

# 一种基于 Fibonacci 数系的数字水印新方法

邹建成, 石志鑫

(北方工业大学图像处理与模式识别研究所, 北京 100144)

**摘 要:** 本文基于 Fibonacci 数系, 给出了一种抗 JPEG 压缩的数字水印算法. 该算法利用 Fibonacci 数列、整数的 Fibonacci 表示以及兔子序列  $S$ , 构造了量化 DCT 系数的 Fibonacci 量化表  $Q$  和嵌入水印的系数修改表  $M$ . 通过改变构造  $M$  表的位阈值  $N$  能够方便地解决图像压缩质量与水印的鲁棒性之间的冲突. 由于 Fibonacci 数是呈黄金分割递增的, 而 JPEG 压缩主要原理也是 DCT 变换, 所以本算法通过构造的量化表和系数修改表来修改 DCT 直流分量嵌入水印, 对于抗 JPEG 压缩有很好的鲁棒性. 实验结论表明, 当构造  $M$  表的位阈值  $N = 7$ , 图像压缩质量  $IQ = 40\%$  时, 使用本算法提取水印的正确率能达到 90% 以上.

**关键词:** Fibonacci 数列; 数字水印; 兔子序列; DCT (discrete cosine transform)

**中图分类号:** TP391      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2011) 07-1598-05

## A Novel Digital Watermarking Approach Based on Fibonacci Sequence

ZOU Jian-cheng, SHI Zhi-xin

(Institute of Image Processing & Pattern Recognition, North China University of Technology, Beijing 100144, China)

**Abstract:** Based on Fibonacci sequence, the article discusses a method of digital watermarking about anti-JPEG compression. The algorithm constructs the Fibonacci quantification table  $Q$  of quantified DCT coefficients and the coefficient modification table  $M$  of embedded in the watermark by means of the Fibonacci sequence, Fibonacci integer sequences, as well as the rabbit sequence  $S$ . It can be used to solve the conflict between image compression quality and the robustness of watermarking by changing the threshold value  $N$  of constructed  $M$  table. As the Fibonacci number increases progressively in the form of the golden section and the main principle of the JPEG compression is DCT transform, this algorithm has a very good robustness for anti-JPEG compression through constructed quantification table and the coefficient modified table to modify the DCT of DC component embed the watermark. The experimental results showed that when the threshold value of structured  $M$  table  $N = 7$ , the image compression quality  $IQ = 40\%$ , and the correct rate of the watermark extraction using the algorithm can reach more than 90%.

**Key words:** Fibonacci sequence; watermarking; rabbit sequence; DCT (discrete cosine transform)

## 1 引言

随着信息技术的飞速发展, 数字媒体得到了广泛的应用. 大量的数字信息极易被复制、修改以及非法传播, 因而, 数字水印技术逐渐成为版权保护领域的研究热点. 由于存储资源和网络带宽的限制, 多媒体数据通常都是以压缩形式进行存储和传输的, 目前主流压缩技术是 JPEG 压缩, 因此, 研究能抗 JPEG 压缩的数字水印算法更具有实际的意义.

王建军等提出了一种基于  $k$ -Fibonacci 矩阵和 JPEG 的数据隐藏方法<sup>[1]</sup>, 该方法与 Jpeg-Jpeg 和 QTM 的方法进行了比较, 嵌入后的图像质量比较好, 并且嵌入容量比较大. 该方法先计算  $8 \times 8$  的  $k$ -Fibonacci 矩阵, 然后将

这个  $k$ -Fibonacci 矩阵的上三角都修改为 1, 以修改后的  $k$ -Fibonacci 矩阵为量化表对掩体图像的 DCT 系数进行量化, 将要隐藏的数据嵌入到量化后 DCT 系数的 DC 和 AC 系数中. 但是, 该方法中虽然构造了  $8 \times 8$  的  $k$ -Fibonacci 矩阵, 其真正的量化表却是把上三角都修改为 1 的矩阵, 所以在量化过程中开始的构造  $k$ -Fibonacci 矩阵就失去了具体的意义. 文中也没有考虑到不同的压缩后图像品质对水印的影响. F Battisti 等提出了一种基于 Fibonacci 位平面分解的 LSB 数字水印方法<sup>[2]</sup>, 该方法利用 Fibonacci 编码得到更多的位平面, 从而嵌入容量更大. 但是, 由于这种方法是空间域的 LSB, 对图像进行小的攻击都会严重影响水印提取的正确率, 更不能抵抗 JPEG 的压缩. Huang Jiwu 等成功地将水印信息嵌入到

DCT系数的 DC 分量,并且提出具体的防止图像出现块效应的水印方案<sup>[3]</sup>.

针对以上问题,结合文献[3],本文提出了一种基于 Fibonacci 的在 DCT 的直流分量进行水印嵌入的新方案.文中提出了 Fibonacci 量化矩阵,兔子序列以及其构造的系数修改表  $M$  的方法.最后,分析了在不同的位阈值  $N$  下,图像压缩质量不同的情况下水印提取的正确率,并且提出了最佳的位阈值选取方案,使得嵌入后的图像质量以及提取的正确率达到综合最佳平衡.实验表明,本文中的数字水印新算法能很好地抵抗 JPEG 攻击.

## 2 Fibonacci 相关概念简介

### 2.1 Fibonacci 数列

意大利数学家列 Leonardo Fibonacci 于 1202 年撰写《Liber Abaci》一书,以兔子繁殖为例子而引入了著名的 Fibonacci 数列,故 Fibonacci 数列又称为“兔子数列”.在数学上,Fibonacci 数列是以递推关系来定义的,满足:

$$\begin{cases} F_0 = 0 \\ F_1 = 1 \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \end{cases}, n = 2, 3, \dots \quad (1)$$

式(1)的数列  $\{F_n\}$  为 Fibonacci 数列,其中任意一个数  $F_n$  称为 Fibonacci 数.法国数学家 Bine 证明了其通项公式可表示为:

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left( \left( \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left( \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right) \quad (2)$$

Fibonacci 数列有很多有用的性质.其中最奇妙的是苏格兰人 Robert Simson 证明了当项数趋于无穷时,Fibonacci 数列的后项与前项之比趋近黄金分割,也就是 1.61803398875... .邓云凯等利用黄金分割和 Fibonacci 级数法可以明显提高对比度最优自聚焦算法的运算效率<sup>[4]</sup>,郁海蓉等提出的一种新型 Fibonacci 电荷泵具有较快的上升速度和较高的工作效率<sup>[5]</sup>.此外,自然界中许多花序或树叶以 Fibonacci 螺旋方式排列的,如树叶沿枝条排列的形状、向日葵籽盘上相互交叉的奇特螺旋线、花瓣的数目等.其他有关 Fibonacci 数列的性质可以参考《斐波那契》一文中给出的 Fibonacci 数列的几个性质<sup>[6]</sup>.

### 2.2 整数的 Fibonacci 表示

基于 Fibonacci 数, A S Fraenkel 等介绍了  $m$  阶 Fibonacci 数的表示方法<sup>[7]</sup>:

$$F_n^{(m)} = F_{n-1}^{(m)} + F_{n-2}^{(m)} + \dots + F_{n-m}^{(m)}, n = 2, 3, \dots \quad (3)$$

其中:

$$F_{-m+1}^{(m)} = F_{-m+2}^{(m)} = \dots = F_{-2}^{(m)} = 0, F_{-1}^{(m)} = F_0^{(m)} = 1 \quad (4)$$

在这里,2 阶 Fibonacci 数就是通常我们所说的 Fibonacci 数列:1,2,3,5,8,... .在文中还说明了任何一个非负的整数  $N$  能够被唯一的表示成二进制形式  $d_1 d_2 \dots$

$d_{k-1} d_k, d_i \in \{0, 1\}$  与之对应,即

$$N = \sum_{i=0}^k d_i F_i, d_i \in \{0, 1\}, 0 \leq i \leq k \quad (5)$$

当且仅当  $d_1 d_2 \dots d_{k-1} d_k$  中不包含  $m$  个连续的 1<sup>[8]</sup>.表 1 列出了一些整数  $N$  的 Fibonacci 表示.

表 1 整数  $N$  的 Fibonacci 表示

$N$	$d_i$
1	1
2	0 1
3	0 0 1
4	1 0 1
5	0 0 0 1
6	1 0 0 1
7	0 1 0 1
8	0 0 0 0 1
16	0 0 1 0 0 1
32	0 0 1 0 1 0 1
$F_{(i)}$	1 2 3 5 8 13 21

### 2.3 兔子序列

兔子序列可以用图 1 表示兔子的繁殖规律,图中●表示一对大兔子,○表示一对小兔子.如果把●用 1 来表示,○用 0 来表示,这样,所有的兔子序列就可以构成一个只包含  $\{0, 1\}$  的字符串,我们把这个字符串叫做兔子序列,或者叫黄金字符串.图中最下面的一组所表示的字符串 1011010110110 就是兔子序列的前 13 位,一直这样按照兔子繁殖规律描述下去,就能得到更多的位.相对于随机序列,兔子序列便于在水印的嵌入和提取时自动生成,无需额外存储.更重要的是,用其构造的嵌入水印系数修改表有如 3.2 中提到的重要性质.

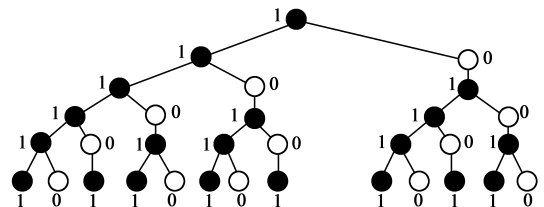


图 1 兔子繁殖产生的兔子序列示意图

表 2 中列出了兔子序列的前 100 位.

表 2 兔子序列的前 100 位

1011010110	1101011010	1101010111	0110101101	0110110101
1010110110	1011011010	1101011011	0101101101	0110101101

R Knott 还介绍了很多种构造兔子序列的方法<sup>[9]</sup>.

## 3 水印嵌入提取方案

### 3.1 Fibonacci 量化表 $Q$ 的构造

对于一个  $8 \times 8$  的 DCT 系数量化表  $Q$ ,按 Z 字形扫描整个量化表,在每一个斜对角线上的值用 Fibonacci 数来表示,这样就构造了一个按 Fibonacci 数列递增的

Fibonacci 量化表  $Q$ , 如图 2. 相对于标准的量化表, 在量化 DCT 系数的时候, 前面小的 Fibonacci 数对低频系数量化的精确, 后面大的 Fibonacci 数对高频量化的比较粗糙. 同时, 因为 Fibonacci 数列是按黄金分割  $\phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$  的比例增长的, 所以, 我们构造的量化表  $Q$  的斜对角线其步长是按  $\phi$  的比例递增, 即相对于标准量化表, 图像的 DCT 系数经过量化后, 从低频到高频的量化程度也是按  $\phi$  的比例递增的, 这样在低频进行水印嵌入后对图像质量的影响会相对变小, 载体图像的视觉效果会更好.

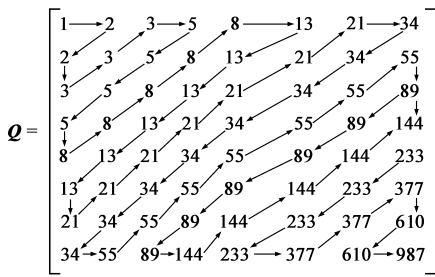


图2 Z字形扫描Fibonacci数量化表 $Q$

### 3.2 水印嵌入系数修改表 $M$ 的构造

(1) 给定阈值  $N$ , 即经过 Fibonacci 整数表示后的 DCT 系数中我们想修改的位数  $N$ , 按照 2.2 得到整数  $c_1 = (0 \cdots 01)_F$  和  $c_2 = (0 \cdots 01)_F$ , 其中  $(0 \cdots 01)_F$  表示前面  $\underbrace{N-1}$  个 0 加一个 1 组成的 Fibonacci 表示, 很明显,  $c_2 > c_1$ .

(2) 按 2.3 的方法生成兔子序列  $S(i)$ .

(3) 构造修改 DCT 系数的水印嵌入系数修改表  $M(i)$ , 直到  $M(i) > \max D$ . 其中  $\max D$  是待修改的最大 DCT 系数.

$$M(i) = \begin{cases} c_2 & , i = 1 \\ M(i-1) + \alpha & , i > 1 \end{cases} \quad (6)$$

其中若  $S(i) = 1, \alpha = c_2$ ; 否则  $\alpha = c_1$ .

例如我们给定  $N = 4, \max D = 25$ , 则  $c_1 = (0001)_F = 5$  和  $c_2 = (00001)_F = 8$ ; 由 2.3 的方法得到  $S(i) = 1011010110 \cdots$ ; 首先计算  $M_1 = c_2 = 8$ ; 因为  $S_2 = 0$ , 则  $M_2 = M_1 + c_1 = 8 + 5 = 13$ ;  $S_3 = 1$ , 则  $M_3 = M_2 + c_2 = 13 + 8 = 21$ ;  $S_4 = 1$ , 则  $M_4 = M_3 + c_2 = 21 + 8 = 29$ ; 此时,  $M_4 > \max D$ , 因而, 构造的水印嵌入系数修改表  $M = \{8, 13, 21\}$ .

基于 Fibonacci 整数表示和兔子序列构造的水印嵌入系数修改表  $M$  有如下基本性质:  $M$  中数之间的间隔不是等长的, 可以在一定程度上防止嵌入水印的文件被有意地分析检测; 对于特定的  $N$  所构造的  $M$  中全部的数其 Fibonacci 表示前  $N$  位都为零; 所有大于  $c_2$ , 小于

$\max D$  的 Fibonacci 数都在  $M$  中;  $N$  取不同的位数时, 得到的  $c_1$  和  $c_2$  都为 Fibonacci 数列, 比如  $N = 4$  时  $c_1 = 8, c_2 = 13, N = 5$  时  $c_1 = 13, c_2 = 21, N = 4$  时  $c_1 = 21, c_2 = 34 \cdots$ .

从上可知,  $M$  表是在 Fibonacci 的基础上构造的, 其增长的幅度为 Fibonacci 数. 其实,  $M$  表中所包含数的个数也是呈 Fibonacci 数列增长的. 图 3 显示了当  $\max D = 200, N$  分别取 3, 4, 5, 6, 7 时  $M$  中数的变化情况. 图中表明, 当  $N$  越大,  $M$  中所包含的数的个数越少, 则相邻两数间的差越大, 那么 DCT 系数所修改的程度也就越大. 因而, 仅通过改变阈值  $N$  来构造  $M$  表, 就可以控制 DCT 系数的修改程度.

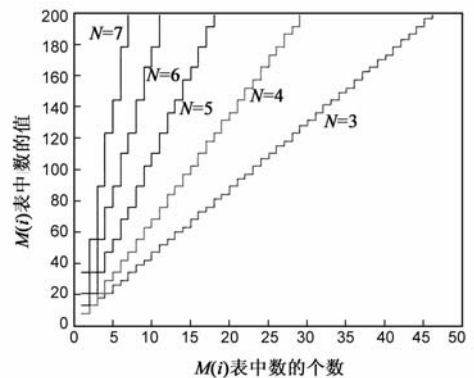


图3  $\max D=200, N$  分别取 3, 4, 5, 6, 7 时  $M$  表中数的变化情况

### 3.3 水印的嵌入过程

(1) 对  $256 \times 256$  的原始图像矩阵  $f(x, y)$  作  $8 \times 8$  块 DCT 变化, 得到 DCT 变换的系数矩阵  $F(u, v)$ ;

(2) 按 3.1 的方法构造一个 Fibonacci 量化矩阵  $Q$  对每个 DCT 块进行量化, 得到量化后的系数矩阵  $F(u, v)'$ ;

(3) 抽取  $F(u, v)'$  的 DC 系数, 组成一个  $32 \times 32$  的 DC 系数矩阵  $D(i, j)$ ;

(4) 获取  $D(i, j)$  中最大的数  $\max D$ , 利用  $\max D$  以及选取的阈值  $N$  按 3.2 的方法构造一个水印嵌入系数修改表  $M(i)$ , 我们根据嵌入的水印  $w(i)$  和表  $M$  来修改  $D(i, j)$ ; 得到修改后的直流系数  $D(i, j)'$ . 具体的修改方法如下:

(a) 查找  $D(i, j)$  在  $M$  表中的位置  $k, M(k) \leq D(i, j) < M(k+1)$ ;

(b) 修改直流系数  $D(i, j)$ . 当  $w(i) = 1$  时, 如果  $k$  为奇数, 则  $D(i, j)' = M(k)$ , 否则  $D(i, j)' = M(k+1)$ ; 当  $w(i) = 0$  时, 如果  $k$  为奇数, 则  $D(i, j)' = M(k+1)$ , 否则  $D(i, j)' = M(k)$ ;

(5) 利用  $D(i, j)'$  恢复  $F(u, v)'$ , 并且用量化矩阵  $Q$  反量化, 反 DCT 后恢复原图.

### 3.4 水印的提取过程

水印的提取过程是嵌入的逆过程,具体如下:

- (1)对嵌入水印后的图像  $f(x, y)$  作  $8 \times 8$  分块 DCT 变化,得到 DCT 变换的系数矩阵  $F(u, v)$ ;
- (2)提取  $F(u, v)$  的直流系数  $D(i, j)$ ;
- (3)查找  $D(i, j)$  在  $M$  表中的位置  $k$ ,  $M(k) \leq D(i, j)$ ,  $j) < M(k + 1)$ , 如果  $D(i, j) \leq (M(k) + M(k + 1))/2$ , 则  $N = k$ , 否则  $N = k + 1$ ;
- (4)如果  $N \bmod 2 = 0$ , 则水印为 0; 如果  $N \bmod 2 = 1$ , 则水印为 1.

## 4 实验结果分析

本文的算法在 Matlab7.0 上进行验证.图 4 显示了 Lena, Pepsers 等七幅 BMP 图像对于不同的  $N$  值与嵌入水印前后图像的 PSNR 变化情况.

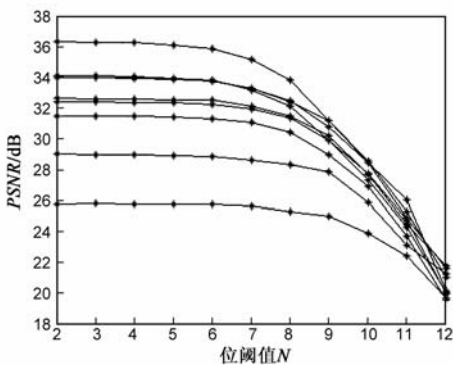


图4 不同的 $N$ 值与嵌入水印前后图像的PSNR变化示意图

从图4中可以看到,在  $N = 7$  以后,所有图像的 PSNR 的变化比较明显,图像质量显著下降.同时,把其中的第一幅 Lena 图在不同位阈值  $N$  下嵌入水印后的图像显示出来如图5.当  $N = 7$ , 嵌入后的图像基本上和原图相同,但是  $N = 8$  时图像质量下降明显.  $N = 9$  以后,通过表  $M$  修改的直流系数还原后的图像出现明显

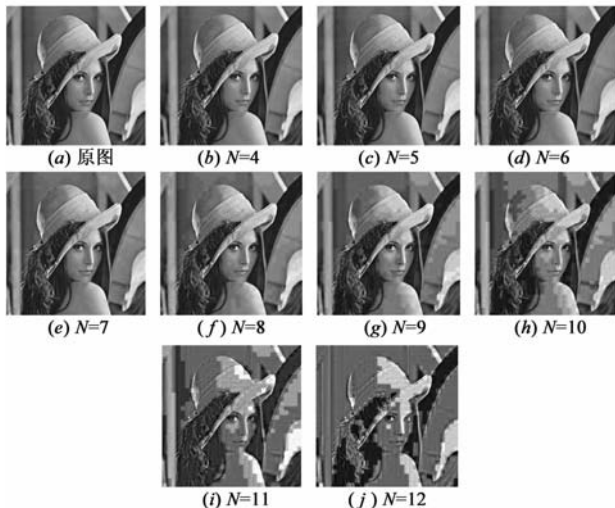


图5 不同位阈值 $N$ 下Lena图进行水印嵌入后的图像

块效应.

下面我们用 Lena 图像在不同的位阈值  $N$  下对水印的正确率与 JPEG 压缩后图像品质(IQ)之间的变化关系进行分析.

从图6中我们可以看到,在  $N = 8 \sim 12$ , 对于  $IQ \geq 10\%$  JPEG 压缩,水印都能全部提取;在  $N = 7$  时,当  $IQ = 5\% \sim 50\%$  时,水印提取的正确率为 80% 以上,当  $IQ \geq 50\%$  时,水印可以全部提取;在  $N = 6$  时,当  $IQ = 40\% \sim 75\%$ , 水印提取的正确率约为 90% 以上,当  $IQ \geq 75\%$  时,水印可以全部提取.

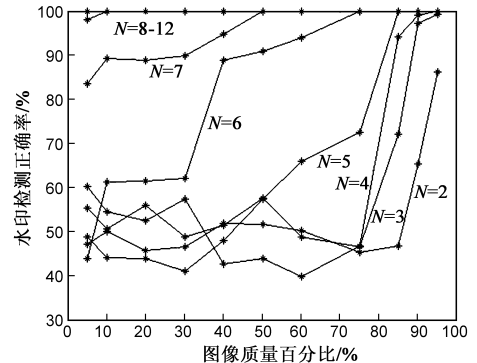


图6 水印的正确率与位阈值 $N$ 及JPEG压缩后图像品质(IQ)之间的变化示意图

因此,综合图像质量以及水印提取的正确率来看,通过不同的阈值  $N$  构造出的不同的表  $M$  进行水印的嵌入,我们选取  $N = 7$  最为合适.图7显示了在  $N = 7$  时对上述七幅不同的图像进行水印检测实验结果.

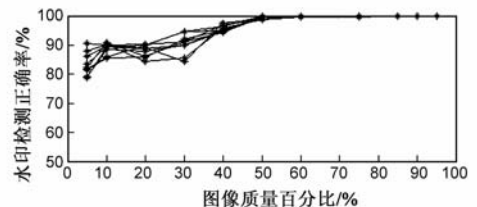


图7  $N=7$ 时对不同的图像进行水印检测正确率示意图

从图5中可以看出,不同的图像其水印检测正确率和图像质量间的变化趋势是基本上相当的.经过大量的图像库验证,当  $N = 7$  时,图像压缩后品质为 50% 时,基本上能全部检测;因此,本算法能根据所要求的不同的图像质量以及压缩的比率来保证水印检测的正确率,能很好地抗 JPEG 的压缩.

## 5 结论

本文提出了一种基于 Fibonacci 的数字水印新方法,通过改变直流分量进行水印的嵌入,能够在最大限度满足图像质量要求的前提下增强水印的鲁棒性,在二者中权衡只要通过修改位阈值  $N$  来构造其 DCT 系数修改表  $M$  即可,实现起来非常简便.此外,由于 Fibonacci 数是呈黄金分割递增的,并且 JPEG 压缩主要原理也

是 DCT 变换,所以本算法通过构造的量化表和系数修改表来修改 DCT 的直流分量嵌入水印对 JPEG 压缩有很好的鲁棒性。

### 参考文献

- [1] 王建军,王颖.一种基于  $k$ -Fibonacci 矩阵和 JPEG 的数据隐藏方法[J].系统工程与电子技术,2006,28(8):1252-1257.  
Wang Jianjun, Wang Ying. Data hiding method based upon JPEG and  $k$ -Fibonacci matrix [J]. Systems Engineering and Electronics, 2006, 28(8): 1252-1257. (in Chinese)
- [2] F Battisti, M Carli, A Neri, K Egiazarian. A generalized fibonacci LSB data hiding technique[A]. Proceedings of 3rd International Conference on Computers and Devices for Communication (CODEC-06) TEA[C]. Institute of Radio Physics and Electronics, University of Calcutta, 2006. 18-20.
- [3] Huang Jiwu, Shi Yun Q, Shi Yi. Embedding image watermarks in DC components[J]. IEEE Transactions on circuits and system for video technology, 2000, 10(6): 974-979.
- [4] 邓云凯,王宇,杨贤林,张志敏.基于对比度最优准则的自聚焦优化算法研究[J].电子学报,2006,34(9):1742-1744.  
DENG Yun-kai, W ANG Yu, YANG Xian-lin, ZHANG Zhimin. The research of autofocus optimization algorithm based on contrast optimization criterion [J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(9): 1742-1744. (in Chinese)
- [5] 郁海蓉,陈志良.液晶显示驱动电路中 Fibonacci 型电荷泵单元[J].电子学报,2002,30(5):753-756.  
YU Hai-tong, CHEN Zhi-liang. A fibonacci-like charge pump-cell for LCD drive[J]. Acta Electronica Sinica, 2002, 30(5): 753-756. (in Chinese)

- [6] 吴文俊.世界著名数学家传记[M].北京:科学出版社,1997.298-306.  
Wu Wenjun. The World-Famous Mathematician Biography [M]. Beijing: Science Press, 1997. 298-306. (in Chinese)
- [7] A S Fraenkel. Svstems of numeration[J]. Amer Math Monthly, 1985, 92: 105-114.
- [8] E Zeckendorf. Representation des nombres naturels par une somme des nombres de Fibonacci ou de nombres de Lucas [J]. Bull Soc Roy Sci, 1972, Lige 41: 179-182.
- [9] R Knott. The Golden String of 0s and 1s[OL]. <http://www.mcs.surrey.ac.uk/Personal/R.Knott/Fibonacci/fibrab.html>, 2005.

### 作者简介



邹建成 男,1966年出生于贵州遵义,教授,1996年博士毕业于中国科学院数学研究所.主要研究方向为数字图像信息安全理论中的信息隐藏和数字水印、微分拓扑学中的奇点理论、分枝理论、计算机图形学、计算机视觉.  
E-mail: zjc@ncut.edu.cn



石志鑫 男,1986年2月出生于湖南邵阳.2007年进入北方工业大学信息工程学院读硕士研究生,主要研究方向为信息安全中的数字水印、信息隐藏与伪装.  
E-mail: szhixin@gmail.com