

非均匀阵列赋形功率方向图综合方法研究

刘颜回, 聂在平

(电子科技大学电子工程学院, 四川成都 610054)

摘 要: 本文介绍了一种赋形功率方向图的非均匀(包括阵元间隔)线阵综合方法. 该方法首先通过求解一个线性不等式约束下的最小均方误差优化问题, 得到满足要求的功率方向图. 然后使用求根方法对功率方向图对应的多项式进行分解, 得到场方向图. 最后使用前向后向矩阵束方法给出优化的激励幅度、相位和位置估计. 文中对比了激励向量采用加权和不加权的最小均方解的性能, 并讨论了阵列互耦对方向图综合性能的影响. 阵列综合实验证明了给出方法的有效性和稳健性.

关键词: 非均匀间隔阵列; 功率方向图综合; 多项式求根; 矩阵束方法

中图分类号: TN821 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2011) 09-2086-05

Study on Synthesizing Nonuniform Arrays with Shaped Power Patterns

LIU Yan-hui, NIE Zai-ping

(School of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology, Chengdu, Sichuan 610054, China)

Abstract: A new method is studied in this paper for the synthesis of nonuniform linear antenna arrays with shaped power patterns. The method at first finds a satisfactory power pattern for the required radiation characteristics by solving a constrained linear least-squares problem. Then, factorize the polynomial associated with the power pattern by using polynomial root-finding, and consequently obtain the corresponding field patterns. Finally, the forward-backward matrix pencil method is used to obtain a nonuniform linear array with optimal excitation amplitudes, phases and locations for any choice of field patterns. The weighted least-squares solution of element excitations is compared in performance with the non-weighted solution, and the coupling effect between antenna elements on the array synthesis performance is also studied. Numerical results show the effectiveness and robustness of the proposed method.

Key words: nonuniformly spaced array; power pattern synthesis; polynomial rooting; matrix pencil method

1 引言

在雷达和通信领域中, 实现阵列天线的波束赋形具有越来越多的应用需要. 在过去的六十年里, 已经发展了许多赋形方向图综合技术^[1-7]. 其中大多数综合技术使用等间隔阵列^[1-4]. 为了满足期望的方向图特性, 这些等间隔阵列有时需要大量的辐射阵元. 利用阵元的不等间隔分布可以极大的减少阵元数目. 然而, 综合非均匀(包括幅度、相位、阵元间距)天线阵需要求解一个高度非线性的多变量优化问题. 一般的迭代类算法难以获得全局最优解, 而随机优化方法(如遗传算法)则具有较大的计算负担. 并且, 目前大多数非均匀间隔阵列综合技术一般仅针对针状波束的情况, 难以直接用于赋形波束的综合.

本文介绍一种新的方法, 可实现赋形功率方向图的非均匀线阵综合^[8]. 该方法首先利用均匀线阵阵因子幅度平方的非冗余表达^[4], 将功率方向图综合问题等价为一个线性不等式约束下的最小均方误差优化问题. 求解该问题得到可用等间隔线阵实现的期望功率方向图. 然后使用 Fejer-Riesz 定理^[9]对功率方向图分解, 得到若干场方向图. 对于给定的某个场方向图, 该方法使用前向后向矩阵束方法来估计其最佳的阵元位置^[10,11], 并利用最小均方误差求解得激励幅度和相位. 这种方法能够实现优化的阵元位置、激励幅度和相位分布, 从而减少需求的阵元数目. 本文对比了该方法中激励向量采用加权和不加权的最小均方解的性能, 并通过全波电磁仿真讨论了阵列互耦对方向图综合性能的影响, 证明了该方法的应用可行性.

2 原理及算法

2.1 功率方向图综合

考虑一个等间隔分布的 M 元直线阵列,其阵因子可写为

$$F(u) = \sum_{p=0}^{M-1} R_p e^{jpu} \quad (1)$$

其中, $j = \sqrt{-1}$, $u = \beta d \cos \theta$, $\beta = 2\pi/\lambda$ 为传播常数. 该阵因子的幅度平方可写为

$$P(u) = F(u)F^*(u) = \sum_{p=0}^{M-1} \sum_{q=0}^{M-1} R_p R_q^* e^{j(p-q)u} \quad (2)$$

其中, ‘ $*$ ’表示共轭. 上式可以写为如下形式

$$P(u) = \sum_{p=-M+1}^{M-1} D_p e^{jpu}, \text{ 且 } D_p = D_{-p}^* \quad (3)$$

使用 $u_l = 2\pi l/(2M-1)$ 对式(3)进行采样, 可知 $P(u_l)$ 与 D_p 具有离散傅里叶变换的关系. 将之代入式(3), 容易证明^[4,8]

$$P(u) = \sum_{l=-M+1}^{M-1} P_l W(u - u_l) \quad (4)$$

其中, $P_l = P(u_l)$, $W(x) = \sin[(2M-1)x/2]/[(2M-1)\sin(x/2)]$. 式(4)即为等间隔线阵阵因子幅度平方的非冗余表达^[4]. 这表示一个 M 元等间隔线阵阵因子的幅度平方可由 $2M-1$ 个自由参数以式(4)的形式唯一表达. 因此, 可将方向图赋形的要求表述为一个不等式约束条件下的最小均方误差优化问题:

$$\begin{cases} \min_{P_l} \| P(\beta d \cos \theta_m) - T(\theta_m) \|_2^2, & \theta_m \in \text{赋形区} \\ L(\theta_m) \leq P(\beta d \cos \theta_m) \leq U(\theta_m), & 0 \leq \theta_m \leq \pi \end{cases} \quad (5)$$

其中, $T(\theta)$ 为波束赋形区的期望功率方向图函数, $U(\theta)$ 和 $L(\theta)$ 分别表示方向图函数在整个角度空间的上边界和下边界. 配合使用这三个函数可以描述各种不同的辐射特性要求, 因此具有很好的普适性. 并且, 由于式(4)为线性卷积表达, 式(5)实际上是一个不等式约束条件下的线性最小均方优化问题. 对该问题, 目前许多软件包都有现成的函数可供调用.

2.2 基于多项式求根的场分解

Fejer-Riesz 定理^[9]表明, 具有形如式(3)的任意非负实函数总能表示成 $P(u) = |F(u)|^2$ 的形式, 且 $F(u)$ 具有式(1)的形式. 也就是说, 通过上述方法求得的非负实函数 $P(u)$ 后, 总是能找到可辐射这种方向图的等间隔阵列.

可以使用多项式求根方法得到这种场分解^[4]. 令

$\psi(\alpha) = \sum_{p=-M+1}^{M-1} D_p \alpha^p$, 则 $P(u) = \psi(e^{ju})$. $\psi(\alpha)$ 具有 $2M-2$ 个根, 并且由于 $[\psi(1/\alpha^*)]^* = \psi(\alpha)$, 其根必以 $\{\alpha_i, 1/\alpha_i^*\}$ 的形式成对出现. 场方向图由下式给出

$$F(u) = c \prod_{i=1}^l (e^{ju} - \alpha_i)^{r_i} \quad (6)$$

其中, r_i 为根 α_i 的重复度, 且有 $\sum_{i=1}^l r_i = M-1$. 由于选择 α_i 或 $1/\alpha_i^*$ 不会改变场方向图的幅度, 所以如果有 M_0 对根不在单位圆上, 则可选择 2^{M_0} 个不同的场方向图(或 2^{M_0} 个不同的相位方向图)^[2,4].

2.3 基于前向后向矩阵束的阵列综合

文献[10]给出了基于矩阵束的非均匀阵列综合方法, 主要用于综合对称的侧射方向图. 之后, 文献[11]使用前向后向的矩阵结构改进了该方法, 将之推广到非对称的赋形波束情况. 非均匀场方向图重构的数学表述为

$$F(\beta d \eta) = \sum_{i=1}^Q R_i' e^{j\beta d_i \eta} + \varepsilon \quad (7)$$

其中, $Q \leq M$, $\eta = \cos \theta$, d_i' 和 R_i' 分别是非均匀阵列的阵元位置和复激励, ε 为近似误差. 前向后向矩阵束方法将方向图函数采样后构造一种具有 Hankel-Toeplitz 形式的矩阵 \mathbf{Y}^b (该矩阵由文献[11]中式(4)给出). 对 \mathbf{Y}^b 使用奇异值分解, 仅保留 Q 个最大的奇异值, 可得到最优低秩近似矩阵 \mathbf{Y}_Q^b . 该矩阵对应于一个由更少数目的阵元辐射的方向图. Q 的初始猜测由下式给出

$$Q = \min \left\{ q; \left| \sqrt{\sum_{i=q+1}^p \sigma_i^2} / \sqrt{\sum_{i=1}^q \sigma_i^2} < \varepsilon \right. \right\} \quad (8)$$

通过求解文献[10]中式(6)式给出的广义特征值问题可以得到新阵元的位置.

一旦阵元位置得到后, 通过求解最小均方误差问题得到阵元激励^[10,11]

$$\hat{\mathbf{R}}_i' = (\hat{\mathbf{Z}}^H \hat{\mathbf{Z}})^{-1} \hat{\mathbf{Z}} \mathbf{f} \quad (9)$$

其中, \mathbf{f} 和 $\hat{\mathbf{Z}}$ 分别由文献[10]中的式(17)和式(18)给出. 在研究中我们发现, 对于综合某些非常复杂的方向图, 使用加权的最小均方误差解在一定程度上能够改善方向图在较低电平处的重构精度. 此解由下式给出

$$\hat{\mathbf{R}}_i' = (\hat{\mathbf{Z}}^H \mathbf{W} \hat{\mathbf{Z}})^{-1} \hat{\mathbf{Z}} \mathbf{W} \mathbf{f} \quad (10)$$

其中, \mathbf{W} 为对角的加权矩阵. 这里, 我们选用 $W_{n,n} = U(\cos^{-1}(\eta))$.

值得一提的是, 对同一个功率方向图分布, 选用不同的场方向图可导致矩阵 \mathbf{Y}^b 中行或列的相关性发生变化, 并最终影响需要的最小阵元数目^[11]. 并且, 选择不同的场方向图也会改变综合的激励幅度比. 所以, 通过选择不同的场方向图, 我们可以筛选出最好的综合结果, 比如最小的阵元数目或者最小的激励幅度比. 另需指出, 在阵元数目不多或者综合不是十分复杂的方向图时, 仅有少数的根不在单位圆上. 因此, 一般来说可以使用遍历的方法搜索较好的综合结果.

2.4 新的阵列综合算法

基于前面的分析, 新的赋形功率方向图综合算法

步骤如下:

步骤 1 根据要求设置 $T(\theta)$, $L(\theta)$ 和 $U(\theta)$;

步骤 2 设定 β 和 d 的值, 一般选 $\beta d = \pi$;

步骤 3 用试探方法, 求解满足式(5)约束的最小 M , 并给出 P_l 的可行解;

步骤 4 计算 P_l 的逆快速傅里叶变换 D_p ;

步骤 5 求解多项式 $\psi(\alpha)$ 的根, 并对所有的根以

$\{\alpha_i, \frac{1}{\alpha_i^*}\}$ 的形式配对;

步骤 6 从每一对根中选出其中一个根, 由式(6)构造场方向图函数;

步骤 7 由场方向图数据生成矩阵 \mathbf{Y}^b ;

步骤 8 对 \mathbf{Y}^b 进行奇异值分解, 并估计 Q ;

步骤 9 解特征值问题计算新阵元的位置;

步骤 10 由式(10)计算激励幅度和相位;

步骤 11 检查场方向图重构精度. 调整 Q 的值, 重复第 8 至 10 步直至找到符合方向图重构精度的最小 Q ;

步骤 12 返回步骤 6, 改变根的选择, 重复步骤 7 至步骤 12, 如有必要, 遍历所有的场方向图;

步骤 13 比较所有场方向图的非均匀阵列综合结果, 选出最好的结果. 在本文中, 首先选出阵元个数最少的综合结果, 然后从中选出具有最小激励幅度比的结果.

3 数值结果与讨论

第一个例子是综合文献[3]中的平顶方向图. 我们按照主副瓣要求设定方向图综合的上边界和下边界函数, 如图 1 中的粗实线所示. 在波束赋形的主瓣区间, 设定 $T(\theta) = [L(\theta) + U(\theta)]/2$. 求解式(5)约束优化问题, 得到满足要求的方向图幅度分布. 图 1 给出了该幅度分布('Amplitude'), 它在主瓣和副瓣都具有近似等波纹的形状, 比文献[3]给出的结果更逼近理想平顶方向图. 均匀阵列方向图可由 18 个等间隔阵元实现. 使用加权的前向后向矩阵束方法优化激励幅度、相位及阵元位置, 得到一个完全非均匀阵列. 该阵列仅需要 12 个阵

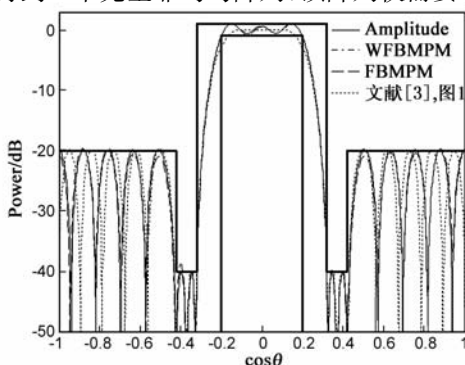


图1 平顶方向图的综合结果

元, 其激励分布如表 1 所示. 其重构的方向图如图 1 中虚点线('WFBWMPM')所示, 它与原来的幅度方向图几乎完全重合, 具有很好的重构精度. 另外, 我们也使用了非加权的前向后向矩阵束方法^[11]. 图 1 给出了该方法重构的方向图('FBWMPM'). 该方向图在 $\cos^{-1}(-0.4)$ 位置的重构精度略有下降. 由此可见, 加权的前向后向矩阵束方法能够改善复杂方向图分布中低电平位置的重构精度. 值得一提的是, 文献[3]使用了 20 个等间隔阵元, 最大激励幅度比为 6.83^[3], 而这里给出的非均匀阵列仅需 12 个阵元, 且最大激励幅度比仅为 3.60. 节约了 40% 的阵元数.

表 1 平顶方向图的非均匀阵列激励分布

i	d_i/λ	$ R_i $	$\angle R_i(^{\circ})$
1	-4.2222	0.27748	1.0741
2	-3.5416	0.34377	7.0909
3	-2.8671	0.50031	16.377
4	-2.1796	0.41221	51.078
5	-1.4624	0.5942	114.71
6	-0.7486	0.95783	133.11
7	-0.02566	1	134.18
8	0.6949	0.67907	120.96
9	1.4203	0.40474	63.212
10	2.1299	0.52789	17.993
11	2.8408	0.42523	6.5106
12	3.6231	0.30366	0.44723

第二个例子为综合文献[2]中的一个非对称赋形方向图. 期望方向图的峰值位于 $\theta = 100^{\circ}$, 在 $\theta \in [100^{\circ}, 140^{\circ}]$ 的范围内逼近函数 $T(\theta) = \csc^2(\theta - 90^{\circ}) \cos(\theta - 90^{\circ})$. 按照主副瓣电平要求^[2]设定如图 2 粗实线所示的上下边界函数. 图 2 中实线所示的是幅度方向图的综合结果('Amplitude'), 可以看出它的主瓣赋形区间比文献[2]中的结果具有更低的波纹起伏. 该方向图可由 16 个等间隔阵元实现. 使用加权及非加权的前向后向矩阵束方法可得到优化的非均匀阵列综合. 在这个例子中, 用加权或非加权方法综合的结果无明显的差别. 但是更多的综合实验表明了, 加权方法对于综合复杂辐射特性要求的方向图具有更好的稳健性. 表 2 给出了加权

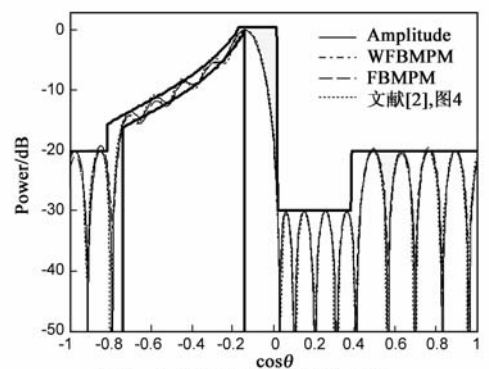


图2 非对称方向图的综合结果

的前向后向矩阵束方法得到的非均匀阵列激励分布. 该阵列仅需要 13 个阵元, 而文献[2]中需要 16 个阵元. 节约了 18.75% 的阵元数.

表 2 非对称幅度方向图非均匀阵列综合的激励分布

i	d_i/λ	$ R_i $	$\angle R_i(^{\circ})$
1	-3.7487	0.5706	0.4968
2	-3.2394	0.79232	78.366
3	-2.7173	1	132.9
4	-2.141	0.90363	-177.17
5	-1.4688	0.81698	-145.42
6	-0.7949	0.75715	-114.92
7	-0.0912	0.60235	-83.919
8	0.6200	0.56128	-58.481
9	1.3009	0.3924	-31.911
10	2.0304	0.31161	-7.6628
11	2.6541	0.26747	11.033
12	3.2221	0.09028	2.747
13	3.7513	0.29844	70.422

为考察阵列互耦对方向图综合性能的影响, 我们构造了图 3 所示的带金属反射板的半波振子天线阵列模型. 半波振子直径为 1mm, 长为 57mm. 工作频带为 2.38~2.50GHz. 该阵列阵元间隔和激励幅相配置为表 2 所列参数. 使用 Ansoft 高频仿真软件对该阵列进行全波仿真. 图 4 给出了全波分析的方向图以及在例 2 中综合的阵因子. 可见, 阵元耦合和金属板反射对阵列方向图有一定影响, 主要是对 $\cos\theta \in [0, 0.4]$ 角度范围内的低副瓣性能有较大影响. 尽管如此, 方向图在赋形区和副瓣区总体上仍保持较好的性能. 这说明由于阵元间距较大, 互耦影响并不是很大. 通过微调激励幅度和相位, 可以进一步减少对低副瓣区的影响. 关于如何对互耦进行校正, 已有许多文献对此详细讨论, 这里不作赘述.



图 3 带反射板的半波振子阵列

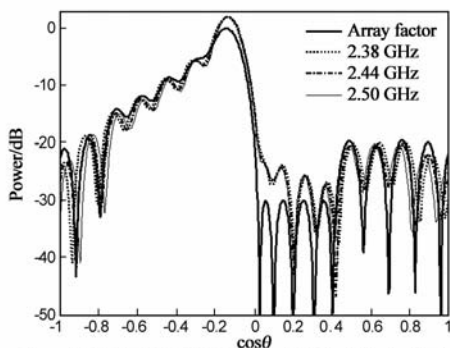


图 4 半波振子阵列阵因子及全波仿真的方向图

4 结论

本文对一种新的赋形功率方向图非均匀阵列综合方法进行了深入分析. 该综合方法主要有两个优势: 一是对同一个功率方向图可以选择不同的场方向图, 从而具有更多的自由度来提高阵列综合性能; 二是使用了前向后向矩阵束方法进行场的非均匀阵列重构, 减少了最终需要的阵元数目. 通过数值综合实验, 对比了激励向量采用加权和不加权的最小均方解的方向图综合性能. 研究表明使用加权最小均方解可以改善方向图在较低电平处的重构精度. 通过对偶极子阵列的全波电磁仿真, 讨论了互耦对阵列方向图综合性能的影响, 证明了这种非均匀阵列综合方法的实际可行性.

参考文献

- [1] Woodward P M. A method of calculating the field over a plane aperture required to produce a given polar diagram [J]. J Inst Elect Eng, 1946, 93(10): 1554 - 1558.
- [2] Elliott R S, Stern G J. A new technique for shaped beam synthesis of equispaced arrays [J]. IEEE Trans Antennas Propagat, 1984, 32(10): 1129 - 1133.
- [3] Cid J M, Rodriguez J A, Ares F. Shaped power patterns produced by equispaced linear arrays: Optimized synthesis using orthogonal $\sin(Nx)/\sin(x)$ beams [J]. Journal of Electromagn Waves and Applicat, 1999, 13(7): 985 - 992.
- [4] Isernia T, Bucci O M, Fiorentino N. Shaped beam antenna synthesis problems: feasibility criteria and new strategies [J]. Journal of Electromagn Waves and Applicat, 1998, 12(1): 103 - 138.
- [5] 张亦希, 傅君眉, 汪文秉, 等. 卫星阵馈反射面赋形波束天线的一种高效旁瓣抑制方法 [J]. 电子学报, 2007, 35(3): 572 - 575.
ZHANG Yi-xi, FU Jun-mei, WANG Wen-bing, et al. An efficient approach for reducing the side lobe levels of array-fed reflector satellite shaped-beam antennas [J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(3): 572 - 575. (in Chinese)
- [6] Akdagli A, Guney, K. Shaped-beam pattern synthesis of equally and unequally spaced linear antenna arrays using a modified tabu search algorithm [J]. Microwave Opt Technol Lett, 2003, 36(1): 16 - 20.
- [7] 卜安涛, 史小卫, 刘英, 等. 用遗传算法综合波束赋形基站天线 [J]. 电子学报, 2003, 31(9): 1310 - 1312.
BU An-tao, SHI Xiao-wei, LIU Ying, et al. Synthesis of shaped beam base station antenna using genetic algorithm [J]. Acta Electronica Sinica, 2003, 31(9): 1310 - 1312. (in Chinese)
- [8] Liu Y H, Nie Z P, Liu Q H. A new method for the synthesis of nonuniform linear arrays with shaped power patterns [J]. Progress In Electromagn Research, 2010, PIER107: 349 - 363.

- [9] Dritschel M A. On factorization of trigonometric polynomials [J]. Integr Equ Oper Theory, 2004, 49(1): 11 – 42.
- [10] Liu Y H, Nie Z P, Liu Q H. Reducing the number of elements in a linear antenna array by the matrix pencil method [J]. IEEE Trans Antennas Propagat, 2008, 56(9): 2955 – 2962.
- [11] Liu Y H, Liu Q H, Nie Z P. Reducing the number of elements in the synthesis of shaped-beam patterns by the forward-backward matrix pencil method [J]. IEEE Trans Antennas Propagat, 2010, 58(2): 604 – 608

作者简介



刘颜回 男, 1983 年 2 月出生于广西桂林. 2009 年获得电子科技大学电磁场与微波技术专业博士学位. 2007 年至 2009 年在美国杜克大学电气与计算机工程系访问学习. 目前在西南电子设备研究所工作. 主要研究方向为天线及阵列设计、阵列信号处理.

E-mail: yanhuiiucem@gmail.com



聂在平 男, 1946 年 10 月出生于陕西西安. 电子科技大学教授、博士生导师, 中国电子学会会士, IEEE 高级会员. 主要研究兴趣包括: 计算电磁学、电磁散射与逆散射、非均匀介质中的场与波、新一代移动通信中的多天线技术等.

E-mail: zpnie@uestc.edu.cn