

非均匀杂波 MIMO 雷达检测

晁淑媛, 陈伯孝, 戴奉周

(西安电子科技大学雷达信号处理国防科技重点实验室, 陕西西安 710071)

摘要: 本文针对非均匀杂波, 利用球不变随机矢量(SIRV)建立了机载多输入多输出(MIMO)雷达杂波模型. 基于杂波协方差矩阵不满秩, 提出了一种用于估计归一化杂波协方差矩阵的修正渐近最大似然(MAML)算法及其广义似然比检测器, 即修正渐近广义似然比检测器(MAGLRT). 仿真试验结果表明, 在非均匀的杂波下, MAGLRT 较常规高斯模型检测器具有明显优势; 与单输入多输出(SIMO)雷达相比, 该 MIMO 雷达也显示出更优越的检测性能.

关键词: MIMO 雷达; 非均匀杂波; 球不变随机矢量; 修正渐近广义似然比检测

中图分类号: TN957.51 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2011) 03-0626-06

MIMO Radar Detection in Nonhomogeneous Clutter

CHAO Shu-yuan, CHEN Bai-xiao, DAI Feng-zhou

(National Lab of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: A model of clutter of airborne multiple-input multiple-output (MIMO) radar in nonhomogeneous environment is formulated based on spherically invariant random vectors (SIRV). The modified asymptotical maximum likelihood (MAML) method is proposed to estimate the singular normalized covariance matrix of clutter and the modified asymptotical generalized likelihood ratio test (MAGLRT) detector is developed based on it. Simulation results reveal that the MAGLRT detector has a great advantage over conventional Gaussian modeled detector, meanwhile the MIMO radar has better detection performance compared with SIMO radar.

Key words: multiple-input multiple-output (MIMO) radar; nonhomogeneous clutter; spherically invariant random vectors (SIRV); modified asymptotical generalized likelihood ratio test (MAGLRT)

1 引言

目前雷达界热门研究的多输入多输出(multiple-input multiple-output, MIMO)雷达利用多个发射天线同时辐射相互正交的信号, 并在接收端对不同天线发射的信号进行分离. MIMO 雷达大体分为两类: 分布式 MIMO 雷达和密集式 MIMO 雷达. 分布式 MIMO 雷达利用宽布的发射或接收天线实现空间分集, 从而有效的克服目标的 RCS 闪烁, 提高雷达的检测及测角性能^[1~4]. 密集式 MIMO 雷达利用波形分集可以扩展阵列孔径, 获得更高的角度分辨率^[5]; 且具有更多的自由度, 能增强雷达的杂波抑制能力^[6]. 目前对于 MIMO 雷达检测问题的研究多集中于高斯干扰(杂波加噪声)假设下^[7~9], 但对于非均匀的地面和海面杂波, 当 MIMO 雷达距离分辨率较高或擦地角较小时, 由于雷达照射区的独立散射体减少而使中心极限定理不再成立, 因此杂波会在距离上有起伏, 杂波回波的概率密度函数(PDF)会出现长的拖尾, 高斯

模型不再成立^[10]. 本文在机载密集式 MIMO 雷达配置下, 用球不变随机矢量(SIRV)来描述非均匀 MIMO 雷达杂波的统计特性^[11], 推导出 MIMO 雷达空时二维杂波模型, 并针对杂波在距离上非均匀且空时二维杂波协方差矩阵不满秩的情况, 提出了一种修正渐近最大似然估计(MAML)算法来估计 MIMO 雷达杂波协方差矩阵, 将在此基础上得到的 MIMO 雷达的广义似然比检测器(GLRT)称为修正渐近广义似然比检测器(MAGLRT). 最后通过仿真实验验证了 MAGLRT 的有效性, 并分析了杂波参数、系统热噪声以及 MIMO 雷达发射天线数目对检测性能的影响.

2 非均匀杂波下的 MIMO 雷达杂波模型

假设机载 MIMO 雷达发射与接收阵为近距均匀线阵, 有 M 个发射天线和 N 个接收天线, 如图 1. 为了使空间采样无冗余且不出现栅瓣^[12], 发射和接收天线间距分别为 $d_T = N\lambda/2$ 和 $d_R = \lambda/2$, λ 为波长. 对远场目

收稿日期: 2009-10-19; 修回日期: 2010-08-09

基金项目: 国家预研项目(No. 51307050102); 2006 年教育部新世纪优秀人才支持计划项目(No. NCET-06-0856); 西安电子科技大学基本科研业务费(No. JY10000902010); 国家杰出青年科学基金(No. 60825104); 国家自然科学基金(No. 61001209)

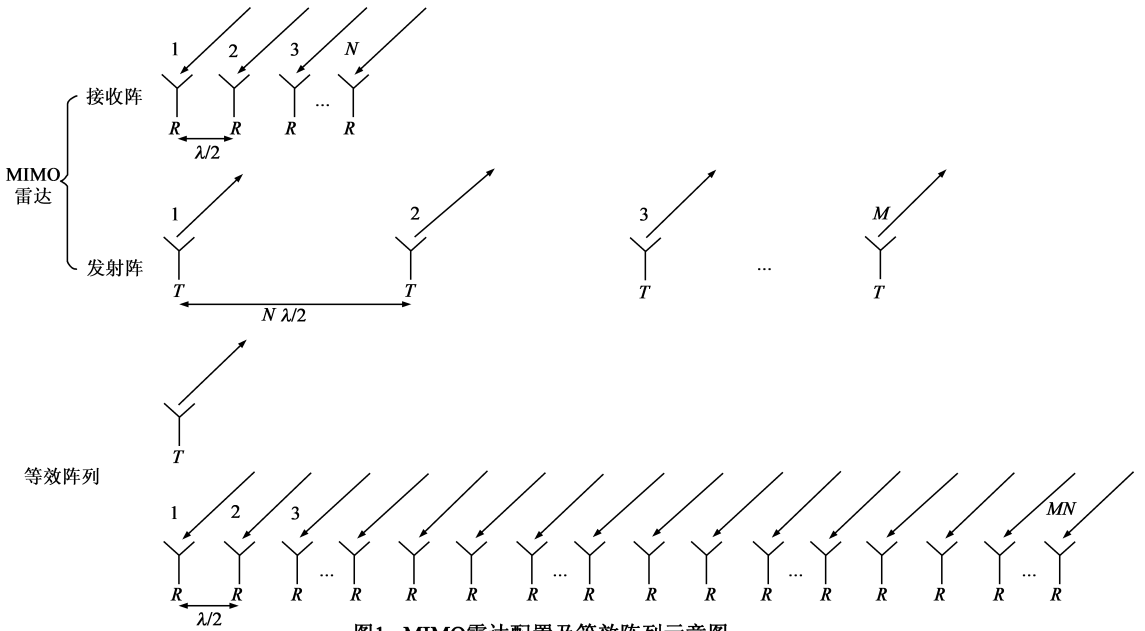


图1 MIMO雷达配置及等效阵列示意图

标,相对发射和接收阵元的方位角均相同. M 个发射天线分别发射不同的正交码信号,因此可确保在每个接收天线通过匹配滤波器组能将来自不同发射天线的信号加以分离.由于发射信号和接收信号波程差的叠加效应(如图 2),使得 MIMO 雷达在空间上等效于图 1 下方所示的具有 MN 个接收阵元的半波长分布标准线阵.这个等效阵列相对于 MIMO 雷达的物理接收阵在空间上体现出很大的孔径扩展,因此 MIMO 雷达比单输入多输出(SIMO)雷达的性能有了很大提高.

我们将 K 个脉冲为一个相干积累周期的 MIMO 雷达检测问题归结为如下假设检验:对于检测距离单元,

$$\begin{cases} H_1: \mathbf{x}_0 = \rho_i \mathbf{v}_i + \mathbf{c}_0 \\ H_0: \mathbf{x}_0 = \mathbf{c}_0 \end{cases} \quad (1)$$

假设有 L 个参考距离单元,则,

$$\mathbf{x}_l = \mathbf{c}_l, \quad l = 1, 2, \dots, L \quad (2)$$

其中, \mathbf{x}_0 和 \mathbf{c}_0 分别表示检测距离单元的观测矢量和杂波矢量; \mathbf{x}_l 和 \mathbf{c}_l 分别表示第 l 个参考距离单元的观测矢量和杂波矢量; ρ_i 是目标回波幅度; \mathbf{v}_i 为目标空时导向矢量, $\mathbf{v}_i(f_{d,i}, \theta_i) = \mathbf{c}(f_{d,i}) \otimes \mathbf{a}(\theta_i) \otimes \mathbf{b}(\theta_i)$, 其中 $f_{d,i}$ 是目标多普勒频率, θ_i 是目标方位角, \otimes 表示 Kronecker 积, $\mathbf{a}(\theta_i)$ 、 $\mathbf{b}(\theta_i)$ 和 $\mathbf{c}(f_{d,i})$ 分别是发射阵列、接收阵列和时域导向矢量:

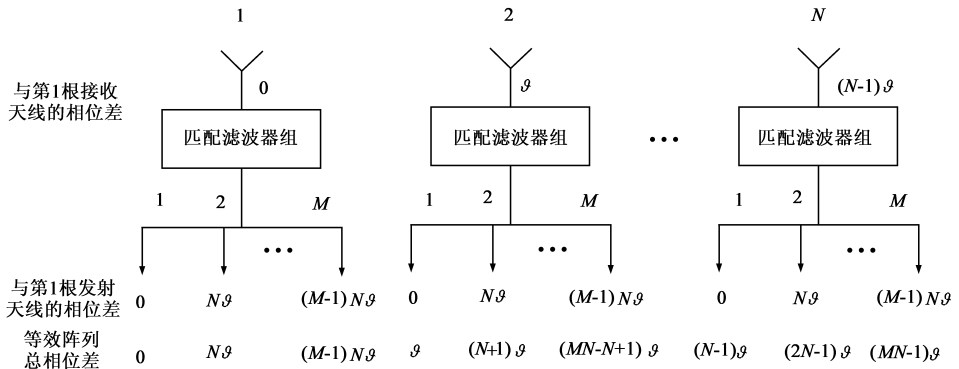


图2 MIMO雷达处理流程及相位差

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(\theta_i) &= [1, e^{j\varphi}, \dots, e^{j(M-1)\varphi}]^T, \quad \varphi = N\pi\cos(\theta_i); \\ \mathbf{b}(\theta_i) &= [1, e^{j\vartheta}, \dots, e^{j(N-1)\vartheta}]^T, \quad \vartheta = \pi\cos(\theta_i); \\ \mathbf{c}(f_{d,i}) &= [1, e^{j\bar{\omega}}, \dots, e^{j(K-1)\bar{\omega}}]^T, \\ \bar{\omega} &= 2\pi f_{d,i} T_r, \quad f_{d,i} = 2V\cos(\theta_i)/\lambda \end{aligned} \quad (3)$$

其中, V 为载机飞行速度, T_r 为脉冲重复周期.这里为了便于分析,我们假设杂噪比较大,暂时忽略系统热噪声的影响.

对于距离上非均匀的地面和海面杂波,根据文献[11]可用球不变随机矢量来描述.此模型下,杂波由两部分构成:慢变的结构(texture)分量和快变的斑点(speckle)分量.设第 l 个距离单元杂波的第 k 个脉冲回波在接收端经过信号分离后得到的 MN 个采样为 $\mathbf{c}_{l,k}$, $\mathbf{c}_{l,k} = [c_{l,k,1}, c_{l,k,2}, \dots, c_{l,k,MN}]^T$ ($k = 1 \dots K; l = 0 \dots L$), 它可表示为:

$$\mathbf{c}_{l,k} = \tau_{l,k} \mathbf{g}_{l,k}, \quad k = 1 \dots K; l = 0 \dots L \quad (4)$$

其中 $\tau_{l,k}$ 为结构分量,杂波的结构分量在不同距离单元上是一个 PDF 为 $p(\tau)$ 的非负一维随机变量; $\mathbf{g}_{l,k} =$

$[g_{l,k,1}, g_{l,k,2}, \dots, g_{l,k,MN}]^T$ 为斑点分量, 是零均值、协方差矩阵为 $\mathbf{R}_g(l,k) = E\{g_{l,k}g_{l,k}^H\}$ 、且与 $\tau_{l,k}$ 统计独立的 MN 维高斯随机矢量. 假设每个距离单元上杂波的结构分量 $\tau_{l,k}$ 在 K 个脉冲上恒定, 因此省去下标 k , 均记为 $\tau_l(l=0\cdots L)$, 那么式(4)退化为 $c_{l,k} = \tau_l g_{l,k}(k=1\cdots K; l=0\cdots L)$. 第 l 个距离单元杂波的空时观测矢量为

$$\mathbf{c}_l = \tau_l \mathbf{g}_l, \quad l=0\cdots L \quad (5)$$

其中 $\mathbf{c}_l = [c_{l,1}^T, \dots, c_{l,K}^T]^T$; $\mathbf{g}_l = [g_{l,1}^T, \dots, g_{l,K}^T]^T$. 可见, \mathbf{c}_l 仍然是一个球不变随机矢量. 假设所有距离单元上的斑点分量均统计独立, 且具有相等协方差矩阵, 记为 $\mathbf{R}_g = E\{g_l g_l^H\}$.

3 非均匀杂波下的 MIMO 雷达 MAGLRT

文献[13]给出了球不变随机矢量杂波观测矢量 PDF 的表达式. 文献[6]应用 Brennan 定理得到的 MIMO 雷达杂波空时协方差矩阵 \mathbf{R}_c 的秩为^[6]:

$$\text{rank}(\mathbf{R}_c) \approx N + \gamma(M-1) + \beta(K-1) \quad (6)$$

其中, M 、 N 、 K 分别为发射阵元数, 接收阵元数和脉冲数; γ 为发射阵元间距与接收阵元间距之比, β 为一个脉冲重复周期载机飞行距离与接收阵元半间距之比. 本文中 $\gamma = N$, 且为了保证空时二维杂波在多普勒维无模糊, 须取 $\beta \leq 1$ ^[14], 通常取 $\beta = 1$, 这样得到 MIMO 雷达杂波斑点分量协方差矩阵 \mathbf{R}_g 的秩为:

$$r = \text{rank}(\mathbf{R}_g) \approx MN + K - 1 \quad (7)$$

通常 M 、 N 和 K 均大于 1, 因此 $MN + K - 1$ 一定小于 MNK , 也就是说 \mathbf{R}_g 不满秩, 其逆矩阵不存在. 因此, 本文观测矢量的 PDF 不能参照文献[13]予以描述.

将 \mathbf{R}_g 做特征分解得到 $\mathbf{R}_g = \Phi \Lambda \Phi^H$, 其中 $\Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{MNK}\}$ 且

$$\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_r \gg \lambda_{r+1} \approx \lambda_{r+2} \approx \dots \approx \lambda_{MNK} \approx 0 \quad (8)$$

Φ 是 \mathbf{R}_g 的特征向量矩阵, 令 $\Phi = [\Phi_1, \Phi_2]$, 其中 Φ_1 是 r 个非零特征值对应的特征向量矩阵; Φ_2 是 $(MNK - r)$ 个零特征值对应的特征向量矩阵. 观测矢量的 PDF 可表达为^[15]:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}_0 | H_1) &= \frac{C}{\tau_0^{2r} \|\mathbf{R}_g\|_r} \exp\left[-\frac{1}{\tau_0^2} (\mathbf{x}_0 - \rho_l \mathbf{v}_l)^H \mathbf{R}_g^\dagger (\mathbf{x}_0 - \rho_l \mathbf{v}_l)\right] \delta(\Phi_2^H \mathbf{x}_0) \quad (9) \\ p(\mathbf{x}_l | H_0) &= \frac{C}{\tau_l^{2r} \|\mathbf{R}_g\|_r} \exp\left[-\frac{1}{\tau_l^2} \mathbf{x}_l^H \mathbf{R}_g^\dagger \mathbf{x}_l\right] \delta(\Phi_2^H \mathbf{x}_l), \quad l=0, 1, \dots, L \end{aligned} \quad (10)$$

其中, C 表示 PDF 归一化常数; $\|\cdot\|_r$ 表示 r 个非零特征值的积; \dagger 表示 Moore-Penrose 逆; $\mathbf{R}_g^\dagger = \Phi \Lambda^\dagger \Phi^H$, $\Lambda^\dagger = \text{diag}\{\lambda_1^{-1}, \lambda_2^{-1}, \dots, \lambda_r^{-1}, 0, \dots, 0\}$; δ 为冲击函数.

假设目标空时导向矢量 \mathbf{v}_l 已知, 而目标回波复包

络 ρ_l 、杂波结构分量 $\tau_l(l=0\cdots L)$ 和杂波斑点分量的协方差矩阵 \mathbf{R}_g 均未知. 在 GLRT 中, 在假设 H_0 和 H_1 下, 未知参数 $\tau_l(l=0\cdots L)$ 的 ML 估计的平方分别为

$$H_1: \hat{\tau}_0^2 = \frac{1}{r} (\mathbf{x}_0 - \rho_l \mathbf{v}_l)^H \mathbf{R}_g^\dagger (\mathbf{x}_0 - \rho_l \mathbf{v}_l) \quad (11)$$

$$H_0: \hat{\tau}_l^2 = \frac{1}{r} \mathbf{x}_l^H \mathbf{R}_g^\dagger \mathbf{x}_l, \quad l=0\cdots L \quad (12)$$

在 H_1 假设下 ρ_l 的 ML 估计为

$$\hat{\rho}_l = \frac{\mathbf{v}_l^H \mathbf{R}_g^\dagger \mathbf{x}_0}{\mathbf{v}_l^H \mathbf{R}_g^\dagger \mathbf{v}_l} \quad (13)$$

将式(13)代入式(11), 再将式(11)、式(12)分别代入式(9)、式(10), 得

$$\bar{T} = \ln \frac{\max_{\tau_0, \rho_l} \{p(\mathbf{x}_0 | H_1)\}}{\max_{\tau_0} \{p(\mathbf{x}_0 | H_0)\}} = -r \ln \left(1 - \frac{|\mathbf{v}_l^H \mathbf{R}_g^\dagger \mathbf{x}_0|^2}{(\mathbf{x}_0^H \mathbf{R}_g^\dagger \mathbf{x}_0)(\mathbf{v}_l^H \mathbf{R}_g^\dagger \mathbf{v}_l)} \right) \quad (14)$$

由于 \mathbf{R}_g 的秩 $r < MNK$, 因此其 ML 估计不存在^[13]. 文献[15]利用修正最大似然估计(MML)算法来估计不满秩的杂波协方差矩阵, 但对于非均匀杂波, 若用此方法估计其协方差矩阵会破坏检测器的恒虚警特性^[16].

分析 $\mathbf{R}_g = E\{g_l g_l^H\}$ 发现, 由于 $g_l(l=0, \dots, L)$ 的各个元素 $g_{l,i}(i=1, 2, \dots, MNK)$ 均是服从零均值且等方差(记为 $\zeta^2, \zeta > 0$)的高斯分布的, 即 $g_{l,i} \sim CN(0, \zeta^2)$, 因此 \mathbf{R}_g 的对角元素均为 ζ^2 . 从 \mathbf{R}_g 中提出 ζ^2 因子得到

$$\mathbf{R}_g = \zeta^2 \Sigma \quad (15)$$

其中 Σ 为杂波的归一化协方差矩阵. 将式(15)代入式(14)得

$$\bar{T} = -r \ln \left(1 - \frac{|\mathbf{v}_l^H \Sigma^\dagger \mathbf{x}_0|^2}{(\mathbf{x}_0^H \Sigma^\dagger \mathbf{x}_0)(\mathbf{v}_l^H \Sigma^\dagger \mathbf{v}_l)} \right) \quad (16)$$

观察式(16)发现检测统计量与 ζ^2 无关, 因此只需估计 Σ 即可. 然而易知 Σ 也为奇异矩阵, 其 ML 估计不存在. 文献[17]给出了一种渐近最大似然估计算法来估计球不变随机矢量杂波的归一化协方差矩阵, 然而它是基于归一化协方差矩阵满秩的. 因此下面提出一种 MAML 算法来估计 MIMO 雷达杂波不满秩的归一化协方差矩阵 Σ . 具体操作是: 首先定义一个辅助矩阵:

$$\bar{\Sigma} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \frac{\mathbf{x}_l \mathbf{x}_l^H}{\frac{1}{MNK} \|\mathbf{x}_l\|^2} \quad (17)$$

对其进行特征分解得到 $\bar{\Sigma} = \bar{\Phi} \Lambda \bar{\Phi}^H$. 然后在估计 Σ 时对 Σ 的范围进行如下限定:

$$\Sigma \in S_0 = \left\{ \mathbf{B} \mid \mathbf{B} = \bar{\Phi} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \bar{\Phi}^H \right\} \quad (18)$$

其中, \mathbf{A} 是任意满秩的 $r \times r$ Hermite 矩阵.

定理 如果限定 $\Sigma \in S_0$, 则 Σ 在 S_0 上有唯一的渐

近最大似然估计,将其称为修正渐近最大似然(MAML)估计,且

$$\hat{\Sigma}_{\text{MAML}} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \frac{\mathbf{x}_l \mathbf{x}_l^H}{\frac{1}{MNK} \|\mathbf{x}_l\|^2} \quad (19)$$

其中, $\|\cdot\|$ 表示 2-范数. 定理的证明见附录 A.

将式(7)和式(19)代入式(16),得到

$$T = -(MN + K - 1) \ln \left(1 - \frac{|\mathbf{v}_i^H \hat{\Sigma}_{\text{MAML}}^\dagger \mathbf{x}_0|^2}{(\mathbf{x}_0^H \hat{\Sigma}_{\text{MAML}}^\dagger \mathbf{x}_0) (\mathbf{v}_i^H \hat{\Sigma}_{\text{MAML}}^\dagger \mathbf{v}_i)} \right) \quad (20)$$

我们将式(20)称为 MIMO 雷达的修正渐近广义似然比检测器(MAGLRT).

4 MIMO 雷达 MAGLRT 性能分析

以 K 分布杂波为例,通过 Monte-Carlo 仿真来分析 MIMO 雷达的 MAGLRT 性能,并对影响其性能的某些因素进行分析. K 分布杂波是球不变随机矢量杂波的一种,该杂波的结构分量 $\tau_l (l=0 \cdots L)$ 的 PDF 为^[10]

$$p(\tau_l) = \frac{2b^{2v}}{\Gamma(v)} \tau_l^{2v-1} \exp(-b^2 \tau_l^2) \quad (21)$$

其中 v 为形状参数; b 为比例参数,且 $b^2 = \frac{v}{E(\tau_l^2)}$; $\Gamma(v)$ 为 Gamma 函数. 不失一般性,设 $E(\tau^2) = 1$. 信杂比为

$$\text{SCR} = \frac{1}{MNK} |\rho_i|^2 \mathbf{v}_i^H \mathbf{R}_g^\dagger \mathbf{v}_i \quad (22)$$

假设发射功率恒定,也就是即使发射天线数目变化,所有天线的总发射功率不变. 虚警概率 $P_{fa} = 10^{-4}$. 发射与接收阵列如图 1,除 4.4 节外,阵元设置均为 4 发 4 收,脉冲数 $K = 8$.

4.1 与常规高斯模型下检测器性能对比

MIMO 雷达系统在高斯杂波模型时的检测器为

$$T_G = \frac{|\mathbf{v}_i^H \hat{\mathbf{R}}_{g\text{MML}}^\dagger \mathbf{x}_0|^2}{(\mathbf{v}_i^H \hat{\mathbf{R}}_{g\text{MML}}^\dagger \mathbf{v}_i) (\mathbf{x}_0^H \hat{\mathbf{R}}_{g\text{MML}}^\dagger \mathbf{x}_0)} \quad (23)$$

其中, $\hat{\mathbf{R}}_{g\text{MML}} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{x}_l \mathbf{x}_l^H$, 为 \mathbf{R}_g 的修正最大似然估计. 但当杂波非均匀时,若仍用高斯模型模拟杂波,势必会造成检测性能的损失. 仿真中 K 杂波形状参数 $v = 0.5$. 图 3 比较了杂波在不同距离单元上非均匀和均匀时本文的检测器与高斯模型下检测器检测性能.

由图 3 可见,若杂波在距离上非均匀,常规高斯模型检测器已不再适用,而本文的检测器可以大大提高检测性能. 若杂波在距离上是均匀的,本文的检测器性能与常规高斯模型检测器近似相等. 这是由于杂波在距离上均匀时可以看作是非均匀的特殊情况,因此本文的检测器也是适用的,但性能略微比常规高斯模型检测器差一些. 这是因为式(20)中,本文的检测器估计杂波协方差矩阵的精度要受到 MNK 值的影响,而式

(23)中并不受 MNK 的影响,因此在杂波均匀的情况下前者估计的杂波协方差矩阵不如后者精确,从而带来了一些检测性能的损失.

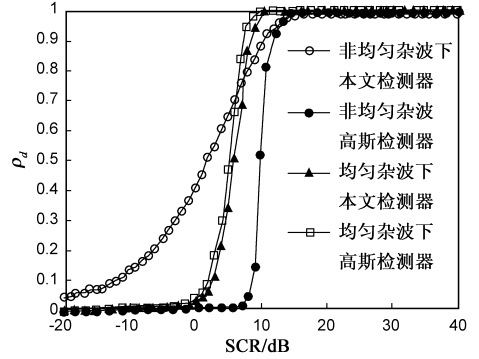


图3 本文检测器与高斯模型下检测器性能对比

4.2 形状参数 v 对检测性能的影响

形状参数 v 是 K 分布杂波的一个重要参数,它与雷达波束擦地角、横向距离分辨率和浪涌方向等都有关系^[8],它体现了 K 分布杂波 PDF 的拖尾程度, v 值越小拖尾越长, v 值越大越接近高斯分布. 图 4 给出了不同 v 值下 K 分布的 PDF. 图 5 比较了本文的检测器在不同 v 值非均匀杂波下的检测性能. 从图中曲线可以看出,当信杂比较低时,杂波参数 v 越小检测性能越好;而高信杂比下检测性能恰好相反.

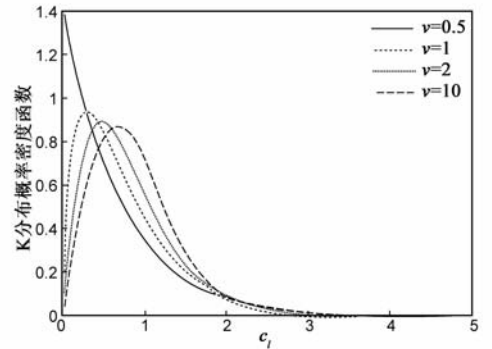


图4 不同形状参数下K分布的PDF

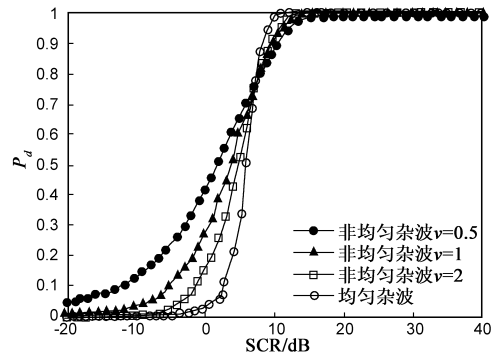


图5 不同形状参数下检测概率随SCR的变化曲线

4.3 热噪声对检测性能的影响

前面的分析都是在假设杂噪比较大忽略系统热噪

声的情况下进行的,然而在实际中系统热噪声的影响常常是不能忽略的.图6给出了不同的杂噪比(CNR)下系统热噪声对检测性能的影响,杂波 $v=0.5$.可以看出杂噪比越小检测曲线越接近均匀杂波下检测曲线的形状,这是由于热噪声通常为高斯白噪声,因此噪声功率相对于杂波越大,检测曲线则越接近均匀杂波即高斯杂波下的检测曲线.

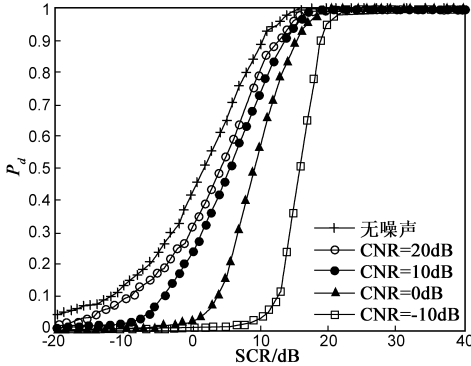


图6 不同CNR下检测性能对比

4.4 发射天线数量对检测性能的影响

MIMO 雷达通过用不同的发射天线辐射不同正交波形而获得波形分集增益,以使得其性能较 SIMO 雷达有了很大提高.图7对比了非均匀杂波下发射天线数目不同时 MIMO 雷达的检测性能.仿真条件为 $N=2, K=2, v=0.5$.当 $M=1$ 时,可以看作 SIMO 雷达的检测性能.图中检测性能随发射天线的数目增加而提高.这是由于发射天线数目增加使得 MIMO 雷达的角分辨率提高,角分辨单元减小,因此目标所在角度单元内的杂波也就相应减小,检测器输出的信杂比提高了,因此检测概率也就提高了.

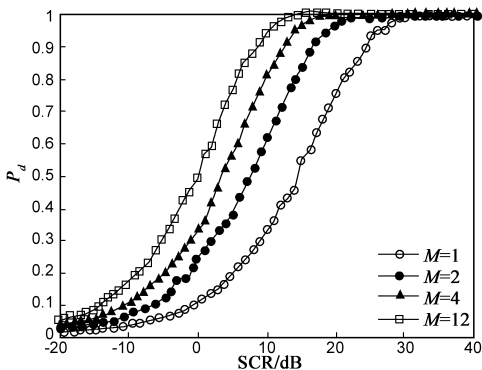


图7 不同发射天线数目下检测概率随SCR的变化曲线

5 结论

本文针对非均匀杂波环境,设计了一种机载密集式 MIMO 雷达的 MAGLRT 检测器.论文首先分析了 MIMO 雷达由于发射信号正交而在空间呈现的孔径扩展现象,然后给出了非均匀杂波下 MIMO 雷达的空时二维

杂波模型,并对其杂波秩进行了分析.提出了用于估计非均匀杂波不满秩的协方差矩阵的 MAML 算法并给出了该方法的证明过程,然后在此基础上设计了一种 MAGLRT 检测器.仿真结果证明,本文的检测器在杂波非均匀的情况下具有很好的检测性能,并且随着发射天线数目的增加检测性能有所提高.

附录 A (定理的证明)

参考单元杂波的 PDF 为

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}_l | H_0) &= \frac{C}{\tau_l^{2r} \|\mathbf{R}_g\|_r} \exp\left[-\frac{1}{\tau_l^2} \mathbf{x}_l^H \mathbf{R}_g^\dagger \mathbf{x}_l\right] \delta(\Phi_2^H \mathbf{x}_l) \\ &= \frac{C}{(\tau_l \zeta)^{2r} \|\Sigma\|_r} \exp\left[-\frac{1}{(\tau_l \zeta)^2} \mathbf{x}_l^H \Sigma^\dagger \mathbf{x}_l\right] \delta(\Phi_2^H \mathbf{x}_l), \\ l &= 1, \dots, L \end{aligned} \quad (A1)$$

令 $\check{\mathbf{A}} = \frac{1}{\zeta^2} \mathbf{A}$, 则 $\check{\Sigma} = \Phi \check{\mathbf{A}} \Phi^H$. 由于 $\tau_l \zeta$ 的渐近无偏估计为 $\sqrt{\frac{1}{MNK} \|\mathbf{x}_l\|^2}$, 因此令 $\check{\mathbf{x}}_l = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{MNK} \|\mathbf{x}_l\|^2}} \mathbf{x}_l$, 则

$$\begin{aligned} p(\check{\mathbf{x}}_l | H_0) &= \frac{C}{(\tau_l \zeta)^{2r} \|\Sigma\|_r} \exp\left[-\check{\mathbf{x}}_l^H \Sigma^\dagger \check{\mathbf{x}}_l\right] \delta(\Phi_2^H \check{\mathbf{x}}_l), \\ l &= 1, \dots, L \end{aligned} \quad (A2)$$

杂波所对应的似然函数为

$$p(\check{\mathbf{x}}_1, \dots, \check{\mathbf{x}}_L | H_0, \Sigma) = \prod_{l=1}^L \frac{C}{\tau_l^{2r} \|\Sigma\|_r} \exp\left[-\check{\mathbf{x}}_l^H \Sigma^\dagger \check{\mathbf{x}}_l\right] \delta(\Phi_2^H \check{\mathbf{x}}_l) \quad (A3)$$

如果限定 $\Sigma \in S_0$, 则 $\Phi_2^H \check{\mathbf{x}}_l \equiv 0$ ($l=1, \dots, L$), 因此

$$p(\check{\mathbf{x}}_1, \dots, \check{\mathbf{x}}_L | H_0, \Sigma \in S_0) = \prod_{l=1}^L \frac{C}{(\tau_l \zeta)^{2r} \|\Sigma\|_r} \exp\left[-\check{\mathbf{x}}_l^H \Sigma^\dagger \check{\mathbf{x}}_l\right] \quad (A4)$$

$$\hat{\Sigma}_{\text{MAML}} = \arg \max_{\Sigma \in S_0} p(\check{\mathbf{x}}_1, \dots, \check{\mathbf{x}}_L | H_0, \Sigma \in S_0)$$

$$= \arg \max_{\Sigma \in S_0} \prod_{l=1}^L \frac{C}{(\tau_l \zeta)^{2r} \|\Sigma\|_r} \exp\left[-\check{\mathbf{x}}_l^H \Sigma^\dagger \check{\mathbf{x}}_l\right] \quad (A5)$$

变形为

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma}_{\text{MAML}} &= \arg \min_{\Sigma \in S_0} \left[\ln \|\Sigma\|_r + \text{Tr} \left\{ \frac{1}{L} \Sigma^\dagger (\check{\mathbf{x}}_l \check{\mathbf{x}}_l^H) \right\} \right] \\ &= \arg \min_{\Sigma \in S_0} \left[\ln \|\Sigma\|_r + \text{Tr} \{ \Sigma^\dagger \check{\Sigma} \} \right] \end{aligned} \quad (A6)$$

因为 $\Sigma \in S_0$, 所以 Σ 可分解为 $\Sigma = \bar{\Phi} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \bar{\Phi}^H$, 其中 \mathbf{A} 是一个满秩的 $r \times r$ 的矩阵, 又由于 $\check{\Sigma} = \bar{\Phi} \check{\mathbf{A}} \bar{\Phi}^H$, 所以

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{A}}_{\text{MAML}} &= \arg \min_{\mathbf{A}} \left[\ln \left\| \bar{\Phi} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \bar{\Phi}^H \right\|_r \right. \\ &\quad \left. + \text{Tr} \left\{ \left(\bar{\Phi} \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \bar{\Phi}^H \right) (\bar{\Phi} \check{\mathbf{A}} \bar{\Phi}^H) \right\} \right] \\ &= \arg \min_{\mathbf{A}} \left[\ln |\mathbf{A}| + \text{Tr} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} \right\} \right] \end{aligned} \quad (A7)$$

其中, $|\cdot|$ 表示行列式. 令 $\bar{\mathbf{A}}_r$ 为 $\bar{\mathbf{A}}$ 的前 r 个非零特征值组成的对角矩阵, 则

$$\hat{\mathbf{A}}_{\text{MAML}} = \arg \min_{\mathbf{A}} \{ \ln |\mathbf{A}| + \text{Tr}\{\mathbf{A}^{-1}\bar{\mathbf{A}}_r\} \} \quad (\text{A8})$$

由文献[18]可知 $\hat{\mathbf{A}}_{\text{MAML}} = \bar{\mathbf{A}}_r$, 因此

$$\hat{\Sigma}_{\text{MAML}} = \bar{\Phi} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 0 \end{bmatrix} \bar{\Phi}^H = \bar{\Sigma} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \frac{\mathbf{x}_l \mathbf{x}_l^H}{\frac{1}{MNK} \|\mathbf{x}_l\|^2} \quad (\text{A9})$$

参考文献:

- [1] Fishler E, Blum R S, Cimini L, et al. MIMO radar: an idea whose time has come[A]. Proceedings of the IEEE Radar Conference[C]. Philadelphia, PA: IEEE, 2004. 71 - 78.
- [2] Lehmann N H, Fishler E, Haimovich A M, et al. Evaluation of transmit diversity in MIMO-radar direction finding[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(5): 2215 - 2225.
- [3] Fishler E, Haimovich A M, Blum R S, et al. Spatial diversity in radars-models and detection performance[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(3): 823 - 838.
- [4] 江胜利, 刘中, 邓海. 基于 MIMO 雷达的相干分布式目标参数估计 Cramer-Rao 下界[J]. 电子学报, 2009, 37(1): 101 - 107.
Jiang Sheng-li, Liu Zhong, Deng Hai. Cramer-Rao bounds for estimating parameters of coherently distributed targets using MIMO radars[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(1): 101 - 107. (in Chinese)
- [5] Chen D F, Chen B X, Qin G D. Angle estimation using ESPRIT in MIMO radar[J]. IEEE Electronics Letters, 2008, 44(12): 770.
- [6] Chen C Y, Vaidyanathan P P. MIMO radar space-time adaptive processing using prolate spheroidal wave functions[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(2): 623 - 635.
- [7] Bergin J, Techau P, Greenspan M, Guerci J. MIMO phased-array for airborne radar[A]. Antennas and Propagation Society International Symposium, 2008[C]. San Diego: IEEE, 2008. 1 - 4.
- [8] Maio D, Lops M. Design principles of MIMO radar detectors[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(3): 886 - 898.
- [9] 王鞠庭, 江胜利, 等. 基于对角加载的机载 MIMO 雷达 GLRT 检测器[J]. 电子学报, 2009, 37(12): 2614 - 2619.
Wang Ju-ting, Jiang Sheng-li, et al. GLRT detector with diagonal loading for MIMO radars[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(12): 2614 - 2619. (in Chinese)
- [10] 杨万海. 雷达系统建模与仿真[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2007. 51 - 68.
- [11] Bon N, Khenchaf A, Garello R. GLRT subspace detection for

range and doppler distributed targets[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2008, 44(2): 678 - 696.

- [12] Li J, Stoica P, Xu L, et al. On parameter identifiability of MIMO radar[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2007, 14(12): 968 - 971.
- [13] Gerlach K. Spatially distributed target detection in Non-Gaussian clutter[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1999, 35(3): 926 - 934.
- [14] Ward J. Space-Time Adaptive Processing for Airborne Radar[R]. Lexington, MA: Lincoln Laboratory, 1994, 24 - 28.
- [15] Gerlach K, Steiner M J. Adaptive detection of range distribution targets[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1999, 47(7): 1844 - 1851.
- [16] Conte E, Lops M, Ricci G. Adaptive matched filter detection in spherically invariant noise[J]. IEEE Signal Processing Letters, 1996, 3(8): 148 - 150.
- [17] E Conte, M Lops, G Ricci. Adaptive detection schemes in compound-Gaussian clutter[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1998, 34(4): 1058 - 1069.
- [18] Guerci J R. Space-Time Adaptive Processing for Radar[M]. Boston, London: Artech House, 2003. 46 - 49.

作者简介:



晁淑媛 女, 1983 年生于陕西, 现为西安电子科技大学雷达信号处理国防科技重点实验室博士研究生, 主要研究方向为: MIMO 雷达系统及信号处理, 雷达目标检测等。
E-mail: babycsy@163.com



陈伯孝 男, 1966 年生于安徽, 现为西安电子科技大学教授, 博士生导师, 主要研究方向为: 雷达系统与雷达信号处理, 阵列信号处理, 精确制导与目标跟踪等, 发表论文 60 余篇。
E-mail: bxchen@xidian.edu.cn



戴奉周 男, 1980 年生于山西, 博士, 现为西安电子科技大学讲师, 主要研究方向为: 宽带雷达信号处理, 雷达目标检测等。
E-mail: fzh_dai@yahoo.cn