

# 基于时频域单源区域的延迟欠定混合非平稳信号盲分离

陆风波, 黄知涛, 姜文利

(国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073)

**摘要:** 针对衰减-延迟欠定混合信号的盲分离问题, 提出了基于子空间分解的时频域上单源区域检测方法, 估计出信号在时频域上的单源区域以及相应的特征向量, 然后利用系统聚类法对单源区域对应的特征向量进行聚类分析, 估计出源信号数目以及混合矩阵, 最后通过改进的基于子空间投影算法完成源信号的恢复. 仿真结果表明本文算法提高了混合矩阵和源信号的估计性能.

**关键词:** 欠定盲分离; 衰减-延迟混合; 非平稳信号; 单源检测

**中图分类号:** TN911.7      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2011) 04-0854-05

## Underdetermined Blind Separation of Time-Delayed Non-Stationary Signal Based on Single Source Region in the Time-Frequency Domain

LU Feng-bo, HUANG Zhi-tao, JIANG Wen-li

(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of underdetermined blind separation of the attenuated and delayed mixtures, we propose a method based on the subspace decomposition to find the single source area in time-frequency domain, and then estimate the mixing matrix via clustering the principal eigenvectors of the covariance matrixes corresponding to the single source regions without knowing the number of original sources, finally we modify the algorithm based on subspace projection to extract the original signal. Simulation results indicate that the proposed algorithm estimates the mixing matrix with higher accuracy and separates the source signals with higher gain, compared to the other algorithms

**Key words:** underdetermined blind separation; attenuated and delayed mixtures; non-stationary signals; single source region detection

### 1 引言

盲信号分离就是在未知混合矩阵的条件下, 仅通过接收到的混合信号恢复出源信号的波形, 如果源信号数目  $N$  大于阵元数目  $M$ , 这种盲分离就被称为欠定盲源分离<sup>[1]</sup> (Underdetermined Blind Source Separation, UBSS). 由于信号到达每个阵元的幅度衰减和时间延迟不同, 衰减-延迟 (attenuated and delayed) 混合比线性瞬时 (linear instantaneous) 混合更符合实际信号环境<sup>[2]</sup>. 因此, 对衰减-延迟混合信号的欠定盲分离进行研究具有重要的实际意义.

目前, 稀疏分量分析 (Sparse Component Analysis, SCA) 是解决欠定盲分离问题的主要方法. P. Bofill 利用信号的稀疏性, 通过势函数聚类和最短距离法完成了欠定混合信号的盲分离<sup>[1]</sup>, 之后出现了许多类似的方法<sup>[2-5]</sup>, 这些方法只适用于线性瞬时混合信号; 针对衰减-延迟混合信号 Alexander 提出 DUET (Degenerate Unmixing Estimation Technique) 算法<sup>[6]</sup>, Özgür Yılmaz 改进了

DUET 算法<sup>[7]</sup>, 提高了源信号的分离效果, 但这两种方法都假设信号在时频域上是正交的; 对时频混叠的混合信号, Frederic Abrard 和 M. Puigt 提出了 TIFROM (Time-Frequency Ratio Of Mixtures) 算法<sup>[8,9]</sup>, 但该方法只能估计出混合矩阵而不能恢复出源信号; Yuhui Luo 针对非平稳信号提出了一种基于聚类的欠定盲分离算法<sup>[10]</sup>, 该算法需假设源信号相互独立并且分离性能受聚类结果影响大; A. Aissa-El-Bey 提出一种基于子空间正交投影的欠定盲分离算法<sup>[11]</sup>, 但是当真实源信号数与假设不一致时会带来估计性能的降低; 文献<sup>[12,13]</sup>提出了基于单源主导区间的欠定混合语音信号盲分离算法 (SSDI-UDBSS), 该方法当信噪比较低时混合矩阵估计误差大; Dezhong Peng 提出了一种时频域混叠信号的盲分离算法<sup>[14]</sup>, 但该算法需要假定混合矩阵已知.

针对上述方法存在的不足, 本文把信号的时频支撑域划分成若干相邻的时频区域, 通过对任意时频区域内信号的自相关矩阵进行特征值分解, 检测出信号在时频

域上的单源区域,然后对单源区域的特征向量进行聚类分析从而估计出源信号数目  $N$  及混合矩阵  $\mathbf{A}$ ,最后利用改进的子空间投影算法完成源信号的恢复.

## 2 信号模型

假设  $N$  个窄带远场信号  $s(t)$  入射到由  $M$  个阵元组成的天线阵上,第  $i$  个阵元的接收信号可以表示为

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^N b_{ik}s_k(t)e^{-j2\pi f_i \tau_{ik}} + n_i(t), i=1,2,\dots,M \quad (1)$$

其中  $b_{ik}$ 、 $\tau_{ik}$  分别为信号  $s_k(t)$  到达第  $i$  个阵元的幅度衰减和时间延迟,  $n_i(t)$  为第  $i$  个阵元的输出噪声.  $f_k$  为信号  $s_k(t)$  的频率. 上式可以表示为矩阵形式,即

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) = \sum_{k=1}^N \mathbf{a}_k s_k(t) + \mathbf{n}(t) \quad (2)$$

其中  $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_N(t)]^T$ ,  $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), \dots, x_M(t)]^T$ ,  $\mathbf{n}(t) = [n_1(t), \dots, n_M(t)]^T$ ,  $n_i(t)$  是均值为零,方差为  $\delta^2$  的复高斯白噪声,且每个阵元的输出噪声是不相关的,即  $E[n_i(t)n_j(t)] = 0, i \neq j$ ; 混合矩阵  $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_N] \in C^{M \times N}$ , 其中  $a_{ik} = b_{ik}e^{-j2\pi f_i \tau_{ik}}$ . 盲信号分离就是在未知衰减  $b_{ik}$ 、时延  $\tau_{ik}$  及源信号  $s(t)$  的条件下,从接收信号  $\mathbf{x}(t)$  中恢复出源信号.

## 3 基于时频域单源区域的混合矩阵估计

如信号在时域不满足可分离的稀疏性条件,但在时频域是不完全混叠的,可以把信号变换到时频域,利用信号在时频域的稀疏性对混合信号进行分离,再通过逆变换完成源信号的估计. 式(2)的短时傅立叶变换为

$$\mathbf{X}(t, f) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t, f) + \mathbf{n}(t, f), (t, f) \in \Omega \quad (3)$$

其中,  $X_i(t, f)$ ,  $S_i(t, f)$ ,  $n_i(t, f)$  分别为  $x_i(t)$ ,  $s_i(t)$ ,  $n_i(t)$  的短时傅立叶变换,  $\Omega_i$  为源信号  $s_i(t)$  的时频支撑域,  $n_i(t, f)$  为均值为零,方差为  $\delta_f^2$  的复高斯白噪声,且  $E[n_i(t, f)n_j(t, f)] = 0, i \neq j, \Omega = \Omega_1 \cup \dots \cup \Omega_N$ .

为了能够完成欠定混合信号的盲分离,本文假设混合矩阵  $\mathbf{A}$  和源信号  $\mathbf{s}(t)$  满足以下假设条件:

**假设 1** 混合矩阵  $\mathbf{A} \in C^{M \times N}$  的任何  $M \times M$  子矩阵是非奇异的<sup>[2]</sup>;

**假设 2** 任意源信号在时频域上存在单源区域,即存在时频区域  $\Delta\Omega_i$ , 当  $(t, f) \in \Delta\Omega_i$  时  $|S_i(t, f)| \gg |S_j(t, f)| (j \neq i)$ ;

**假设 3** 在任意时频支撑域上同时存在的信号数目  $m$  不大于阵元数目  $M$ , 即  $m < M$ .

### 3.1 时频域单源区域检测

首先把信号  $\mathbf{X}(t, f)$  的时频支撑域  $\Omega$  划分为  $L (L \gg N)$  个相邻的时频区域, 即  $\Omega = \Delta\Omega_1 \cup \dots \cup \Delta\Omega_L$ , 其中,  $\Delta\Omega_i = \left\{ (t_i + k_1 T, f_i + \frac{k_2}{T}) \mid |k_1| \leq K_1, |k_2| \leq K_2 \right\}$ ,  $T$  为 STFT 窗长,  $K_1, K_2$  可根据实际需要选择. 然后分别计算

每个邻域内的自相关矩阵  $\mathbf{R}$  并进行特征值分解, 通过定义单源区域检测统计量  $H$ , 检测出信号在时频域上的单源区域.

单源区域的定义: 如果在以  $(t_i, f_i)$  为中心的时频区域  $\Delta\Omega_i$  内,  $|S_k(t, f)| \gg |S_l(t, f)| (\forall l \neq k, (t, f) \in \Delta\Omega_i)$ , 则认为在时频区域  $\Delta\Omega_i$  内只存在信号源  $S_k(t, f)$ , 即  $\Delta\Omega_i$  为源信号  $S_k(t, f)$  的单源区域.

假设在任意时频邻域  $\Delta\Omega_l$  内, 同时存在的源信号数目为  $m$ , 对应的混合矢量为  $\{\mathbf{a}_{k_1}, \dots, \mathbf{a}_{k_m}\}, \{k_1, \dots, k_m\} \subset \{1, \dots, N\}$ , 则对于任意时频点  $(t, f) \in \Delta\Omega_l$ ,  $\mathbf{X}(t, f)$  可以表示为

$$\mathbf{X}(t, f) = \sum_{i=1}^m \mathbf{a}_{k_i} S_{k_i}(t, f) + \mathbf{n}(t, f) \quad (4)$$

由假设条件知列向量  $\{\mathbf{a}_{k_1}, \dots, \mathbf{a}_{k_m}\}$  是线性无关的, 可以通过 Gram-Schmidt 正交化转化成标准正交基  $\{\mathbf{u}_{k_1}, \dots, \mathbf{u}_{k_m}\}$ . 令  $\mathbf{u}_{k_1} = \frac{\mathbf{a}_{k_1}}{\|\mathbf{a}_{k_1}\|}$ , 则  $\mathbf{u}_{k_i} = \frac{\mathbf{p}_{k_i}}{\|\mathbf{p}_{k_i}\|}, \mathbf{p}_{k_i} = \mathbf{a}_{k_i} - \sum_{j=1}^{i-1} \langle \mathbf{a}_{k_i}, \mathbf{u}_{k_j} \rangle \mathbf{u}_{k_j} (i=2, \dots, m)$ ,  $\|\mathbf{p}_{k_1}\| = \|\mathbf{a}_{k_1}\|$ , 则列矢量  $\mathbf{a}_{k_i}$  可以表示为

$$\mathbf{a}_{k_i} = \mathbf{u}_{k_i} \|\mathbf{p}_{k_i}\| + \sum_{j=1}^{i-1} \langle \mathbf{a}_{k_i}, \mathbf{u}_{k_j} \rangle \mathbf{u}_{k_j}, i=1, \dots, m \quad (5)$$

把式(5)代入式(4), 并令  $A_{k_i}(t, f) = \|\mathbf{p}_{k_i}\| S_{k_i}(t, f) + \sum_{j=i+1}^m \langle \mathbf{a}_{k_j}, \mathbf{u}_{k_i} \rangle S_{k_j}(t, f)$ , 则  $\mathbf{X}(t, f)$  在  $\Delta\Omega_l$  内的自相关矩阵  $\mathbf{R}_l$  可以表示为

$$\mathbf{R}_l = \sum_{i=1}^m \mathbf{u}_{k_i} \mathbf{u}_{k_i}^H E[|A_{k_i}(t, f)|^2] + \delta_f^2 \mathbf{I}_M \quad (6)$$

其中,  $\mathbf{I}_M$  为  $M \times M$  的单位矩阵,  $\delta_f^2$  为噪声方差,  $E[|A_{k_i}(t, f)|^2]$  为  $A_{k_i}(t, f)$  在时频区域  $\Delta\Omega_l$  内的平均功率, 令  $B_{k_i} = E[|A_{k_i}(t, f)|^2]$ , 对自相关矩阵  $\mathbf{R}_l$  进行特征值分解, 由于  $\{\mathbf{u}_{k_1}, \dots, \mathbf{u}_{k_m}\}$  为标准正交基, 则特征值

$$\lambda_i \text{ 为 } \lambda_i = \begin{cases} B_{k_i} + \sigma_f^2, & i=1, \dots, m \\ \sigma_f^2, & i=m+1, \dots, M \end{cases} \quad (7)$$

从  $B_{k_i}$  的表达式可以看出  $\lambda_i$  的取值与混合矩阵的列向量  $\{\mathbf{a}_{k_1}, \dots, \mathbf{a}_{k_m}\}$  之间的夹角和单源区域  $\Delta\Omega_l$  内源信号的功率有关. 当混合矩阵的列矢量  $\{\mathbf{a}_{k_1}, \dots, \mathbf{a}_{k_m}\}$  相互正交时, 则  $B_{k_i} = E[|S_{k_i}(t, f)|^2] = P_{k_i}$ .

定义单源检测统计量为  $H = \frac{\lambda_1 - \lambda_M}{\lambda_2 - \lambda_M}$ , 源信号数目  $m$  不同时,  $H$  取值为

$$H = \begin{cases} 1, & m=0 \\ \frac{B_{k_1}}{B_{k_2}}, & m>1 \\ \infty, & m=1 \end{cases} \quad (8)$$

用集合平均代替统计平均,自相关矩阵  $\mathbf{R}_l$  的估计  $\hat{\mathbf{R}}_l$  可以表示为

$$\hat{\mathbf{R}}_l = \frac{1}{|\Delta\Omega_l|} \int_{(t,f) \in \Delta\Omega_l} \mathbf{X}(t,f) \mathbf{X}(t,f)^H dt df \quad (9)$$

对矩阵  $\hat{\mathbf{R}}_l (l=1, \dots, L)$  进行特征值分解,计算单源检测统计量  $\hat{H}$  并与检测门限  $th$  比较,当  $\hat{H} > th$  时,源信号数目  $m$  为 1 即  $\Delta\Omega_l$  是单源区域;当  $\hat{H} < th$  时,源信号数目  $m$  不为 1 即  $\Delta\Omega_l$  不是单源区域.

### 3.2 源信号个数及混合矩阵估计

通过上文的单源检测方法,在  $L$  个时频区域中,检测出  $K$  个单源区域  $\Delta\Omega_{l_i} (i=1, \dots, K), \{l_1, \dots, l_K\} \subset \{1, \dots, L\}$ . 对于任意单源时频区域  $\Delta\Omega_{l_i}$ , 假设当前不为零的源信号为  $S_k(t, f)$ , 则

$$\mathbf{X}(t, f) = \mathbf{a}_k S_k(t, f) + \mathbf{n}(t, f), (t, f) \in \Delta\Omega_{l_i} \quad (10)$$

$\mathbf{X}(t, f)$  的自相关矩阵  $\mathbf{R}_l$  可以表示为

$$\mathbf{R}_l = \mathbf{a}_k \mathbf{a}_k^H P_k + \sigma_f^2 \mathbf{I}_M \quad (11)$$

则矩阵  $\mathbf{R}_l$  最大特征值对应的特征向量  $\mathbf{v}_i$  就是源信号  $S_k(t, f)$  对应的混合矢量  $\mathbf{a}_k$  的估计,  $\mathbf{v}_i$  与  $\mathbf{a}_k$  只相差一个复系数,不影响源信号波形的恢复. 因此,分别对  $K$  个单源区域内的自相关矩阵  $\mathbf{R}_{l_i} (i=1, \dots, K)$  进行特征值分解,可以得到  $K$  个最大特征值对应的特征向量的集合  $\{\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_K\}$ , 再进行聚类分析就可以估计出混合矢量  $\{\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_N\}$ .

图 1 为接收阵元数目  $M$  为 3, 源信号数目  $N$  为 4 时,特征向量  $\mathbf{v}_i$  的实部、虚部散布图,  $x, y, z$  轴的取值分别为  $\mathbf{v}_i$  三个分量的实部或虚部. (a)、(b) 为单源检测前特征向量的散布图,从图中看不出聚类特性, (c)、(d) 为单源检测后特征向量的散布图,从图中能够看出明显的聚类特性.

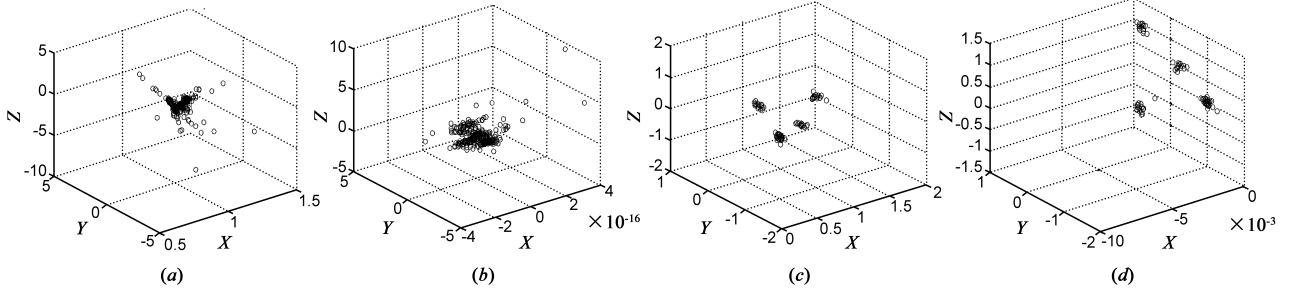


图1 单源检测前后特征向量的实部和虚部散布图

由于  $K$ -均值聚类、模糊  $C$ -均值聚类等聚类算法<sup>[15,16]</sup>需要知道源信号数目,并且需要设置合适的初始值,否则会收敛到局部解. 本文提出了一种基于系统聚类和奇异值分解的源个数及混合矩阵估计算法,可以完成源信号数目和混合矩阵的同时估计.

用  $d_{ij}$  表示特征向量  $\mathbf{v}_i$  和  $\mathbf{v}_j$  的距离,  $\mathbf{C}_i$  表示由特征向量组成的类,用  $D_{pq}$  表示类  $\mathbf{C}_p$  与类  $\mathbf{C}_q$  之间的距离,定义类之间的距离为两类中样本之间的最小距离,则

$$D_{pq} = \min_{\mathbf{v}_i \in \mathbf{C}_p, \mathbf{v}_j \in \mathbf{C}_q} d_{ij}, d_{ij} = \|\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j\|_2 \quad (12)$$

基于系统聚类和奇异值分解的源信号数目以及混合矩阵估计算法步骤如下:

(1) 把集合  $\{\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_K\}$  分为  $K$  类, 每个样本为一类, 即  $\mathbf{C}_1 = \{\mathbf{v}_1\}, \dots, \mathbf{C}_K = \{\mathbf{v}_K\}$ , 计算任意两类  $\mathbf{C}_i$  与  $\mathbf{C}_j$  之间的距离  $D_{ij}$ , 则  $D_{ij}$  可以构成一个对称的距离矩阵  $\mathbf{R}^{(0)}$ ,  $\mathbf{R}^{(0)}$  的第  $i$  行和  $j$  列的元素  $\mathbf{R}_{ij}^{(0)} = D_{ij}$ ;

(2) 定义  $\epsilon_1$  为两类之间的最小距离,  $\epsilon_1$  的取值于噪声有关(一般可取 0.05), 选择  $\mathbf{R}^{(0)}$  中小于门限  $\epsilon_1$  的元素  $D_{pq} (p \neq q)$ , 将  $\mathbf{C}_p$  和  $\mathbf{C}_q$  合并成一类  $\mathbf{C}_r = \{\mathbf{C}_p, \mathbf{C}_q\}$ ; 计算新类  $\mathbf{C}_r$  与其他类  $\mathbf{C}_k (k=1, \dots, K, k \neq p, k \neq q)$  之间的距离  $D_{rk}$ , 将  $\mathbf{R}^{(0)}$  中的  $p, q$  行和  $p, q$  列合并为新的行和列, 对应  $\mathbf{C}_r$  到其他类之间的距离  $D_{rk}$ , 得到一个新的

矩阵记为  $\mathbf{R}^{(1)}$ ;

(3) 对  $\mathbf{R}^{(1)}$  重复(2), 得到  $\mathbf{R}^{(2)}$ , 如果某一步中小于  $\epsilon_1$  的元素不止一个, 则对应这些元素的类同时合并, 如此重复  $S$  次, 直到除对角线外所有的元素都大于门限值  $\epsilon_1$ , 得到矩阵  $\mathbf{R}^{(S)} \in \bar{N} \times \bar{N}$ , 则特征向量的集合  $\{\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_K\}$  被聚为  $\bar{N}$  类, 每一类  $\mathbf{C}_i$  中对应的元素数目为  $M_i (i=1, \dots, \bar{N})$ ;

(4) 考虑到噪声的影响, 在  $\bar{N}$  类中可能会有噪声引起的虚假类, 定义门限  $\epsilon_2 = \frac{\bar{N} M_i}{\sum_{i=1}^{\bar{N}} M_i}$ , 剔除元素数目小于

门限  $\epsilon_2$  的类(一般可取 0.1), 最后得到的类的数目就是源信号的数目  $N$ , 且每一类为  $\mathbf{C}_i = \{\mathbf{v}_l | 1 \leq l \leq M_i\} (1 \leq i \leq N)$ ;

(5) 把类  $\mathbf{C}_i$  中的每一个列矢量组成的矩阵  $\mathbf{I}_i \in \mathbb{C}^{M \times M_i}$ , 其中矩阵  $\mathbf{I}_i$  的第  $l$  个列矢量为  $\mathbf{v}_l$ , 再对矩阵  $\mathbf{I}_i$  进行奇异值分解, 则最大奇异值对应的奇异向量为混合矢量  $\mathbf{a}_i$  的估计.

## 4 基于改进的子空间投影的源信号恢复

当混合矩阵  $\mathbf{A}$  已知时, 文献[11]提出了一种基于子空间正交投影的源信号估计方法, 假定任意时频点

同时存在时的源信号数目  $K$ , 但如果真实的源信号数目  $m < K$ , 估计性能会降低. 因此, 为了提高源信号的估计性能, 本文该进了子空间投影算法, 先估计任意时频点同时存在的源信号的数目, 然后再恢复源信号.

假设任意时频点  $\forall (t, f) \in \Omega$ , 同时存在的信号数为  $m$ , 则  $X(t, f) = \sum_{i=1}^m a_{k_i} S_{k_i}(t, f), i = 1, \dots, m$  (13)

其中  $\{k_1, \dots, k_m\} \subset \{1, 2, \dots, N\}$ . 下面首先估计出在时频点  $(t, f)$ , 同时存在的源信号数目  $m$  和对应的混合矩阵列矢量  $\{a_{k_1}, \dots, a_{k_m}\}$ .

如果子空间  $H_m = \text{span}\{a_{k_1}, \dots, a_{k_m}\}$ , 则  $X(t, f) \in H_m, X(t, f)$  到子空间  $H_m$  的距离  $D_m = \|X(t, f) - P_m X(t, f)\|_2 = 0$ , 其中  $P_m = A_m(A_m^H A_m)^{-1} A_m^H$ . 存在子空间  $H_{m+1} = \text{span}\{a_{k_1}, \dots, a_{k_{m+1}}\}$ , 使  $H_{m+1} \supset H_m$ , 则向量  $X(t, f)$  到子空间  $H_{m+1}$  的距离  $D_{m+1} = \|X(t, f) - P_{m+1} X(t, f)\|_2 = 0$ , 其中  $A_{m+1} = [a_{k_1}, \dots, a_{k_{m+1}}], P_{m+1} = A_{m+1}(A_{m+1}^H A_{m+1})^{-1} A_{m+1}^H$ .

如果  $n$  为小于  $m$  的任意正整数, 子空间  $H_n = \text{span}\{a_{k_1}, \dots, a_{k_n}\}$ , 由于  $X(t, f) \notin H_n, X(t, f)$  到子空间  $H_n$  的距离  $D_n = \|X(t, f) - P_n X(t, f)\|_2 > 0$ , 其中  $A_n = [a_{k_1}, \dots, a_{k_n}], P_n = A_n(A_n^H A_n)^{-1} A_n^H$ .

因此, 任意时频点同时存在的源信号数目  $m$ , 就是使观测矢量  $X(t, f)$  到混合矩阵列矢量张成的子空间的距离为零 (或接近零) 时, 所需的最少的列矢量数目, 此时列矢量组成的矩阵就是不为零的源信号  $S_m(t, f)$  对应的混合矩阵  $A_m$ . 通过计算  $A_m$  的 Moore-Penrose 逆矩阵  $(A_m^H A_m)^{-1} A_m^H$  来求解方程 (27) 中的不为零的源信号  $S_m(t, f)$ , 则

$$\hat{S}_m(t, f) = (A_m^H A_m)^{-1} A_m^H X(t, f) \quad (14)$$

最后对  $\hat{S}(t, f)$  进行逆短时傅立叶变换, 就可以估计出源信号  $s(t)$ .

## 5 仿真实验与分析

### 5.1 评价准则

为了对盲分离的效果进行评估, 用混合矩阵估计误差  $E_A$  来衡量混合矩阵的估计性能<sup>[4]</sup>, 用信干比 SIR 作为恢复出的信号与源信号之间的差异性的评价<sup>[1]</sup>. 混合矩阵估计误差  $E_A$  定义如下:

$$E_A = \frac{1}{N} \|A - \hat{A}\|_F \quad (15)$$

其中,  $N$  为源信号的数目,  $\hat{A}$  为混合矩阵  $A$  的估计,  $A$  的列矢量  $a_i$  是归一化的, 如果  $\hat{a}_i$  与  $a_i$  相差复数尺度因子  $c$ , 计算尺度因子  $c = \langle a_i^H, \hat{a}_i \rangle$ , 使  $\hat{a}_i$  与  $a_i$  有相同的尺度,  $\|A\|_F$  表示矩阵  $A$  的 Frobenius 范数.  $E_A$  越小表明混合矩阵  $A$  的估计精度越高.

盲分离后第  $i$  个源信号的信干比  $SIR_i$  定义如下:

$$SIR_i = 10 \log \left( \frac{\|s_i(t)\|_2^2}{\|s_i(t) - \hat{s}_i(t)\|_2^2} \right) \quad (16)$$

其中,  $\hat{s}_i(t)$  是源信号  $s_i(t)$  的估计 ( $i = 1, \dots, N$ ), 如果  $\hat{s}_i(t)$  与  $s_i(t)$  相差尺度因子, 先使  $\hat{s}_i(t)$  与  $s_i(t)$  有相同的尺度,  $\|\cdot\|_2$  表示  $l_2$  范数. 则  $N$  个源信号的平均信干比  $SIR = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N SIR_i$ ,  $SIR$  越大说明估计的信号越接近源信号, 估计性能越好, 反之, 则说明估计的信号与源信号相差越大.

### 5.2 仿真实验

源信号为 4 个 GMSK 信号, 考虑到 GSM 系统的载波频率为 900MHz, 信息速率为 270Kb/s, 设信号射频频率分别为 900MHz, 900.05MHz, 900.1MHz, 900.05MHz, 信息速率为 270Kb/s, 信号入射方向分别为  $\pi/8, \pi/3, 3\pi/5$  和  $3\pi/4$ , 接收天线阵元数目为 3, 阵元之间的距离为半个波长, 接收信号的中频频率为 650KHz、700KHz、750KHz、700KHz 采样率为 2.7MSps, 信噪比为 0 ~ 12dB, 在不同信噪比条件下分别进行 50 次 Monte Carlo 仿真, 在仿真中单源检测门限  $th$  设为 15, 源信号数目以及混合矩阵估计门限  $\epsilon_1$  和  $\epsilon_2$  分别设为 0.05 和 0.1.

图 2 为分别用本文算法、TIFROM 算法<sup>[9]</sup>、SSDI-UDBSS 算法<sup>[12]</sup> 估计出的混合矩阵的估计误差随信噪比变化曲线, 从图中可以看出本文算法估计精度高且具有很强的鲁棒性, 在不同信噪比条件下, 估计误差  $E_A$  比其他两种算法的估计误差低一个数量级.

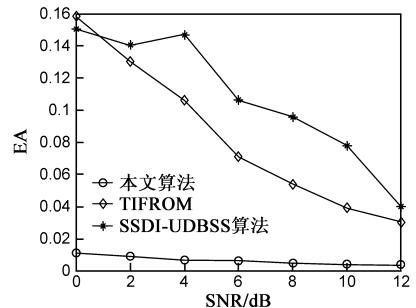


图2 混合矩阵估计误差随信噪比变化曲线

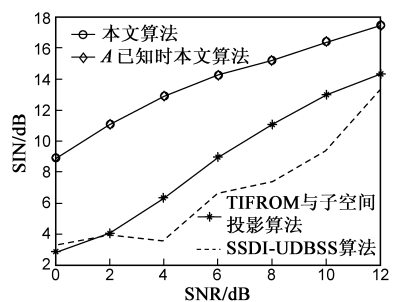


图3 分离后信号的平均SIR随信噪比变化曲线

图 3 为分别用本文算法、混合矩阵已知时的本文算法、TIFROM 与子空间投影算法<sup>[9,11]</sup>、SSDI-UDBSS 算法估

计出的源信号的平均信干比 SIR 随信噪比变化曲线. 混合矩阵已知时的本文算法是指假定混合矩阵已知时用本文提出的源信号恢复算法估计源信号, TIFROM 与子空间投影算法是指用 TIFROM 算法估计混合矩阵, 然后用子空间投影算法恢复源信号. 从图中可以看出用本文算法估计出的源信号的信干比与混合矩阵  $A$  已知时估计出的源信号的信干比几乎相等, 说明本文算法估计混合矩阵估计的带来的微小误差对源信号的恢复性能没有影响. 从图中还可以看出本文算法的估计性能优于 TIFROM 与子空间投影算法、文献 [12] 算法, 在不同信噪比条件下比其他两种算法的估计性能高 4 ~ 6dB.

## 6 结束语

针对衰减-延迟欠定混合信号的盲分离问题, 本文提出了一种基于特征值分解的时频域上单源区域检测方法, 然后通过对单源区域对应的特征向量进行聚类分析, 估计出源信号数目以及混合矩阵, 最后利用改进的基于子空间投影算法完成源信号的恢复. 仿真结果表明本文算法具有很好的估计精度和信噪比适应性, 在相同信噪比条件下, 混合矩阵的估计误差比 TIFROM 和 SSDI-UDBSS 算法的估计误差低一个数量级, 源信号的估计性能比子空间投影算法和 SSDI-UDBSS 算法的估计性能高 4 ~ 6dB.

### 参考文献

- [1] P Bofill, M Zibulevsky. Underdetermined blind source separation using sparse representations[J]. Signal Process, 2001, 81(11):2353 - 2362.
- [2] P Georgiev, F Theis, et al. Sparse component analysis and blind source separation of underdetermined mixtures[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 2005, 16(4):992 - 996.
- [3] 付宁, 乔立岩, 等. 基于改进 K-means 聚类 and 霍夫变换的稀疏源混合矩阵盲估计算法[J]. 电子学报, 2009, 37(4): 92 - 96.  
FU Ning, Qiao Li-yan, et al. Blind recovery of mixing matrix with sparse sources based on improved K-means clustering and hough transform[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(4): 92 - 96. (in Chinese)
- [4] SangGyun Kim, Chang D. Yoo. Underdetermined blind source separation based on subspace representation[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2009, 57(7):2604 - 2614.
- [5] Hadi Zayyani, Massoud Babaie-Zadeh, Christian Jutten. An iterative bayesian algorithm for sparse component analysis in presence of noise[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2009, 57(11):4378 - 4390.
- [6] A Jourjine, S Rickard, et al. Blind separation of disjoint orthog-

onal signals: Demixing  $N$  sources from 2 mixtures[A]. Processing of International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing[C]. Turkey: IEEE Press, 2000. 2985 - 2988.

- [7] O Yilmaz, S Rickard. Blind separation of speech mixtures via time-frequency masking[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2004, 52(7):1830 - 1847.
- [8] F Abrard, Y Deville. A time-frequency blind signal separation method applicable to underdetermined mixtures of dependent sources[J]. Signal Processing, 2005, 85:1389 - 1403.
- [9] M. Puigt, Y. Deville. Time-frequency ratio-based blind separation methods for attenuated and time-delayed sources[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2005, 19(6):1348 - 1379.
- [10] Yuhui Luo, Wenwu Wang, et al. Exploitation of source non-stationarity in underdetermined blind source separation with advanced clustering techniques[J]. IEEE Trans on Signal Process, 2006, 54(6):2198 - 2212.
- [11] A Aissa-El-Bey, N Linh-Trung, et al. Underdetermined blind separation of non-disjoint sources in the time-frequency domain [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2007, 55(3):897 - 907.
- [12] 刘琨, 杜利民, 等. 基于时频域单源主导区的盲源欠定分离方法[J]. 中国科学 E 辑, 2008, 38(8):1284 - 1301.
- [13] 肖明, 谢胜利, 等. 基于频域单源区间的具有延迟的欠定盲分离[J]. 电子学报, 2007, 35(12):2279 - 2283.  
XIAO Ming, XIE Sheng-li, et al. Underdetermined blind delayed source separation based on single source intervals in frequency domain [J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(12): 2279 - 2283. (in Chinese)
- [14] Dezhong Peng, Yong Xiang. Underdetermined blind source separation based on relaxed sparsity condition of sources[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2009, 57(2):809 - 813.
- [15] Rui Xu, Donald Wunsch II. Survey of Clustering Algorithms. IEEE Trans on Neural Networks, 2005, 16(3):645 - 678.
- [16] 武小红, 周建江. 可能性模糊 C-均值聚类新算法[J]. 电子学报, 2008, 36(10):1996 - 2000.  
WU Xiao-hong, ZHOU Jian-jiang. A novel possibilistic fuzzy C-means clustering [J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(10):1996 - 2000. (in Chinese)

### 作者简介



陆凤波 男, 1982 年 6 月出生于江苏盐城, 现为国防科学技术大学电子科学与工程学院在读博士研究生, 研究方向为通信信号侦察处理、综合电子战技术。

E-mail: lufengbo2001@163.com

