应地调整并确定候选序列  $C_i = F_{i-1} \cup w_i$ ; 自适应地调整并最终序列  $F = \text{Max}(|\Phi_{C_i}^T y|, I)$ ; 计算余差  $r = y - \Phi_r \Phi_r^T y$ . 判断: 如果终止条件为真, 则退出迭代; 若终止条件为假, 则进一步判断  $\|r\|_2 \geq \|r_{i-1}\|_2$ , 为真就进行分段转换, 并更新分段索引  $j = j + 1$  和最终序列大小  $I = j * s$ ; 否则, 更新最终序列  $F_i = F$  和余差  $r_i = r, i = i + 1$ , 进行下一次迭代, 直到满足终止条件为止. 最后输出信号逼近值  $\hat{x}_r = \Phi_r^T y$ .

在实际应用时, 要解决两个问题: 终止条件和步长如何确定? 这里采用余差能量小于某个门限的方法, 即  $\|r_i\| < \epsilon$ , 这里  $\epsilon = 0$  对应无噪声重构的情况, 有噪声的情况,  $\epsilon$  取为噪声能量. 至于步长,  $s < K$ . 为避免过估计, 当  $K$  未知时, 安全的选择是  $s = 1$ , 但是  $s$  太小, 迭代次数就多.  $s$  的取值应该由输入信号的幅度分布来决定. 怎样选取最佳  $s$  值是今后要研究的问题.

新算法采用了分段的方法来逐段扩充支撑域; 同时也采用了后向追踪思想, 以便每一次迭代时更加精确地估计真正的支撑域. 新算法最重要的特征在于它不需要输入参数  $K$ . 与 SiOMP 一样, 新算法采用了分段的方法来逐段扩大真实支撑域; 同时, 也采用了类似 SP/CoSAMP 新算法中的后向追踪思想来精确估计每次迭代时的真实支撑域. 从这个角度来说, 它是一种组合方法.

新算法提供了一个正交匹配跟踪 OMP 和子空间跟踪 SP 的一个统一框架. 当  $s = 1$  时, 新算法可以粗略地看成是在迭代过程中具有去除不良坐标提炼特性的正交匹配跟踪方法. 此时, 新算法总是比 OMP 更精确, 尽管它可能需要更多一些迭代次数. 另外, 当  $s = K$  时, 若测量矩阵满足 RIP 特性, 则新算法就变成 SP 算法. 此时, 新算法仅需要一个分段就能找到信号的稀疏近似. 当  $s < K$  时, 新算法的每一分段仍然采用与 SP 类似的

原理, 即确定真实支撑域上的部分坐标, 然后通过几次迭代后精确提炼此估计值. 然而, 新算法与 SP 的行为完全不同, 在每一分段, 新算法试图在支撑域上找到数目更少的坐标并期望有更高的准确度.

### 3.2 算法理论分析

**定理 1 (稀疏信号的精确重构)** 若  $x \in \mathbf{R}^N$  为  $K$  稀疏信号, 其测量值  $y = \Phi x$ . 定义迭代分段值  $K_s = s \lceil K/s \rceil$ . 如果传感矩阵  $\Phi$  满足参数  $\delta_{3K_s} < 0.06$  的 RIP 特性, 那么新算法能够保证经过有限次迭代后从  $y$  中精确重构出  $x$ . 这是基于如下公理.

**公理 1** 若传感矩阵满足上述 RIP 条件, 则有迭代分段值  $\lceil K/s \rceil$  等价于估计的稀疏度为  $K_s$  的 SP 算法 (除去它们有不同的初始最终序列和初始观察矢量). 经过  $\lceil K/s \rceil$  个分段, 新算法能够精确重构目标信号.

在分段  $\lceil K/s \rceil$ , 最终序列和短序列长度均为  $K_s \geq K$ . 算法的预测测试和在最终测试与 SP 算法类似, 唯一的区别是 SP 算法有空的初始最终序列和满的初始测量数据时, 分段  $\lceil K/s \rceil$  把最后一次迭代的最终序列和测量余差作为其初始值. 第二个内容的详细证明见文献 [18] 的定理 2 和 7.

**定理 2 (稀疏信号的稳定性)** 假设条件与定理 1 相同, 并假定测量矢量被噪声污染  $y = \Phi x + e$ , 噪声能量为  $\sigma^2$ . 若传感矩阵  $\Phi$  满足参数  $\delta_{3K_s} < 0.06$  的 RIP 特性, 那么新算法的信号逼近值  $\hat{x}$  满足下式  $\|x - \hat{x}\|_2 \leq c_{K_s}$ , 其中  $c_{K_s} = (1 + \delta_{3K_s}) / (\delta_{3K_s} (1 - \delta_{3K_s}))$ . 详细证明见文献 [20].

**定理 3 (压缩信号的稳定性)** 假设算法结束时, 最终序列的坐标数为  $K_{\text{stop}}$ . 与定理 2 的假设条件相同, 若传感矩阵满足参数  $\delta_{6K_{\text{stop}}} < 0.03$  的 RIP 特性, 那么新算法的信号逼近值  $\hat{x}$  满足下式  $\|x - \hat{x}\|_2 \leq c_{2K_{\text{stop}}} (\sigma + \sqrt{(1 + \delta_{6K_{\text{stop}}}) / K_{\text{stop}}}) \|x - x_{K_{\text{stop}}}\|_1$ . 详细证明见文献 [20].

上述定理是算法精确重构和收敛的充分条件. 这些条件比 SP 算法的条件更加严格, 因为稀疏度  $k$  总是小于或等于其估计值. 这可以认为是没有精确的信号稀疏度信息所付出的额外代价. 另一方面, 这些充分条件可能不是最优的或者不是足够严密, 因为这里仅仅考虑了最后阶段而忽视了前面各个分段对整体性能的影响. 详情需要进一步研究.

## 4 实验结果与分析

选取信号为高斯分布的稀疏信号, 长度  $N = 256$ . 测量矢量数目固定为  $M = 128$ , 测量矩阵由部分 FFT 构成的正交矩阵. 实验目的是对于给定的  $M$ , 观察精确重构的概率与信号稀疏度  $K$  之间的关系. 对于每一个  $K$  值进行 300 次实验, 从而求出精确重构概率, 实验结果见

图 2. 从图中可看出,新算法的重构概率超过了所有其它算法. 所有其它算法在  $K > 40$  时均失效, 而新算法直到  $K$  为 60 时仍然有效.

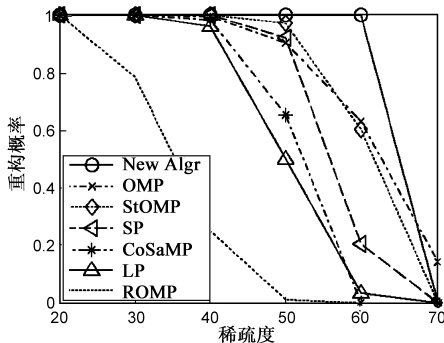


图2 重构概率与稀疏度的关系

取  $M \in \{50, 60, 70, 80, 90, 100\}$  实验. 对于每一个  $M$  值, 产生一个稀疏度为 20 的信号  $x$  及其测量值  $y$ . 然后利用上述算法重构  $x$ . 对于每一个  $M$  值, 重复实验 300 次, 然后计算信号精确重构概率, 实验结果见图 3. 从图上可看出, 对高斯信号, 新算法的性能最好. 有趣的是, 当测量矢量的数目不足以保证精确重构时, 新算法精确重构的概率取决于步长的大小. 步长越小, 精确重构的概率越大.

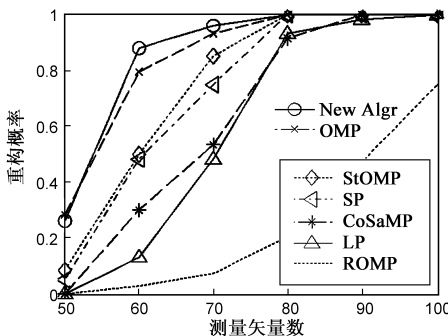


图3 重构概率与测量数目的关系

实验为 Lena 测试图像. 其中  $l_1$  最小化算法采用文献[23]中的 GPSR 方法. 测量矩阵用结构化的随机矩阵. 对于 SP 算法, 输入参数  $K$  的估计值可以设定为新算法检测到的非零元素的个数. 图 4 给出了重构图像信噪比与抽样率  $M/N$  之间的关系曲线. 图 5 给出了抽样率为 20% 时重构的 Lena 图像对比情况. 从图中可看出,

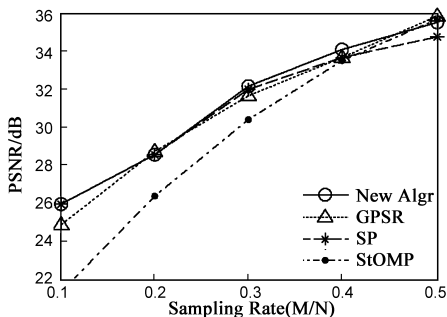


图4 重构图像信噪比与抽样率  $M/N$  的关系

新算法性能与 GPSR 和 SP 性能相当, 超过了 StOMP 性能. 这说明对于可压缩的自然图像信号而不是稀疏信号, 新算法性能并不突出. 这主要是由于新算法本身没有精确的信号稀疏度信息所付出的额外代价. 另外, 新算法重构的充分条件不是最优的或者不是足够严密的, 因为它仅仅考虑了在最后阶段而忽视了迭代过程中前面各个阶段对整体性能的影响. 还有当增加步长  $s$  时, 虽然使算法的迭代次数减少, 但是其性能会逐渐下降. 这就需要在计算复杂度和算法性能之间进行折衷. 如何确定最优步长值  $s$  是将来进一步研究的重要内容之一.



图5 抽样率为20%时重构的lena图像对比情况

## 5 结论

本文提出并实现了一种压缩感知信号盲稀疏度贪婪跟踪重构算法. 其主要特点是不需要预先知道原始信号的稀疏度信息就可以精确重构信号; 它不仅放松了现有贪婪跟踪算法的一般限制, 而且在没有增加计算复杂度的前提下, 其重构性能超过了所有现有的迭代贪婪跟踪算法性能. 另外, 新算法还给出了迭代贪婪重构算法的统一框架, 正交匹配跟踪和子空间跟踪可以看成它的特例; 在计算复杂度的和重构算法性能之间做出了最佳折衷; 它更加适合幅度快速下降的稀疏信号重构.

## 参考文献:

- [1] E Candès, J Romberg. Quantitative robust uncertainty principles and optimally sparse decompositions[J]. Foundations of Computational Mathematics, 2006, 6(2): 227 - 254.
  - [2] E Candès, J Romberg, T Tao. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Transaction on Information Theory, 2006, 52(2): 489 - 509.
  - [3] E Candès, T Tao. Near-optimal signal recovery from random projections; Universal encoding strategies? [J]. IEEE Transaction on Information Theory, 2006, 52(12): 5406 - 5425.
  - [4] D L Donoho. Compressed sensing[J]. IEEE Transaction on Information Theory, 2006, 52(4): 1289 - 1306.
  - [5] D L Donoho, Tsaig Y. Extensions of compressed sensing[J]. Signal Processing, 2006, 86(3): 533 - 548.
  - [6] 石光明, 刘丹华, 等. 压缩感知理论及其研究进展[J]. 电子学报, 2009, 37(5): 1070 - 1081.
- Shi Guang-ming, Liu Dan-hua. Advances in theory and applica-

- tion of compressed sensing[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(5): 1070 – 1081. (in Chinese)
- [7] 刘丹华, 石光明, 周佳社. 一种冗余字典下的信号稀疏解新方法[J]. 西安电子科技大学学报(自然科学版), 2008, 35(2): 228 – 232.  
Liu Dan-hua, Shi Guang-ming, Zhou Jia-she. New method for signal sparse decomposition over a redundant dictionary[J]. Journal of Xian University (Natural Science Edition), 2008, 35(2): 228 – 232. (in Chinese)
- [8] 傅迎华. 可压缩传感重构算法与近似 QR 分解[J]. 计算机应用, 2008, 28(9): 2300 – 2302.  
Fu Ying-hua. Reconstruction of compressive sensing and semi-QR factorization[J]. Computer Applications, 2008, 28(9): 2300 – 2302. (in Chinese)
- [9] 方红, 章权兵, 韦穗. 改进的后退型最优正交匹配追踪图像重建方法[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2008, 36(8): 23 – 27.  
Fang Hong, et al. Image reconstruction based on improved backward optimized orthogonal matching pursuit algorithm[J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2008, 36(8): 23 – 27. (in Chinese)
- [10] 谢胜利, 孙功宪, 等. 欠定和非完全稀疏性的盲信号提取[J]. 电子学报, 2010, 38(5): 1028 – 1031.  
Xie Shengli, Sun Gongxian, et al. Underdetermined and incompletely sparse blind signal extraction[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(5): 1028 – 1031. (in Chinese)
- [11] 章晋龙, 何昭水, 谢胜利. 基于遗传算法的有序盲信号提取[J]. 电子学报, 2004, 32(4): 616 – 619.  
Zhang Jinlong, He Zhaoshui, Xie Shengli. Sequential blind signal extraction in order based on genetic algorithm[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(4): 616 – 619. (in Chinese)
- [12] Mallat S, Z Zhang. Matching pursuit in a time-frequency dictionary[J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 1993, 41(12): 3397 – 3415.
- [13] K Schnass, P Vandergheynst. Dictionary preconditioning for greedy algorithms[J]. IEEE Transaction on Signal Process, 2008, 56(5): 1994 – 2002.
- [14] S S Chen, D L Donoho, M A Saunders, etc. Atomic decomposition by basis pursuit[J]. SIAM Journal of Scientific Computing, 1998, 20(1): 33 – 61.
- [15] D L Donoho. For most large underdetermined systems of linear equations the minimal L1-norm solution is also the sparsest solution[J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 2006, 59(6): 797 – 829.
- [16] J J Fuchs. Recovery of exact sparse representations in the presence of bounded noise[J]. IEEE Transaction on Information Theory, 2005, 51(10): 3601 – 3608.
- [17] E Candès, T Tao. Decoding by linear programming[J]. IEEE Transaction on Information Theory, 2005, 51(12): 4203 – 4215.
- [18] D Needell, R Vershynin. Uniform uncertainty principle and signal recovery via regularized orthogonal matching pursuit[J]. Foundations of Computational Mathematics, 2009, 9(3): 317 – 334.
- [19] D Needell, J A Tropp. CoSaMP: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2009, 26(3): 301 – 321.
- [20] W Dai, O Milenkovic. Subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(5): 2230 – 2249.
- [21] J A Tropp, A C Gilbert. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53(12): 4655 – 4666.
- [22] T Blumensath, M E Davies. Gradient pursuits[J]. IEEE Transactions on Signal Process, 2008, 56(6): 2370 – 2382.
- [23] M A T Figueiredo, R D Nowak, S J Wright. Gradient projection for sparse reconstruction: application to compressed sensing and other inverse problems[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2007, 1(4): 586 – 598.
- [24] P Tseng, S Yun. A coordinate gradient descent method for non smooth separable minimization[J]. Mathematical Programming, 2007, 117(8): 387 – 423.
- [25] G Rath, C Guillemot. Complementary matching pursuit algorithms for sparse approximation[J]. IEEE Transactions on Signal Process, 2008, 56(4): 2370 – 2382.

#### 作者简介:



张宗念 男, 1963年6月生于河北深州市。博士, 副教授。主要研究方向为小波分析与应用、图像处理。

E-mail: zongnian\_zhang@sohu.com



黄仁泰 男, 1964年12月生于广东省东莞市。硕士, 副教授。主要研究领域为嵌入式系统、计算机通信。

闫敬文 男, 1964年生于吉林磐石。博士, 教授, 博士生导师。目前主要研究方向为小波理论及其应用、超小波分析及应用、图像处理和图像分析、遥感图像处理等。