

非均匀噪声下频率及二维到达角的联合估计

刘国红, 孙晓颖, 王 波

(吉林大学通信工程学院, 吉林长春 130025)

摘 要: 提出一种适用于 L 型阵列的频率及二维到达角联合估计新算法. 算法通过不同子阵的互协方差矩阵构建平行因子模型, 应用三线性交替最小二乘算法求解, 无需参数配对及多维搜索, 可有效抑制非均匀噪声. 均方根误差的仿真结果验证了该算法的有效性.

关键词: 非均匀噪声; 平行因子; 频率估计; 二维到达角估计

中图分类号: TN911.23 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2011) 10-2427-04

Joint Estimation for Frequency and 2-D DOA in Nonuniform Noise

LIU Guo-hong, SUN Xiao-ying, WANG Bo

(College of Communication Engineering, Jilin University, Changchun, Jilin 130025, China)

Abstract: In this paper, a joint estimation algorithm of frequency and two-dimensional (2-D) direction of arrival (DOA) is presented for L-shaped array. It constructs a parallel factor (PARAFAC) model by covariance matrices from different sub-arrays, and calculates frequency and 2-D DOA parameters using the trilinear alternating least square (TALS) algorithm. The main attractions emphasize that this method efficiently eliminates nonuniform noise, while avoids multi-dimensional searching and parameter-pairing. Simulation results of root mean square error (RMSE) show the efficacy of the new method.

Key words: nonuniform noise; parallel factor; frequency estimation; 2-D DOA estimation

1 引言

频率、俯仰角、方位角估计问题^[1,2]在雷达、声纳及认知无线电等领域具有重要研究意义. 对于特征子空间类算法, 均匀白噪声的假设是确保其有效的关键, 然而, 当天线阵列未得到准确校正或接收信道的硬件组成存在差异时, 非均匀白噪声^[3,4]的假设更为合理, 即各阵元间噪声相互独立且功率不同, 协方差矩阵为对角线元素互不相等的对角矩阵. 影响了 MUSIC、ESPRIT 等算法^[5,6]对信号子空间和噪声子空间的正确分离, 导致其估计性能下降.

平行因子 (parallel factor, PARAFAC) 理论始于心理实验室领域的数据分析, 用于三面或更高面阵的低秩分解^[7]. 2000 年 Sidiropoulos 将该技术引入到信号处理和通信领域, 证明了多面阵基于 k 秩分解的唯一性定理^[8], 为该理论在信号处理和通信领域的应用奠定基础. 应用平行因子估计时延、频率、俯仰角及方位角等参量已经取得显著研究成果^[9~11], 其中文献^[9]选用 L 型阵列构建平行因子模型, 无需参数配对就实现了二维到达角的精确估计; 文献^[10]应用时域信号的过采样信息形成平

行因子模型, 解决了时延和角度的同时估计问题.

本文提出一种非均匀噪声环境下基于 L 型阵列的频率及二维到达角联合估计算法. 该算法利用不同子阵的接收信号计算互协方差矩阵, 以此构建平行因子模型, 通过三线性交替最小二乘算法求解, 有效地抑制空间非均匀噪声, 实现了频率、俯仰角、方位角三者的联合估计.

2 信号模型

如图 1 所示, 考虑 $2M + 1$ 个阵元的 L 型阵列共接收 $P (P < M)$ 个相互独立的远场窄带平稳信号, 阵元间距为 d , 其值小于最小载波波长的一半, 第 $p (p = 1, 2, \dots, P)$ 个信号的频率及二维到达角分别为 f_p, α_p 和 β_p , 则第 (i, m) 个阵元 (即坐标为 $(id, 0, md)$ 的传感器) k 时刻的接收信号为

$$r_{i,m}(k) = \sum_{p=1}^P s_p(k) e^{-j2\pi f_p (a_p(i d, 0, m d))^T / c} + n_{i,m}(k) \quad (1)$$

其中, $\mathbf{a}_p = [\sin\alpha_p \cos\beta_p, \sin\alpha_p \sin\beta_p, \cos\alpha_p]$ 为第 p 个信号波矢量, $n_{i,m}(k)$ 为第 (i, m) 个阵元的噪声, 其协方差矩阵如式(2)所示.

$$\mathbf{Q} = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_{2M+1}^2) \quad (2)$$

令 $\epsilon_p = -2\pi df_p \sin\alpha_p \cos\beta_p / c$, $\varphi_p = -2\pi df_p \cos\alpha_p / c$, 式(1)简写为

$$r_{i,m}(k) = \sum_{p=1}^P s_p(k) (e^{j\epsilon_p})^i (e^{j\varphi_p})^m + n_{i,m}(k) \quad (3)$$

3 基于 PARAFAC 的频率及二维到达角估计算法

3.1 L 型阵列的 PARAFAC 模型

将图 1 所示阵列划分为四个子阵,依次由标号为 $[(1,0), (2,0), \dots, (M-1,0)]$, $[(2,0), (3,0), \dots, (M,0)]$, $[(0,0), (0,1), \dots, (0, M-1)]$ 和 $[(0,1), (0,2), \dots, (0, M)]$ 的阵元组成,则接收信号依次为

$$\mathbf{X}_1(k) = [r_{1,0}(k) r_{2,0}(k) \dots r_{M-1,0}(k)]^T \quad (4)$$

$$\mathbf{X}_2(k) = [r_{2,0}(k) r_{3,0}(k) \dots r_{M,0}(k)]^T \quad (5)$$

$$\mathbf{Z}_1(k) = [r_{0,0}(k) r_{0,1}(k) \dots r_{0,M-1}(k)]^T \quad (6)$$

$$\mathbf{Z}_2(k) = [r_{0,1}(k) r_{0,2}(k) \dots r_{0,M}(k)]^T \quad (7)$$

令 $\mathbf{Z}_3(k) = \mathbf{Z}_1(k - \tau)$, $\mathbf{Z}_4(k) = \mathbf{Z}_1(k - \tau_1)$, $\mathbf{Z}_5(k) = \mathbf{Z}_2(k - \tau)$, 计算互相关矩阵如式(8)~(13)所示,

$$\mathbf{R}_1 = E[\mathbf{Z}_1(k) \mathbf{X}_1^H(k)] = \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{B}^H \quad (8)$$

$$\mathbf{R}_2 = E[\mathbf{Z}_3(k) \mathbf{X}_1^H(k)] = \mathbf{A} \Phi_1 \mathbf{R}_s \mathbf{B}^H \quad (9)$$

$$\mathbf{R}_3 = E[\mathbf{Z}_4(k) \mathbf{X}_1^H(k)] = \mathbf{A} \Phi_2 \mathbf{R}_s \mathbf{B}^H \quad (10)$$

$$\mathbf{R}_4 = E[\mathbf{Z}_5(k) \mathbf{X}_1^H(k)] = \mathbf{A} \Phi_1 \Phi_3 \mathbf{R}_s \mathbf{B}^H \quad (11)$$

$$\mathbf{R}_5 = E[\mathbf{Z}_3(k) \mathbf{X}_2^H(k)] = \mathbf{A} \Phi_1 \Phi_4 \mathbf{R}_s \mathbf{B}^H \quad (12)$$

$$\mathbf{R}_6 = E[\mathbf{Z}_5(k) \mathbf{X}_2^H(k)] = \mathbf{A} \Phi_1 \Phi_3 \Phi_4 \mathbf{R}_s \mathbf{B}^H \quad (13)$$

式中, $\mathbf{R}_s = \text{diag}(S_1^2, S_2^2, \dots, S_p^2)$, $\Phi_1 = \text{diag}(e^{-j2\pi\tau f_1}, e^{-j2\pi\tau f_2}, \dots, e^{-j2\pi\tau f_p})$, $\Phi_2 = \text{diag}(e^{-j2\pi\tau_1 f_1}, e^{-j2\pi\tau_1 f_2}, \dots, e^{-j2\pi\tau_1 f_p})$, $\Phi_3 = \text{diag}(e^{j\varphi_1}, e^{j\varphi_2}, \dots, e^{j\varphi_p})$, $\Phi_4 = \text{diag}(e^{-j\epsilon_1}, e^{-j\epsilon_2}, \dots, e^{-j\epsilon_p})$, $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\varphi_1), \mathbf{a}(\varphi_2), \dots, \mathbf{a}(\varphi_p)]$, $\mathbf{B} = [\mathbf{b}(\epsilon_1), \mathbf{b}(\epsilon_2), \dots, \mathbf{b}(\epsilon_p)]$, $\mathbf{a}(\varphi_p) = [1, e^{j\varphi_p}, e^{j2\varphi_p}, \dots, e^{j(M-1)\varphi_p}]^T$, 以及 $\mathbf{b}(\epsilon_p) = [e^{j\epsilon_p}, e^{j2\epsilon_p}, e^{j3\epsilon_p}, \dots, e^{j(M-1)\epsilon_p}]^T$.

不难看出,不同子阵接收信号互相关的计算理论上可完全抑制非均匀噪声.考虑样本数有限的情况,依据平行因子理论^[8],构造 $M \times (M-1) \times 6$ 的三维 PARAFAC 模型为

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{R}}(:, :, 1) \\ \tilde{\mathbf{R}}(:, :, 2) \\ \tilde{\mathbf{R}}(:, :, 3) \\ \tilde{\mathbf{R}}(:, :, 4) \\ \tilde{\mathbf{R}}(:, :, 5) \\ \tilde{\mathbf{R}}(:, :, 6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{R}}_1 \\ \tilde{\mathbf{R}}_2 \\ \tilde{\mathbf{R}}_3 \\ \tilde{\mathbf{R}}_4 \\ \tilde{\mathbf{R}}_5 \\ \tilde{\mathbf{R}}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{B}^H \\ \mathbf{A} \Phi_1 \mathbf{R}_s \mathbf{B}^H \\ \mathbf{A} \Phi_2 \mathbf{R}_s \mathbf{B}^H \\ \mathbf{A} \Phi_1 \Phi_3 \mathbf{R}_s \mathbf{B}^H \\ \mathbf{A} \Phi_1 \Phi_4 \mathbf{R}_s \mathbf{B}^H \\ \mathbf{A} \Phi_1 \Phi_3 \Phi_4 \mathbf{R}_s \mathbf{B}^H \end{bmatrix} + \mathbf{v} \quad (14)$$

此处 $\tilde{\mathbf{R}}_i (i=1, 2, \dots, 6)$ 代表 \mathbf{R}_i 的实际观测值, \mathbf{v} 表示观测误差.

根据 Khuttr-Rao 积^[8]的定义,令 $\mathbf{C} = \mathbf{B}^H$, 可得

$$\tilde{\mathbf{R}} = (\mathbf{D} \otimes \mathbf{A}) \mathbf{C} + \mathbf{v} \quad (15)$$

式中

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} G^{-1}(\mathbf{R}_s) \\ G^{-1}(\Phi_1 \mathbf{R}_s) \\ G^{-1}(\Phi_2 \mathbf{R}_s) \\ G^{-1}(\Phi_1 \Phi_3 \mathbf{R}_s) \\ G^{-1}(\Phi_1 \Phi_4 \mathbf{R}_s) \\ G^{-1}(\Phi_1 \Phi_3 \Phi_4 \mathbf{R}_s) \end{bmatrix} \quad (16)$$

这里 $G^{-1}(\mathbf{R}_s)$ 为由对角矩阵 \mathbf{R}_s 的对角元素组成的行向量.

同理,此模型也可通过式(17)予以表示.

$$\tilde{\mathbf{Y}} = (\mathbf{C}^T \otimes \mathbf{D}) \mathbf{A}^T + \mathbf{v}_y \quad \tilde{\mathbf{X}} = (\mathbf{A} \otimes \mathbf{C}^T) \mathbf{D}^T + \mathbf{v}_x \quad (17)$$

为确保上述 PARAFAC 满足文献[8]中的定理 1, 提出如下假设:

- (1)任意两个不同的信号 $s_i(k)$ 和 $s_j(k)$, 满足 $\epsilon_i \neq \epsilon_j$.
- (2)不同信号的俯仰角不等.

则 \mathbf{D} , \mathbf{A} 及 \mathbf{C} 的 k 秩分别为 $k_D = \min(6, P)$, $k_A = P$ 和 $k_C = P$, 故当 $P \geq 2$ 时, 该模型的 k 秩分解具有唯一可辨识性.

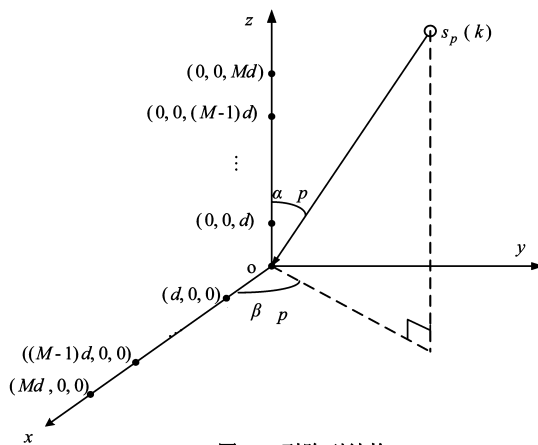


图1 L型阵列结构

3.2 三线性交替最小二乘 (TALS) 算法

基于三面阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 的复原矩阵 \mathbf{D} , \mathbf{A} 和 \mathbf{C} 可通过 TALS 算法^[8,12]进行求解. 具体步骤为

(1)求解式(18)~(20)所示的最小二乘问题, 得到复原矩阵的估计值.

$$\tilde{\mathbf{C}} = \arg \min_{\mathbf{C}} \|\tilde{\mathbf{R}} - (\mathbf{D} \otimes \mathbf{A}) \mathbf{C}\|_F^2 \quad (18)$$

$$\tilde{\mathbf{D}}^T = \arg \min_{\mathbf{D}^T} \|\tilde{\mathbf{X}} - (\mathbf{A} \otimes \mathbf{C}^T) \mathbf{D}^T\|_F^2 \quad (19)$$

$$\tilde{\mathbf{A}}^T = \arg \min_{\mathbf{A}^T} \|\tilde{\mathbf{Y}} - (\mathbf{C}^T \otimes \mathbf{D}) \mathbf{A}^T\|_F^2 \quad (20)$$

(2)重复(1)的交替映射过程, 直至收敛.

3.3 频率及二维到达角的估计算法

基于上述理论, 本文提出的频率及二维到达角估

计算法步骤可归纳为:

步骤 1 根据式(8)~(13)计算阵列接收信号的互协方差矩阵.

步骤 2 根据式(14)~(17)构造平行因子 $\tilde{\mathbf{R}}$.

步骤 3 初始化矩阵 \mathbf{D} 和 \mathbf{A} .

步骤 4 求解式(18)所示的最小二乘问题,获得矩阵 \mathbf{C} 的估计值如式(21)所示.

$$\tilde{\mathbf{C}} = (\mathbf{D} \otimes \mathbf{A})^\# \tilde{\mathbf{R}} \quad (21)$$

其中,上标 # 表示伪逆.

步骤 5 分别求解式(19),(20)的最小二乘解,得 \mathbf{D} 和 \mathbf{A} 的估计值为

$$\tilde{\mathbf{A}} = (\tilde{\mathbf{Y}})^T ((\mathbf{C}^T \otimes \mathbf{D})^\#)^T \quad \tilde{\mathbf{D}} = (\tilde{\mathbf{X}})^T ((\mathbf{A} \otimes \mathbf{C}^T)^\#)^T \quad (22)$$

步骤 6 重复步骤 4 和步骤 5,直至收敛.由 $\tilde{\mathbf{D}}$ 可得 f_p, ϕ_p 和 ε_p 的估计值分别为

$$\tilde{f}_p = -\frac{1}{4\pi} \left(\arg\left(\frac{\tilde{\mathbf{D}}_{2,p}}{\tilde{\mathbf{D}}_{1,p}}\right) / \tau + \arg\left(\frac{\tilde{\mathbf{D}}_{3,p}}{\tilde{\mathbf{D}}_{1,p}}\right) / \tau_1 \right) \quad (23)$$

$$\tilde{\phi}_p = \frac{1}{2} \left(\arg\left(\frac{\tilde{\mathbf{D}}_{4,p}}{\tilde{\mathbf{D}}_{2,p}}\right) + \arg\left(\frac{\tilde{\mathbf{D}}_{6,p}}{\tilde{\mathbf{D}}_{5,p}}\right) \right) \quad (24)$$

$$\tilde{\varepsilon}_p = -\frac{1}{2} \left(\arg\left(\frac{\tilde{\mathbf{D}}_{5,p}}{\tilde{\mathbf{D}}_{2,p}}\right) + \arg\left(\frac{\tilde{\mathbf{D}}_{6,p}}{\tilde{\mathbf{D}}_{4,p}}\right) \right) \quad (25)$$

步骤 7 根据式(24),(25),可得 α_p 和 β_p 的估计为

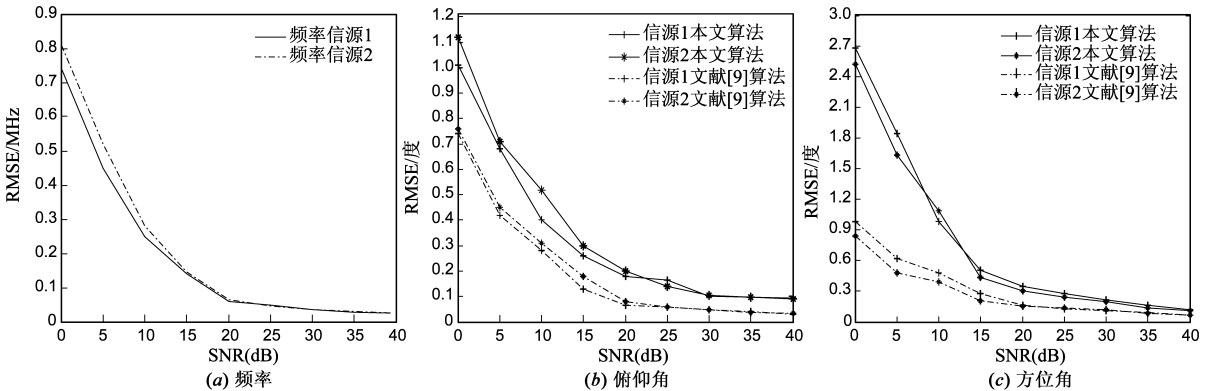


图2 频率及2-D DOA的RMSE随SNR变化曲线

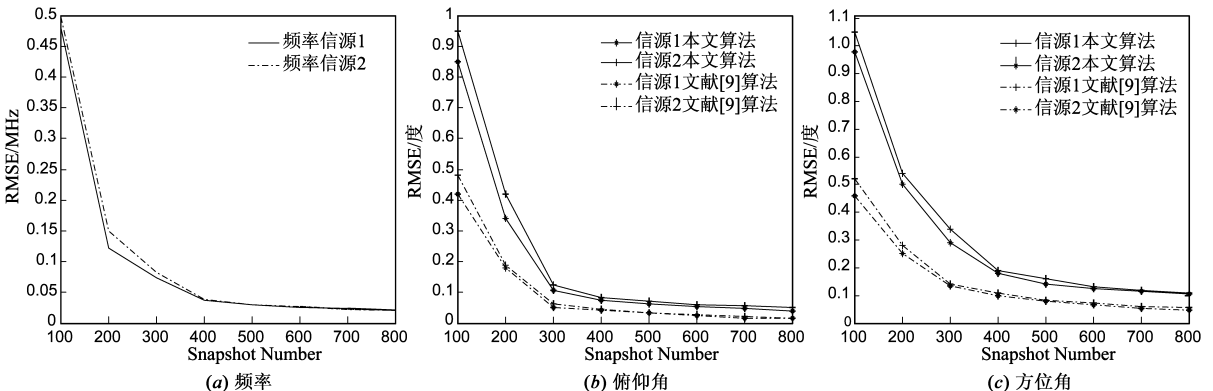


图3 频率及2-D DOA的RMSE随样本数变化曲线

$$\tilde{\beta}_p = \arccos\left(-\frac{\tilde{\varepsilon}_p}{2\pi d \sin(\alpha_p) f_p}\right) \quad (26)$$

$$\tilde{\alpha}_p = \arccos\left(-\frac{\tilde{\phi}_p}{2\pi d f_p}\right)$$

4 仿真结果

考虑由 15 个阵元组成的 L 型阵列,两个零均值、等功率的窄带平稳信源入射到该阵列上,其对应参数为:中心频率分别为 2MHz 和 2.5MHz,带宽为 20kHz,采样率为 20MHz,二维到达角分别为 $\alpha_1 = 30^\circ, \beta_1 = 60^\circ$ 和 $\alpha_2 = 60^\circ, \beta_2 = 30^\circ$,背景噪声为满足式(2)的非均匀噪声.

实验一:频率及二维到达角的均方根误差 (RMSE) 与信噪比 (SNR) 的关系:样本数为 256,当 SNR 从 0dB 变化到 40dB 时,1000 次蒙特卡洛实验的仿真结果如图 2 所示.

实验二:频率及二维到达角的均方根误差与采样点数的关系:信噪比为 18dB,当采样点数从 100 递增至 800 时,1000 次蒙特卡洛实验的仿真结果如图 3 所示.

仿真及分析结果表明:

(1) 样本数一定时,随着信噪比的增大,频率和二维到达角的均方根误差明显减小,当 SNR 达到 20dB 时,频率及角度的 RMSE 分别低于 0.06MHz 和 0.15° ;信

噪比一定时,均方根误差同样随样本数增加而减小,样本数为 300 时,频率及角度的 *RMSE* 分别低于 0.07MHz 及 0.4°.

(2)与文献[9]相比,本文算法对二维到达角的估计精度略低一些,这是因为本文算法首先对频率估计,再对角度估计,对频率估计存在误差,影响了对二维到达角的估计.

5 结论

针对非均匀噪声下频率和二维到达角的估计问题,提出一种基于平行因子和接收信号二阶统计特性的联合估计算法.该算法通过计算不同子阵互相关有效抑制背景噪声,应用三线性交替最小二乘算法,无需参数配对和多维搜索就可实现未知参数估计.仿真结果表明:所提算法对频率、俯仰角及方位角的估计均是有效的.

参考文献

- [1] 雷中定,黄继坤,张树京,马承敏.宽带非高斯信号波达方向的估计方法[J].电子学报,1998,26(10):45-49.
Lei Zhong-ding, Huang Ji-sheng, Zhang Shu-jing, Ma Cheng-min. A cumulant-based method to wideband DOA estimation [J]. Acta Electronica Sinica, 1998, 26(10): 45-49. (in Chinese)
- [2] 胡晓琴,陈辉,陈建文,王永良.一种用最大特征矢量的 Toeplitz 去相干方法[J].电子学报,2006,36(9):1710-1714.
Hu Xiaoqin, Chen Hui, Chen Jianwen, Wang Yongliang. A Toeplitz decorrelation method using the maximum eigenvector [J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 36(9): 1710-1714. (in Chinese)
- [3] Marius Pesavento and Alex B. Gershman. Maximum-Likelihood direction of arrival estimation in the presence of unknown nonuniform noise[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2001, 49(7): 1310-1323.
- [4] Chiao En Chen, Flavio Lorenzelli, Ralph E. Hashon and Kung Yao. Stochastic maximum likelihood DOA estimation in the presence of unknown nonuniform noise[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(7): 3038-3051.
- [5] Y Hua, T K. Sarkar, D D Weiner. A L-shaped array for 2-D direction of arrival[J]. IEEE Transactions on Antennas and Wireless Propagation, 1991, 39(2): 143-147.
- [6] 朱圣棋,廖桂生.基于数据矩阵重构的相干源波达方向共轭 ESPRIT 估计方法[J].电子学报,2009,37(12):7-14.
Zhu Shengqi, Liao Guishegn. Direction of arrival estimation

method of coherent signals based on matrix reconstruction for conjugate ESPRIT[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(12): 7-14. (in Chinese)

- [7] R A Harshman. Foundation of the PARAFAC procedure: model and conditions for an explanatory mutil-mode factor analysis [J]. UCLA Working Papers in Phonetics, 1972, 22(7): 111-117.
- [8] N D Sidiropoulos, R. Bro, G B Giannakis. Parallel Factor analysis in sensor array processing[J]. IEEE Transactions on Signal Process, 2000, 48(3): 2377-2388.
- [9] Ding Liu, Junli Liang. L-shaped array based 2-D direction of arrival estimation using parallel factor analysis[C]. IEEE proc, 2010, 2949-2953.
- [10] 张小飞,徐大专.一种新的联合角度、时延估计方法[J].哈尔滨工业大学学报,2006,38(11):1893-1901.
Zhang xiaofei and Yu Dazhuan. A novel blind angle and delay estimation method[J]. Haebin Institute of Technology, 2006, 38(11): 1893-1901. (in Chinese)
- [11] 梁军利,杨树元.一种频率及二维到达角联合估计新方法[J].电波科学学报,2007,22(6):1008-1013.
Liang Junli and Yang Shuyuan. A frequency and 2-D DOA estimation algorithm[J]. Radio Science, 2007, 22(6): 1008-1013. (in Chinese)
- [12] N D Sidiropoulos. COMFAC: matlab code for LS fitting of the complex model in 3-D[OL], <http://www.Telecom.tuc.gr/~nikos>, 1998.

作者简介



刘国红 女,1986年10月生于内蒙古自治区通辽市,硕士,主要研究方向为阵列信号处理.
E-mail: laugh10@mails.jlu.edu.cn



孙晓颖(通讯作者) 男,1969年8月生于吉林省怀德县,吉林大学通信工程学院教授,博士生导师,主要研究方向通信信号处理,现已发表论文 50 余篇,获国家科技进步二等奖 1 项,吉林省科技进步一等奖 2 项,教育部技术发明二等奖 1 项.
E-mail: sunxy@jlu.edu.cn

王波 男,1975年9月生于四川省都江堰市,吉林大学通信工程学院讲师,主要研究方向为阵列信号处理,现已发表论文 10 余篇.
E-mail: roywang@jlu.edu.cn