

基于 Backstepping 和神经动力学的 非完整移动机器人点镇定

曹政才^{1,2}, 赵应涛^{1,2}, 吴启迪²

(1.北京化工大学信息科学与技术学院,北京 100029; 2.同济大学嵌入式系统与服务计算教育部重点实验室,上海 201804)

摘要: 以非完整移动机器人为控制对象,围绕机器人运动控制中重要的点镇定问题进行深入研究.本文在考虑移动机器人模型和极坐标系下的位姿误差模型基础上,提出一种 Backstepping 与神经动力学相结合方法,设计具有渐近稳定的点镇定控制器.该控制方法能有效解决因初始误差存在而引起的速度和力矩突变问题,使机器人从静止状态快速收敛到任意参考点,实现机器人各种期望位姿的有效镇定.通过计算机仿真验证所提出控制规律的有效性.

关键词: 非完整移动机器人; 点镇定; 位姿误差模型; Backstepping; 神经动力学

中图分类号: TP24 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2011) 03-0591-05

Point Stabilization of a Nonholonomic Mobile Robot Based on Backstepping and Neural Dynamics

CAO Zheng-cai^{1,2}, ZHAO Ying-tao^{1,2}, WU Qi-di²

(1. College of Information Science and Technology, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China;

2. The Key Laboratory of Embedded System and Service Computing, Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: Taking nonholonomic wheeled mobile robot as the research objective, this paper makes a deep study of point stabilization problem. Based on the posture error model in polar coordinate and model of wheeled mobile robots, a asymptotic point stabilization controller is designed by the integration of neural dynamics and Backstepping. This control strategy can solve the velocity and torque jump problem produced by initial error, and make the robot converge to target point quickly. Computer simulations validate the effectiveness of the proposed approach.

Key words: nonholonomic mobile robot; point stabilization; posture error model; Backstepping; neural dynamics

1 引言

近年来,非完整移动机器人运动控制已经成为机器人领域研究的热点.根据控制目的不同,分为跟踪控制和点镇定.跟踪控制就是设计控制器使机器人能有效跟踪已知的参考轨迹;点镇定的目的是合理设计反馈控制规律,使机器人渐近稳定在目标点.

跟踪控制问题引起广泛学者关注. Klancar^[1]提出一种模型预测控制方法来解决跟踪问题;针对模型参数的不确定性,文献[2]采用自适应的方法来跟踪已知轨迹;文献[3]将神经动力学融合到后退控制方法中,并采用自适应参数模型来实现机器人鲁棒跟踪控制.这些方法已经为机器人跟踪控制的实际应用提供充分理论依据.

然而点镇定作为运动控制的基本问题之一,人们却

对其研究甚少.文献[4]利用状态空间反馈线性化的方法解决移动机器人点镇定;文献[5]设计一种基于人工势场法的镇定控制器,并采用遗传算法来优化控制器参数.文献[6]提出一种光滑时变控制规律,并考虑模型参数不确定性,利用自适应方法对参数进行修正;裴辛哲等人^[7]采用 Lyapunov 理论设计移动机器人镇定控制器,解决速度跟踪问题.以上方法对于解决点镇定问题有一定借鉴作用,但未考虑因机器人具有初始位姿误差或误差变化较大时,会引起速度和力矩突变问题.

综述国内外移动机器人点镇定研究现状的基础上,本文利用 Backstepping 和神经动力学结合的方法,设计具有渐近稳定的控制器,来解决移动机器人点镇定问题,仿真结果表明该方法可有效抑制速度和力矩突变,实现机器人从任意点到任意点的渐近镇定.

2 背景知识

轮式移动机器人模型表现为力对系统位置和速度的作用;神经动力学模型能有效解决突变问题.下面分别介绍这两种模型的建立过程.

2.1 移动机器人模型

如图 1 所示为两轮移动机器人模型,左右轮独立驱动,其中 XOY 是全局坐标系, C 为机器人质心和两轮轴线的中心, r 为轮子半径, l 为机器人轮子到质心的距离, m 是机器人质量, I 是机器人转动惯量.

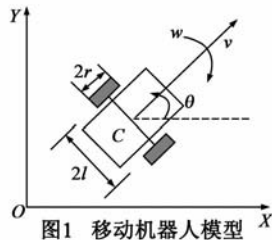


图1 移动机器人模型

设移动机器人位姿为 $q = [x, y, \theta]^T$, 由物理学质点分析法可得到非完整移动机器人的运动学模型和非完整约束条件, 运动学方程为:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} \quad (1)$$

即

$$\dot{q} = S(q)v(t) \quad (2)$$

非完整约束条件为:

$$A(q)\dot{q} = 0 \quad (3)$$

其中, $A(q) = [-\sin\theta, \cos\theta, 0]$, $v = [v, w]^T$ 代表速度矢量, θ 为机器人方向角, v 为移动机器人的线速度, w 为移动机器人的角速度.

考虑到移动机器人的质量和转动惯量等因素, 机器人动力学模型可表示为:

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = B(q)\tau + A^T(q)\lambda \quad (4)$$

其中, M 是正定惯性矩阵, V 是向心力和哥式力, G 是重力向量, B 是输入转换矩阵, λ 是约束力, τ 为机器人转矩.

对式(2)求导后带入式(4)并结合式(3), 得到:

$$\bar{M}(q)\dot{v} + \bar{V}(q, \dot{q})v + \bar{G}(q) = \bar{B}(q)\tau \quad (5)$$

由于机器人质心和后轮中心重合, 式(5)可简化为:

$$\bar{M}(q)\dot{v} = \bar{B}\tau \quad (6)$$

其中, $\tau = [\tau_l, \tau_r]^T$ 左右轮的输出力矩, $\bar{M} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$, \bar{B}

$$= \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ l & -l \end{bmatrix}.$$

设 $\tau_1 = (\tau_l + \tau_r)/r$, $\tau_2 = l(\tau_l - \tau_r)/r$, 则式(6)成为

$$\bar{M}(q)\dot{v} = \bar{\tau} \quad (7)$$

其中, $\bar{\tau} = [\tau_1, \tau_2]^T$, τ_1, τ_2 分别为车体驱动力矩和转动力矩.

2.2 神经动力学模型

神经动力学模型的一般表述形式为^[8]:

$$d\xi_i/dt = -A\xi_i + (B - \xi_i)S_i^+ - (D + \xi_i)S_i^- \quad (8)$$

其中, ξ_i 是第 i 个神经元的薄膜电压, 参数 A, B, D 是非负常数, 分别代表被动衰减率、薄膜电压的上限和下限, S_i^+ 和 S_i^- 分别是神经元的激励输入和抑制输入, 被定义为:

$$S_i^+(x) = \max(0, x), S_i^-(x) = \max(0, -x)$$

该分流模型用来分析个体复杂动态环境中的实时行为, 它将模型的输出限制在 $[-D, B]$ 区间上进行控制.

3 控制器的设计

解决点镇定问题的关键就是要设计控制规律, 使机器人能够到达运动平面上的任意给定的某个目标点, 并且能够稳定在该目标点保持不动. 假设设定位姿为 $q_r = [x_r, y_r, \theta_r]^T$, 定义全局坐标系下的移动机器人位姿误差为:

$$e_p = q_r - q = \begin{bmatrix} x_r - x \\ y_r - y \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \theta_e \end{bmatrix} \quad (9)$$

根据式(9), 可得到用极坐标描述的位姿误差方程(10), 其误差示意图如图 2 所示.

$$e = \begin{bmatrix} \rho \\ \alpha \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_e^2 + y_e^2)} \\ \arctan 2(y_e, x_e) - \theta \\ \theta_e \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中, ρ 为机器人期望位姿与当目标点之间的距离, ϕ 为机器人期望方向角与当前方向角的差值, α 为机器人视角, $\arctan 2(y, x)$ 表示 $X - Y$ 平面上 X 轴与通过原点和坐标 (x, y) 的直角之间的夹角.

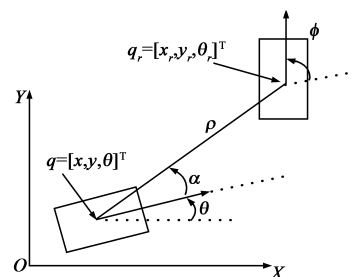


图2 极坐标下的位姿误差

极坐标下的移动机器人运动学模型可表示为:

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} \dot{\rho} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -v \cos \alpha \\ \frac{v}{\rho} \sin \alpha - w \\ -w \end{bmatrix} \quad (11)$$

因此, 点镇定的控制目标就是设计控制规律 $u = [\tau_1, \tau_2]^T$, 使 $\lim_{t \rightarrow \infty} e = 0$, 且 $\lim_{t \rightarrow \infty} u = 0$.

3.1 运动学控制器设计

为了解决速度突变问题, 针对轮式移动机器人在

极坐标下的位姿误差模型,把神经动力学嵌入到 Backstepping 方法中,来设计控制规律.其控制器结构如图 3 所示.

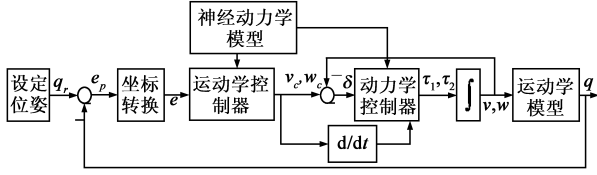


图3 移动机器人点镇定控制器结构图

(1) 基于神经动力学的控制器设计

该控制器主要为动力学控制器提供参考速度和角速度.根据 Backstepping 方法,选取如下 Lyapunov 候选函数:

$$V_1 = \frac{1}{2} k_1 \rho^2 + \frac{1}{2} (\alpha^2 + k_2 \phi^2), \quad k_1, k_2 > 0 \quad (12)$$

可知当 ρ, α, ϕ 均为零时, $V_1 = 0$, 否则式(12)正定.

结合式(11), 对方程(12)求导有:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= k_1 \rho \dot{\rho} + \alpha \dot{\alpha} + k_2 \phi \dot{\phi} \\ &= k_1 \rho (-v \cos \alpha) + \alpha \left(\frac{v}{\rho} \sin \alpha - w \right) + k_2 \phi (-w) \end{aligned} \quad (13)$$

选取

$$\begin{cases} v = k_1 \rho \cos \alpha \\ w = k_3 \alpha + k_4 \phi + \frac{k_1 \alpha \sin \alpha \cos \alpha}{\alpha + k_2 \phi} \end{cases} \quad (14)$$

其中 $k_3 > 0, k_4 > 0, k_4 = k_2 k_3$.

那么式(13)变为

$$\dot{V}_1 = -k_1 \rho^2 \cos^2 \alpha - k_3 (\alpha + k_2 \phi)^2 < 0 \quad (15)$$

因此选择式(14)作为控制规律,该系统渐近稳定.

由式(14)可以看出,在机器人起始位姿误差 ρ 和 α, ϕ 比较大时,会产生很大的速度和角速度,即会产生速度的跳变,这在实际应用中是不允许的,因此引入神经动力学模型来解决该问题.

根据式(8)和式(14),并用 ρ_s, α_s, ϕ_s 分别替换 ρ, α 和 ϕ , 可得到如下运动学控制规律:

$$\begin{cases} v_c = k_1 \rho_s \cos \alpha_s \\ w_c = k_3 \alpha_s + k_4 \phi_s + \frac{k_1 \alpha_s \sin \alpha_s \cos \alpha_s}{\alpha_s + k_2 \phi_s} \end{cases} \quad (16)$$

其中:

$$\begin{aligned} d\rho_s/dt &= -A\rho_s + (B - \rho_s)S^+(\rho) - (D + \rho_s)S^-(\rho) \\ d\alpha_s/dt &= -A\alpha_s + (B - \alpha_s)S^+(\alpha) - (D + \alpha_s)S^-(\alpha) \\ d\phi_s/dt &= -A\phi_s + (B - \phi_s)S^+(\phi) - (D + \phi_s)S^-(\phi) \\ S^+(x) &= \max(0, x) \\ S^-(x) &= \max(0, -x) \end{aligned} \quad (17)$$

式(16)表明,在零时刻取 $\rho_s(0), \alpha_s(0), \phi_s(0)$ 都趋于零且满足 $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\phi_s(t)}{\alpha_s(t)} \neq \frac{-1}{k_2}$ 时, $w_c(0), v_c(0)$ 也为零,这就意味

着初始误差大时,初始速度和角速度也只会从零开始,不会产生突变.

(2) 稳定性证明

定义如下 Lyapunov 函数^[8]

$$V_s = \frac{1}{2} \rho_s^2 + \frac{1}{2} \alpha_s^2 + \frac{1}{2} \phi_s^2 \quad (18)$$

当且仅当 $\rho_s = 0, \alpha_s = 0$ 和 $\phi_s = 0$ 时, $V_s = 0$, 否则 $V_s > 0$. 对 V_s 微分可得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}_s &= \rho_s \dot{\rho}_s + \alpha_s \dot{\alpha}_s + \phi_s \dot{\phi}_s \\ &= -(A + S^+(\rho) + S^-(\rho))\rho_s^2 \\ &\quad - (A + S^+(\alpha) + S^-(\alpha))\alpha_s^2 \\ &\quad - (A + S^+(\phi) + S^-(\phi))\phi_s^2 \end{aligned} \quad (19)$$

根据式(17)定义,如果 $\rho \geq 0$, 那么 $S^+(\rho) = \rho, S^-(\rho) = 0$, 于是有:

$$A + S^+(\rho) + S^-(\rho) = A + \rho > 0 \quad (20)$$

如果 $\rho \leq 0$, 那么 $S^+(\rho) = 0, S^-(\rho) = -\rho$,

$$\text{于是: } A + S^+(\rho) + S^-(\rho) = A - \rho > 0 \quad (21)$$

同理可得

$$A + S^+(\alpha) + S^-(\alpha) > 0 \quad (22)$$

$$A + S^+(\phi) + S^-(\phi) > 0$$

因此, $\dot{V}_s \leq 0$.

若 $\rho_s, \alpha_s, \phi_s \rightarrow \infty, V_s \rightarrow \infty$. 因此可证明该系统是渐近稳定的.

3.2 动力学控制器设计

动力学控制器的设计是针对移动机器人动力学模型,首先采用 Backstepping 技术来设计渐近稳定的控制规律,然后利用神经动力学来解决由于初始误差存在而产生机器人力矩突变的问题.

该控制器是把运动学控制器的输出 $v_c = [v_c, w_c]^T$ 作为参考输入,输出为力矩 $\bar{\tau} = [\tau_1, \tau_2]^T$,使得 $t \rightarrow \infty$ 时, $v \rightarrow v_c$, 其控制器结构如图 3 所示.

采用 Backstepping 的思想来设计控制规律 $\bar{\tau} = [\tau_1, \tau_2]^T$, 设定 Lyapunov 候选函数为^[9]:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} \delta^T \bar{M} \delta \quad (23)$$

其中, $\delta = v - v_c = [\bar{v}, \bar{w}]^T$, 对式(23)微分,并考虑式(7)则

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + \delta^T \bar{M} \dot{\delta} \\ &= -k_1 \rho^2 \cos^2 \alpha - k_3 (\alpha + k_2 \phi)^2 + \delta^T \bar{M} (\dot{v} - \dot{v}_c) \\ &= -k_1 \rho^2 \cos^2 \alpha - k_3 (\alpha + k_2 \phi)^2 + \delta^T (\bar{\tau} - \bar{M} \dot{v}_c) \end{aligned} \quad (24)$$

选取

$$\bar{\tau} = -k_d \delta + \bar{M} \dot{v}_c \quad (25)$$

即

$$\begin{cases} \tau_1 = -k_{d1} \bar{v} + m \dot{v}_c \\ \tau_2 = -k_{d2} \bar{w} + I \dot{w}_c \end{cases} \quad (26)$$

则式(24)变为

$$\dot{V}_2 = -k_1 \rho^2 \cos^2 \alpha - k_3 (\alpha + k_2 \phi)^2 - k_d \delta^T \delta \leq 0$$

其中, $v_c = [v_c, w_c]^T$ 可由 (16) 式得到, 且正矩阵 $k_d = \text{diag}(k_{d1}, k_{d2}) > 0$.

因此选择式(26)作为点镇定控制规律, 该闭环系统能渐近稳定.

由式(16)可知, 在起始时刻参考速度向量 v_c 为零, \dot{v}_c 却不为零. 如果取机器人实际速度向量 v 也为零, 那么该时刻 $\delta = 0$. 由式(26)知, 由于 \dot{v}_c 存在, 仍然会产生较大的力矩 τ_1, τ_2 , 因此引入神经动力学来解决此问题.

根据式(8)和式(26), 并用 \dot{v}_s, \dot{w}_s 分别替换 \dot{v}_c 和 \dot{w}_c , 可得到如下动力学控制规律:

$$\begin{cases} \tau_1 = -k_{d1} \dot{v} + m \dot{v}_s \\ \tau_2 = -k_{d2} \dot{w} + I \dot{w}_s \end{cases} \quad (27)$$

其中:

$$d\dot{v}_s/dt = -A\dot{v}_s + (B - \dot{v}_s)S^+(\dot{v}_c) - (D + \dot{v}_s)S^-(\dot{v}_c)$$

$$d\dot{w}_s/dt = -A\dot{w}_s + (B - \dot{w}_s)S^+(\dot{w}_c) - (D + \dot{w}_s)S^-(\dot{w}_c)$$

$$S^+(x) = \max(0, x), S^-(x) = \max(0, -x)$$

在初始时刻取 $\dot{v}_s(0), \dot{w}_s(0), v(0)$ 和 $w(0)$ 均为零, 则由式(27)可知机器人输出 $\tau_1(0), \tau_2(0)$ 也为零, 因此不会产生力矩突变现象.

如果选取 Lyapunov 函数:

$$V_{1s} = \frac{1}{2} \dot{v}_s^2 + \frac{1}{2} \dot{w}_s^2 \quad (28)$$

同理于第 3.1 部分运动学控制器设计的稳定性证明过程, 则可证明 $\dot{V}_{1s} \leq 0$, 即该控制规律能渐近稳定.

4 仿真结果

以一个两轮移动机器人为研究对象, 其质量 $m = 30\text{kg}$, 转动惯量 $I = 15\text{kg}\cdot\text{m}^2$. 为了验证该点镇定控制规律的有效性, 选取点镇定情况如下:

(1)任意点到原点的镇定: 选取起始位姿 $q(0) = (-2.5, -1, -\pi/6)$, 该点到原点的镇定仿真如图 4~8 所示.

如图 4 为机器人运动轨迹; 图 5 为极坐标下的位姿误差; 参考速度和实际速度变化曲线及参考角速度和实际角速度变化曲线分别如图 6 和 7 所示; 图 8 表示力矩输出曲线. 由图 5 可知, 机器人在 7.0s 时镇定, 此刻位姿收敛到零. 由图 6, 7, 8 可看出, 速度、角速度和力矩起始为零, 而且最终收敛到零.

(2)任意点到任意点的镇定: 选择起始位姿为 $q(0) = (-2.5, 1.5, \pi/4)$, 终点设定位姿为 $q_r = (2.5, 1.5, \pi/4)$, 点镇定仿真结果如图 9~13 所示.

图 9 是机器人实际运动轨迹; 图 10 描述极坐标下

的位姿误差; 参考速度和实际速度变化曲线及参考角速度和实际角速度变化曲线分别如图 11 和 12 所示; 图 13 表示力矩输出曲线. 由图 10、11、12、13 得知, 机器人在 7.8s 时镇定在目标点, 而且此时位姿误差、速度、角速度和力矩均收敛到零.

由以上仿真结果图 4~13 可看出, 移动机器人在初始状态为零情况下, 能够快速渐近镇定到任意目标点, 且稳态误差收敛到零, 因此可以证明所提的控制规律能够实现轮式移动机器人的点镇定.

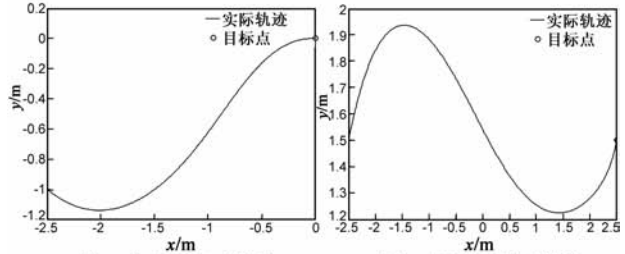


图4 机器人运动轨迹

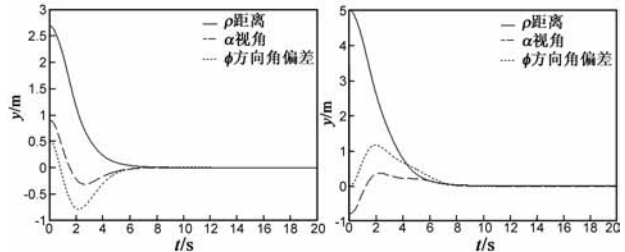


图9 机器人运动轨迹

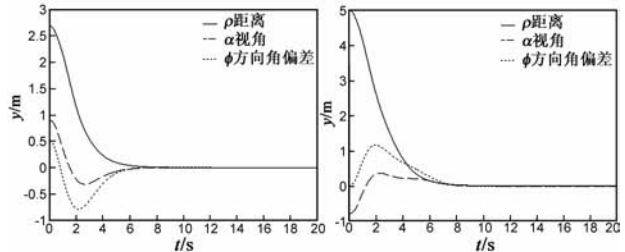


图5 极坐标位姿误差曲线

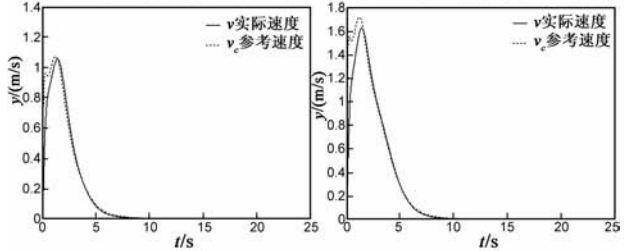


图10 极坐标位姿误差曲线

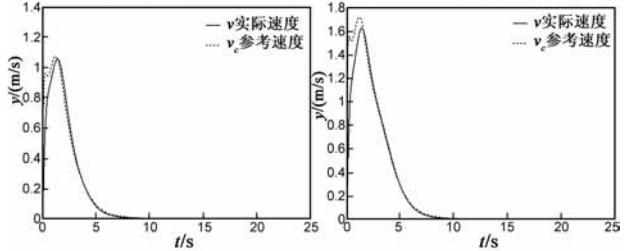


图6 实际速度和参考速度

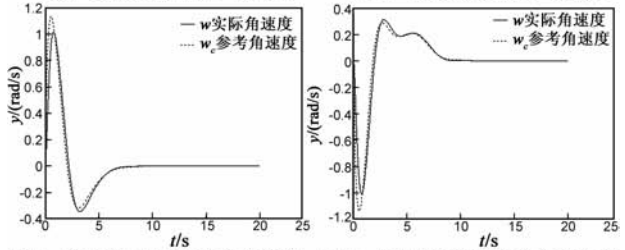


图11 实际速度和参考速度

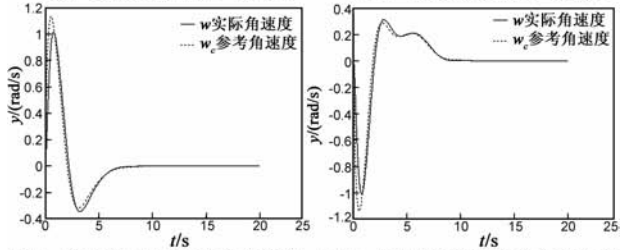


图7 实际角速度和参考角速度

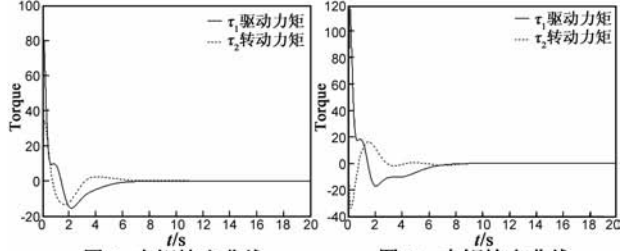


图12 实际角速度和参考角速度

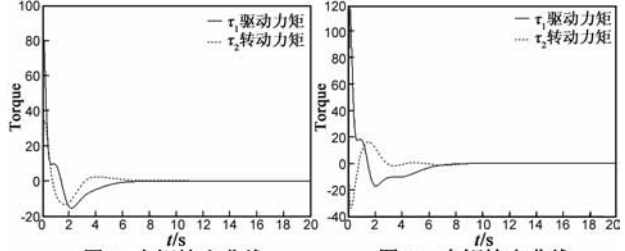


图8 力矩输出曲线

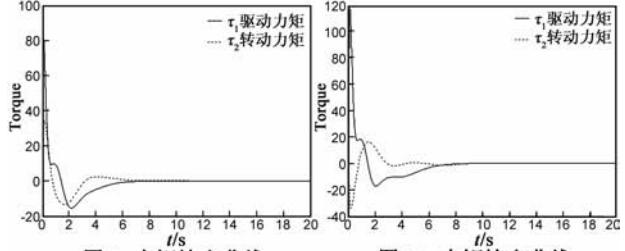


图13 力矩输出曲线

5 结论

为了有效实现非完整移动机器人的点镇定,本文根据机器人模型和极坐标下的位姿误差模型,利用 Backstepping 和神经动力学相结合的方法,设计两个具有渐近收敛的控制器.第一个控制器用来产生平滑的机器人参考速度和角速度;第二控制器为机器人提供驱动力矩使机器人实际运行速度和角速度趋近参考速度和角速度.

该控制规律不仅能够使机器人从任意点渐近收敛到原点,还可以使机器人从任意点镇定到任意点,并且解决在初始时刻存在的速度和力矩突变问题.仿真结果表明该控制规律能够使机器人快速镇定到目标点,具有很小的稳态误差.

参考文献

- [1] Klancar G and Skrjanc I. Tracking-error model-based predictive control for mobile robots in real time[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2007, 55(6): 460 – 469.
- [2] Martins F N, et al. An adaptive dynamic controller for autonomous mobile robot trajectory tracking[J]. *Control Engineering Practice*, 2008, 16(11): 1354 – 1363.
- [3] 庄严,孙越,王伟. 基于神经动力学的非完整移动机器人跟踪控制[J]. *机器人*, 2007, 29(5): 485 – 491.
Zhuang Yan, Sun Yue, Wang Wei. Neural dynamics based tracking control for nonholonomic mobile robots[J]. *Robot*, 2007, 29(5): 485 – 491. (in Chinese)
- [4] Park K, Chung H, Lee J G. Point stabilization of mobile robots via state-space exact feedback linearization[J]. *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*, 2000, 16(5): 353 – 363.

- [5] Xu H L, et al. Point stabilization of wheeled mobile robots based on artificial potential field and genetic algorithm[A]. *Proceedings of the Third International Conference on Natural Computation*, vol. 3[C]. 2007. 13 – 17.
- [6] 李胜,马国梁,胡维礼. 一类不确定非完整移动机器人的时变自适应[J]. *机器人*, 2005, 27(1): 10 – 13.
Li Sheng, Ma Guo-liang, Hu Wei-li. Time-varying adaptive stabilization of an uncertain mobile robot[J]. *Robot*, 2005, 27(1): 10 – 13. (in Chinese)
- [7] 裴辛哲,裴润,刘志远. 轮式移动机器人全局渐近镇定控制器设计[J]. *系统仿真学报*, 2003, 15(8): 1101 – 1105.
Pei Xin-zhe, Pei R, Liu Zhi-yuan. Design of global asymptotic stabilizing controllers of wheeled mobile robots[J]. *Journal of System Simulation*, 2003, 15(8): 1101 – 1105. (in Chinese)
- [8] Yang H, Yang S X, Mittal G S. Tracking control of a nonholonomic mobile robot by integrating feedback and neural dynamics techniques[A]. *Proceedings of the 2003 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, vol. 4 [C]. 2003. 3522 – 3527.
- [9] Fukao, Nakagawa H, Adachi N. Adaptive tracking control of a nonholonomic mobile robot[J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*. 2000, 16(5): 609 – 615.

作者简介



曹政才 男, 1974 年出生, 工学博士, 副教授, 主要研究方向: 机器人控制技术, 复杂系统建模、优化与控制.

E-mail: giftczc@163.com