

一种基于预处理的 OFDM 低复杂度 频域线性均衡算法

何 晨,徐行辉,陈 勇,蒋铃鸽

(上海交通大学电子工程系,上海 200240)

摘 要: 针对高频段 OFDM 无线传输系统中严重的载波间干扰(Inter-Carrier Interference, ICI),提出了一种基于预处理的低复杂度频域线性均衡算法.在接收端先对各时刻的信道响应提取时变因子,进行一维时域滤波预处理;再用带状结构去近似提取时变因子后信道的频域矩阵,进行频域线性均衡.仿真结果表明,相对于 MMSE 算法,该算法以 1~2dB 的性能代价将系统复杂度降低到 10% 以下;相对于对信道信息进行部分丢弃的低复杂度算法,高信噪比时该算法可以不增加复杂度而获得 5dB 以上的性能增益.

关键词: 正交频分复用;载波间干扰;线性时变信道;频域线性均衡;预处理

中图分类号: TN911.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2011) 07-1481-05

A Low Complexity Frequency-Domain Linear Equalization Algorithm Based on Pre-processing in OFDM System

HE Chen, XU Xing-hui, CHEN Yong, JIANG Ling-ge

(Department of Electronic Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: Considering the serious Inter-Carrier Interference (ICI) in Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) wireless systems with high frequency, a low complexity frequency-domain linear equalization algorithm based on pre-processing is proposed. The new algorithm first extracts a time-variant factor from every channel response. Consequently, one-dimensional filtering pre-processing in time-domain can be achieved at the receiver. As for the time-variant channel after time-variant factor extraction, Banded structure is used to approximate its frequency response matrix, which achieves low complexity frequency-domain linear equalization at the receiver. The analysis and simulation results show that, the proposed algorithm can reduce the complexity to 10% or less at the cost of 1-2dB performance, relative to MMSE algorithm; the proposed algorithm can obtain at least 5dB relative performance gain with the same complexity, compared to the existing low complexity algorithm which discards part channel information.

Key words: OFDM; ICI; Linear Time-Variant (LTV) Channel; Frequency-domain Linear Equalization (FDLE); Pre-processing

1 引言

正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)具有传输速率高、容量大、频谱利用率高等特点,为了缓解低频段无线电频谱资源的使用竞争日益激烈的趋势和适应下一代无线通信中多媒体业务的需求,高频段(6~15GHz) OFDM 已经成为未来 4G 无线通信的关键技术之一.然而随着频率的提高,多普勒频移和收发两端本地振荡器之间的频率偏移会更加严重,这将会破坏 OFDM 子载波间的正交性,从而产生严重的

ICI,降低系统的性能.

关于 ICI 消除,国内外学者们进行了大量研究^[1-9].频域均衡^[2,3]的复杂度较高;时域加窗^[4]会削弱 OFDM 抗多径干扰能力;基于变换域滤波无法保证较好的性能;另外,ICI 自消除方案^[5]频谱利用率只有通常系统的二分之一.

本文提出了一种基于预处理的低复杂度频域线性均衡算法.该算法先对各时刻的信道响应提取无时延时变因子并在接收端进行一维时域滤波预处理;对于提取时变因子后的信道响应,采用其频域响应矩阵的带状近

似结构来实现均衡,消除残余的 ICI.新算法能在系统性能逼近 MMSE 算法的同时有效降低时间复杂度;对比已有的低复杂度算法,由于新算法的时域滤波预处理弱化了信道响应的时变特性,所以用带状结构对提取时变因子后的信道频域矩阵做近似处理时,丢弃的信道信息变小,从而实现以相当的时间复杂度获得较大的相对性能增益.

2 系统模型

具有 N 个子载波的 OFDM 系统基本框架如图 1 所示.

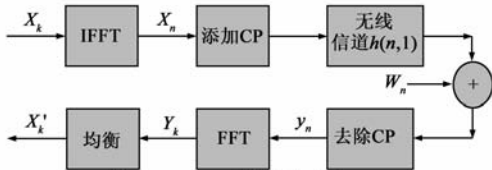


图1 OFDM系统基本框架

输入消息符号 $\mathbf{X} = [X_0, X_1, \dots, X_{N-1}]^T$ 经过 N 点 IFFT,得到时域 OFDM 符号 $\mathbf{x} = [x_0, x_1, \dots, x_{N-1}]^T$.加上循环前缀 (Cyc-lic Prefix, CP)后发射到无线信道进行传输.

假设信道是线性时变^[5,6]的,其时域冲激响应为 $h(n, l), 0 \leq n \leq N-1, 0 \leq l \leq L-1, h(i, l) \neq h(j, l), i \neq j$,其中 L 为信道多径数.则接收机移除 CP 后的信号可表示为

$$y_n = x_n * h(n, l) + w_n \quad (1)$$

其中 $*$ 表示 N 点循环卷积, w_n 为加性高斯白噪声 (AWGN).式(1)的向量形式为:

$$\mathbf{y} = \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{x} + \mathbf{w} \quad (2)$$

其中 $\mathbf{y} = [y_0, \dots, y_{N-1}]^T, \mathbf{w} = [w_0, \dots, w_{N-1}]^T$,由循环卷积特性可知:

$$\tilde{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} h(0,0) & 0 & \dots & h(0,2) & h(0,1) \\ h(1,1) & h(1,0) & \dots & h(1,3) & h(1,2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & h(L-1, L-1) & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & h(N-1, 1) & h(N-1, 0) \end{bmatrix} \quad (3)$$

又有 $\mathbf{x} = \mathbf{F}^{-1}\mathbf{X} \quad (4)$

其中 $\mathbf{F}^{-1} = \frac{1}{N}(g_{n,k})_{N \times N}, g_{n,k} = e^{j2\pi nk/N}, 0 \leq k, n \leq N-1$,表示 IFFT 变换矩阵.

对 $\{y_n\}$ 做 FFT 运算,得频域接收信号:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{F}\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{W} \quad (5)$$

其中 $\mathbf{Y} = [Y_0, Y_1, \dots, Y_{N-1}]^T; \mathbf{F}$ 为 \mathbf{F}^{-1} 的共轭转置,表

示 FFT 矩阵; $\mathbf{W} = \mathbf{F}\mathbf{w}$,表示频域 AWGN;信道频域响应矩阵 $\mathbf{H} = \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{F}^{-1}$. \mathbf{H} 的元素 $h_{k,m}$ 为

$$h_{k,m} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} h(n, l) e^{-j2\pi lm/N} e^{-j2\pi n(m-k)/N} \quad (6)$$

如果信道是时不变的,那么信道频域响应矩阵 \mathbf{H} 为一个对角矩阵.

如果信道是时变的,则信道频域响应矩阵 \mathbf{H} 不再是对角矩阵,这说明子载波的能量产生了泄漏,有

$$Y_k = h_{k,k}X_k + \sum_{m=0, m \neq k}^{N-1} h_{k,m}X_m + W_k \quad (7)$$

上式右侧第二项表征了其他子载波造成的 ICI 大小.

3 消除 ICI 的均衡算法

3.1 现有均衡算法

文献[6]中考虑了信道噪声因素,给出了一种 MMSE (Minimum Mean Square Error) 均衡算法.该算法可以获得很好的系统性能,但是需要计算 $O(N^3)$ 次复数乘法.

文献[7]先推导出 ICI 的相邻载波分布特性.在恢复信号 Y_k 时,仅利用了 \mathbf{H} 矩阵第 $(k-Q) \bmod N+1$ 行至第 $(k+Q) \bmod N+1$ 行的带状信道信息做 MMSE 均衡,提出了一种低复杂度 MMSE 算法 (LCMMSE),将频域均衡的复杂度降低为 $O(QN^2)$, Q 为带状宽度因子.由于没有利用全部的信道信息,该算法降低了性能.

文献[8]利用 ICI 主要来源于相邻子载波的特性,提出了一种 Q 抽头系数 MMSE 均衡 ICI 消除算法 (Q -Tap-MMSE),计算复杂度为 $O(Q^3N)$.

文献[9]根据 ICI 在相邻子载波间的分布特性.先用图 2 所示的带状结构去近似信道频域响应矩阵 \mathbf{H} ,再利用文献[7]中方法恢复信号 Y_k ,提出了一种新的 ICI 消除算法 (QL-CMMSE),将复杂度降低到了 $O(Q^2N)$.由于丢弃了部分信道信息,该算法同样牺牲部分性能为代价来降低复杂度.

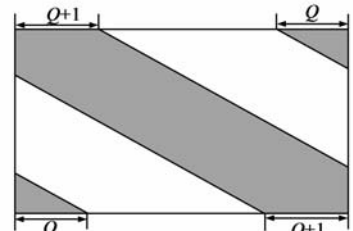


图2 信道频域响应矩阵的带状近似结构

3.2 基于预处理的低复杂度频域线性均衡

本文假设信道状态信息 (Channel State Information, CSI) 已知情况下 (可通过信道估计获得),先提取信道时变因子,在接收端进行一维时域滤波预处理,再利用图 2 所示带状结构去近似提取时变因子后的等效频域信道矩阵,最后利用频域线性均衡恢复出原信号.

我们假设信道在一个 OFDM 符号内为线性变化^[5,6],利用首尾时刻信道响应的相关系数表征时变大

小. 线性变化与实际信道相关特性会有少许偏离, 但其对本文中所比较的各算法的影响是一致的, 可不考虑.

按负指数功率时延谱用复高斯分布随机产生两个信道响应 $\mathbf{h}_a, \mathbf{h}_b$ (长度都为 L), 令相关系数为 ρ , 则首尾时刻信道响应分别为

$$\mathbf{h}(1, :) = \mathbf{h}_a, \mathbf{h}(N, :) = \rho\mathbf{h}_a + \sqrt{1-\rho^2}\mathbf{h}_b \quad (8)$$

任意 n 时刻的信道响应 $\mathbf{h}(n, :)$ 可由线性内插得到, 所以 ρ 也表示 OFDM 符号内各时刻信道响应之间的相关性, 即时变大小.

在接收端由信道估计获得首尾时刻点信道信息, 可构造 $L \times 2$ 维矩阵 $\mathbf{H}' = (\mathbf{h}(0, :)^T, \mathbf{h}(N-1, :)^T)^T$, 由奇异值分解 (Singular Value Decomposition, SVD) 可得

$$\mathbf{H}' = (\mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_L) \begin{pmatrix} \sqrt{\lambda_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{\lambda_2} \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11}^* & u_{21}^* \\ u_{12}^* & u_{22}^* \end{pmatrix} \\ = (\sqrt{\lambda_1} u_{11}^* \mathbf{h}_1 + \sqrt{\lambda_2} u_{12}^* \mathbf{h}_2, \sqrt{\lambda_1} u_{21}^* \mathbf{h}_1 + \sqrt{\lambda_2} u_{22}^* \mathbf{h}_2) \quad (9)$$

$\sqrt{\lambda_1}, \sqrt{\lambda_2}$ 为矩阵 \mathbf{H}' 的奇异值, 由 \mathbf{H}' 定义可得

$$\begin{cases} \mathbf{h}(0, :)^T = \sqrt{\lambda_1} u_{11}^* \mathbf{h}_1 + \sqrt{\lambda_2} u_{12}^* \mathbf{h}_2 \\ \mathbf{h}(N-1, :)^T = \sqrt{\lambda_1} u_{21}^* \mathbf{h}_1 + \sqrt{\lambda_2} u_{22}^* \mathbf{h}_2 \end{cases} \quad (10)$$

式(9)SVD过程计算复杂度为 $O(4L)^{[10]}$.

$\mathbf{h}(0, :), \mathbf{h}(N-1, :)$ 相关性较大, 所以 \mathbf{H}' 两个奇异值相差较大, 假定 $\sqrt{\lambda_1} > \sqrt{\lambda_2}$, 令

$$\beta_0 = \sqrt{\lambda_1} u_{11}^*, \beta_{N-1} = \sqrt{\lambda_1} u_{21}^* \quad (11)$$

对任意 n 时刻的信道响应提取时变因子 β_n :

$$\beta_n = \beta_0 + \frac{\beta_{N-1} - \beta_0}{N-1} n \quad (12)$$

则提取时变因子 β_n 后, n 时刻的信道响应为

$$\mathbf{h}_1(n, :) = \mathbf{h}(n, :)/\beta_n \quad (13)$$

由式(13)可知任意 n 时刻的信道响应 $\mathbf{h}(n, :)$ 可由一个无时变时变因子 β_n 与另一个时变响应 $\mathbf{h}_1(n, :)$ 组成, 所以系统框图可以相应地修改为图 3 所示.

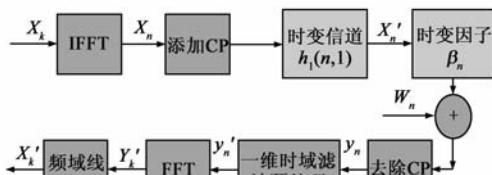


图3 提取时变因子后的OFDM系统基本框图

(1) 一维时域滤波预处理

由图 3 可知, 接收机移除 CP 后的时域接收信号可表示为

$$y_n = \beta_n x'_n + w_n \quad (14)$$

通过 MMSE 估计来实现滤波预处理, 得:

$$\hat{x}'_n = \frac{\beta_n^* y_n \sigma_x^2}{|\beta_n|^2 \sigma_x^2 + \sigma_N^2} \quad (15)$$

其中 σ_x^2, σ_N^2 分别表示 $\{x'_n\}, \{w_n\}$ 的方差. 由式(13)可知 $\mathbf{h}_1(n, :)$ 经过时变因子提取, 近似于做了归一化处理, 所以 $\mathbf{h}_1(n, :)$ 的模约等于 1. 因此取 $\sigma_x^2 \approx \sigma_x^2, \sigma_x^2$ 表示 $\{x'_n\}$ 的方差. 一维时域滤波预处理的结果为

$$y'_n \approx \frac{\beta_n^* y_n \sigma_x^2}{|\beta_n|^2 \sigma_x^2 + \sigma_N^2} \quad (16)$$

由式(16)可知, 为了求得 N 点序列 $\{y'_n\}$, 只需计算 N 次复数乘法, 故时间复杂度为 $O(N)$.

(2) 低复杂度频域线性均衡

提取时变因子 β_n 后, 任意 n 时刻的信道响应为 $\mathbf{h}_1(n, :)$, 则任意路径上的信道响应为 $\mathbf{h}_1(n, l)$. 将 $\mathbf{h}_1(n, l)$ 代入式(3)可得此时的信道时域响应矩阵 $\tilde{\mathbf{H}}_1$, 进而可得信道频域响应矩阵 \mathbf{H}_1 .

我们采用图 2 所示的带状结构矩阵 \mathbf{H}'_1 去近似信道频域响应矩阵 \mathbf{H}_1 , 宽度因子仍为 Q , 所以图 3 中接收端的频域模型为

$$\mathbf{Y}' = \mathbf{H}'_1 \mathbf{X} + \mathbf{W}' \quad (17)$$

其中, 频域噪声项 $\mathbf{W}' = \{W'_k, 0 \leq k \leq N-1\}$ 包括时域滤波预处理后的噪声成分、信道频域响应矩阵 \mathbf{H}_1 进行带状结构近似后残留的 ICI. 此时 MMSE 均衡器为

$$\mathbf{G}'_{mmse} = (\mathbf{H}'_1{}^H \mathbf{H}'_1 + \sigma_w^2 \mathbf{I}_N)^{-1} \mathbf{H}'_1{}^H \quad (18)$$

其中, σ_w^2 表示序列 $\{W'_k\}$ 的方差, 为了便于后续仿真, 我们用式(5)中序列 $\{W_k\}$ 的方差 σ_w^2 来近似代替. 仿真结果表明, 近似处理并没有对系统性能造成很大影响.

利用式(18)的 MMSE 估计, 可以将频域均衡的复杂度降低为 $O(Q^2 N)^{[5]}$.

3.3 系统时间复杂度分析

MMSE、LCMMSE、Q-Tap-MMSE、QLCMMSE 和本文提出的 Pre-FDLE 都是基于信道频域响应矩阵的, 利用 FFT/IFFT 计算该矩阵需要 $O(N^2 \log N)$ 次复数乘法. 考虑到 $L \ll N, Q < N/2$, 5 种均衡算法下总的系统复杂度量级可近似为表 1.

表 1 4 种算法时间复杂度比较

MMSE	LCMMSE	Q-Tap-MMSE	QLCMMSE	Pre-FDLE
$O(N^3)$	$O(N^2 \log N + QN^2)$	$O(N^2 \log N + Q^3 N)$	$O(N^2 \log N + Q^2 N)$	$O(N^2 \log N + Q^2 N)$

4 仿真及分析

本节对 MMSE^[6]、LCMMSE^[7]、Q-Tap-MMSE^[8]、QLCMMSE^[9] 和本文提出的 Pre-FDLE 算法进行仿真和分析, 仿真结果为均衡后的输出 SINR.

图 4 描述了在相关系数 $\rho = 0.9$, 子载波数 $N = 256$

的情况下,各算法的输出 SINR 性能比较,曲线 No-Cancellation表示没有进行 ICI 消除.为了进行性能比较,各算法选择相同的宽度因子 $Q = 70$.

由图 4 可知均衡算法使系统性能获得了提升,MMSE 和本文提出的 Pre-FDLE 算法的性能几乎相等,并随着 SNR 的增大逐渐优于 LCMMSSE、Q-Tap-MMSE 和 QLCM-MSE算法.当 $SNR = 30\text{dB}$ 时,与 MMSE 算法相比,Pre-FDLE 算法有大约 1dB 的 SINR 性能损失,但是由表 1 可知,Pre-FDLE 算法的时间复杂度要远小于 MMSE 算法,约为 MMSE 的 10%;对比其它三种低复杂度算法,Pre-FDLE 算法能在不增加时间开销的情况下获得大约 5dB 的性能增益.

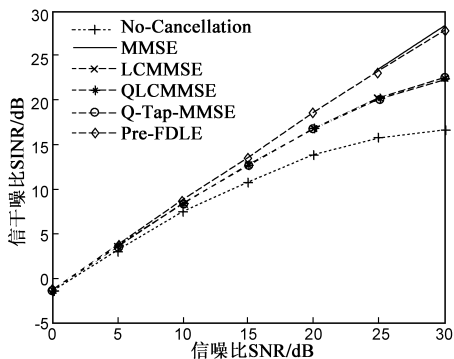


图4 各算法性能比较($N=256, \rho=0.9, Q=70$)

图 5 给出了子载波数 N 增加到 512 时,各算法的输出 SINR 性能比较.由图 5 可得,子载波数的增加对本文提出的 Pre-FDLE 算法性能影响不大,而其它三种低复杂度算法的 SINR 性能有明显下降.此时,LCMMSSE、Q-Tap-MMSE 和 QLCMMSSE 算法要想获得与 Pre-FDLE 相当的性能,则宽度因子 Q 需增大到 137 时,这无疑增大了其实现的复杂度.因此,Pre-FDLE 算法的适用性更强.

图 6 给出了 $SNR = 30\text{dB}, N = 256, Q = 70$ 时,信道响应的相关系数 ρ 对各个算法输出 SINR 性能的影响.由图 6 可知当 ρ 变化时,MMSE 算法的性能变化不大.而 LCMMSSE、Q-Tap-MMSE、QLCMMSSE 和 Pre-FDLE 算法性能受到信道响应相关性的制约,这是因为它们实质上都利用了部分信道信息去等效整个信道响应,当相关性

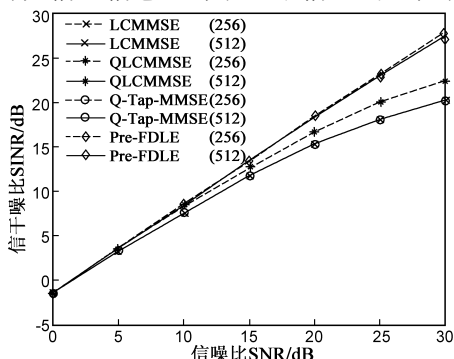


图5 不同载波数时各算法性能比较($\rho=0.9, Q=70$)

越强,即信道时变性越弱时,等效近似的信道响应越接近实际信道,算法性能就越好.

本文提出的 Pre-FDLE 算法在用带状结构去近似信道频域响应矩阵之前,已经用提取的时变因子对各个时刻的时域接收信号进行了一维滤波预处理,消除了大部分 ICI,所以性能上要优于其它三种低复杂度算法.由图 6 可知,当 ρ 逐步减小到零时,对比高性能的 MMSE 算法,Pre-FDLE 算法至多损失 2dB 的性能;对比其它三种低复杂度算法,Pre-FDLE 算法获得的相对性能增益逐渐增大到 11 ~ 12dB.因此,本文提出的 Pre-FDLE 算法对信道的时变性具有很强的鲁棒性.

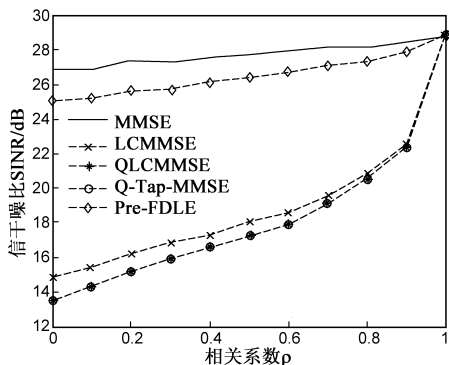


图6 相关系数 ρ 对信干噪比性能的影响($SNR=30\text{dB}, Q=70$)

图 7 给出了 $SNR = 30\text{dB}, N = 256, \rho = 0.9$ 时,带状结构宽度因子 Q 对各算法性能的影响,随着 Q 的减小,LCMMSSE、Q-Tap-MMSE、QLCMMSSE 和 Pre-FDLE 算法用带状结构近似信道频域响应矩阵时保留的信道信息也随之减少,利用均衡消除 ICI 的性能也将降低.然而 Pre-FDLE 算法已经用事先提取的时变因子进行了一维滤波预处理,消除了大部分的 ICI,所以只有当 Q 减小到一定数值之后,才会出现性能明显下降的现象.由图 7 可知,当 $Q = 20$ 时,Pre-FDLE 算法相对于 MMSE 算法的 SINR 性能损失只有 2dB,已经可以满足实际系统的需求;由表 1 可得,此时 Pre-FDLE 算法的时间复杂度约为 MMSE 算法的 4%.当 $Q = 20$ 时,Pre-FDLE 算法相对于其它三种低复杂度算法能获得大约 7dB 的性能增益.

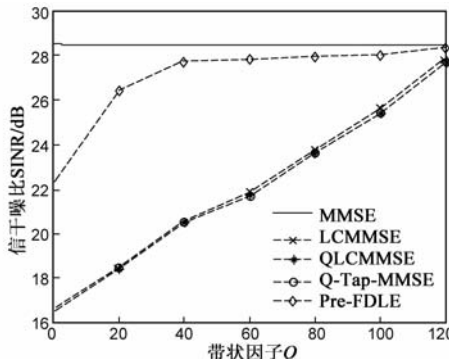


图7 带状结构宽度因子 Q 对信干噪比性能的影响

对于负指数功率时延谱,我们定义 -20dB 宽度因子 D 表示在有时延扩展的信道内功率下降到 -20dB 的时间宽度,它表征了信道衰落快慢程度。

图 8 给出了 $\text{SNR} = 30\text{dB}$, $N = 256$, $\rho = 0.9$, $Q = 70$ 时, -20dB 宽度因子对各个算法输出 SINR 性能的影响。在高频系统中,多径分量不如低频信号丰富,信号的传播衰落较大,导致功率衰减较快,所以 D 值较小。由图 8 可知当 D 变小时,本文提出的 Pre-FDLE 算法相对于其它三种低复杂度算法所能获得的性能增益逐渐增大到 6.5dB ,并趋近于 MMSE 算法,而 Pre-FDLE 算法的时间复杂度要远低于 MMSE 算法。所以在对硬件性能要求很高的高频系统中,本文提出的 Pre-FDLE 算法拥有更广阔的前景。

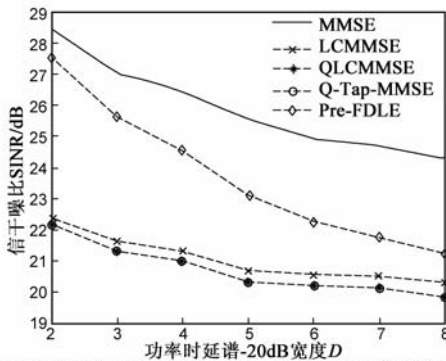


图 8 功率时延谱-20dB宽度因子 D 对信噪比性能的影响

5 结束语

本文提出了一种基于预处理的 OFDM 低复杂度频域线性均衡(Pre-FDLE)算法。与频域 MMSE 均衡相比,Pre-FDLE 算法以极小的性能代价显著降低了复杂度;相对于 LCMMSSE、QLCMMSE、Q-Tap-MMSE 低复杂度算法,Pre-FDLE 算法在不增加复杂度量级的情况下获得至少 5dB 的性能增益,因此,本文提出的 Pre-FDLE 算法在保证系统获得高性能的情况下,更好地满足实际高频段无线系统中硬件实现的低复杂度要求。

参考文献

- [1] 蒋欣,罗汉文,宋文涛.一种消除 OFDM 子信道干扰的均衡新方法[J].电子学报,2004,32(4):536-539.
JIANG Xin, LUO Han-wen, SONG Wen-tao. A novel equalization method by cancelling inter-channel interference in OFDM system [J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(4): 536-539. (in Chinese)
- [2] Florent Munier, Thomas Eriksson, Arne Svensson. An ICI reduction scheme for OFDM system with phase noise over fading channels [J]. IEEE Transactions on Communication, 2008, 56(7):1119-1126.

- [3] Ruan Liang, Zhang Jian-hua, Zhang Yan-yan. Channel estimation and ICI cancellation for OFDM systems in doubly-selective channels [A]. IEEE VTC [C]. Calgary, Canada, USA: IEEE Press, 2008. 1-5.
- [4] Schniter P. Low-complexity equalization of OFDM in doubly selective channels [J]. IEEE Transactions on Communication, 2004, 52(4):1002-1011.
- [5] Ryu Heung-Gyoon, Li Ying-shan, Park Jin-Soo. An improved ICI reduction method in OFDM communication system [J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 2005, 51(3):395-400.
- [6] Choi Y S, Voltz P J, Cassara F A. On channel estimation and detection for multicarrier signals in fast and selective Rayleigh fading channels [J]. IEEE Transactions on Communication, 2001, 49(8):1375-1387.
- [7] Cai X, Giannakis G B. Bounding performance and suppressing intercarrier interference in wireless mobile OFDM [J]. Transactions on Communication, 2003, 51(12):2047-2056.
- [8] Huang Xiao-zhou, Wu Hsiao-chun. Robust and efficient intercarrier interference mitigation for OFDM systems in time-varying fading channels [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2007, 56(5):2517-2528.
- [9] Kwanghoon Kim, Hyuncheol Park. A low complexity ICI cancellation method for high mobility OFDM system [A]. IEEE VTC [C]. USA: IEEE Press, 2006. 2528-2532.
- [10] Lloyd N. Trefethen, David Bau III. Numerical Linear Algebra [M]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1997.

作者简介



何 晨 男,1952年5月出生于江苏苏州,上海交通大学教授、博士生导师、现代通信所副所长,主要从事新一代无线通信系统、无线传感网络和信息与编码理论等方面的研究。
E-mail: chenhe@sjtu.edu.cn



徐辉辉 男,1984年11月出生于浙江象山,2007年和2010年在上海交通大学电子工程系分别获得工学学士和工学硕士学位,主要从事无线通信方面的研究。
E-mail: xinghuihu@163.com