

# 自然光条件下基于 Green 函数的相位检索方法

程 鸿, 黄志祥, 章权兵, 张 成, 韦 穗

(安徽大学计算智能与信号处理教育部重点实验室, 安徽合肥 230039)

**摘 要:** 基于强度测量的确定性相位检索技术将光学与计算结合起来, 通过求解强度传输方程恢复相位信息, 理论和实验证明是相位检索的可行途径. 论文将 Green 函数应用于强度传输方程的求解中, 给出 Neumann 和 Dirichlet 边界条件下新的推导方法. 该方法中, Green 函数的偏导数是四维矩阵, 随着图像分辨率的提高, 直接求解所占的内存空间比较大, 提出了数值化处理方法, 并推广到自然光条件下的相位检索中. 同时, 搭建了图像数据采集光学平台. 模拟和真实实验验证了算法的正确性和实用性.

**关键词:** 相位检索; Green 函数; 强度传输方程; Neumann 边界; Dirichlet 边界

**中图分类号:** O439 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2014)02-0236-07

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.02.005

## Phase Retrieval Method Based on Green Function in Natural Light Conditions

CHENG Hong, HUANG Zhi-xiang, ZHANG Quan-bing, ZHANG Cheng, WEI Sui

(Key Laboratory of Intelligent Computing and Signal Processing, Anhui University, Hefei, Anhui 230039, China)

**Abstract:** The transport of intensity equation is solved to recover the phase information through the combination of optics and calculation in the method of phase retrieval based on the intensity measurement. This method is proved to be a feasible way to obtain phase information theoretically and experimentally. A new derivation of Green function method in Neumann and Dirichlet boundary conditions is deduced. Because the partial derivative of Green's function is a four-dimensional matrix, large memory space will be occupied with the improvement of image resolution by solving the function directly. The numerical processing method is presented and extended to natural light conditions. At same time, an optical data collection platform is built. Simulation and actual experimental results verify this new phase retrieval method is reasonable and correct.

**Key words:** phase retrieval; Green function; transport of intensity equation; Neumann boundary; Dirichlet boundary

## 1 引言

振幅、波长和相位(一个波长内相位等同于深度)是波的三个重要特性. 统计表明大于 25% 的信息被编码在振幅项中而 75% 的信息在相位项中. 但是, 光场的振荡接近  $10^{15}$  Hz, 目前没有一个现有的光传感装置能直接记录光场的振幅和相位. 干涉采样技术可以同时获取光波的振幅和相位, 但是要求光源的空间和时间相干<sup>[1,2]</sup>. 目前, 利用非干涉方法的基于强度测量的确定性相位检索技术越来越受到重视, 该方法通过求解强度传输方程(Transport of Intensity Equation, TIE)恢复相位信息, 可以克服迭代算法<sup>[3]</sup>的迭代不确定性、收敛速度慢

等缺点<sup>[4,5]</sup>以及散焦求深度技术需要通过调整摄像机参数以达到点与点对应的局限<sup>[6]</sup>. 理论和实验证明是获取相位信息的一种可行途径. 目前存在多种算法, 如 Gureyev 等人提出的 Zernike 多项式法<sup>[7]</sup>. Gureyev<sup>[8]</sup>和 Allen<sup>[9]</sup>等人推导出的傅里叶变换法. 北航的薛斌党<sup>[10]</sup>和清华大学的李永华<sup>[11]</sup>等人提出的基于完全多重网格的相位检索方法. 可惜, 上述这些算法要么计算量大, 无法满足实时性的需求; 要么只能得到相位的近似解. 1983 年 Teague 提出了 Green 函数法<sup>[12]</sup>. 文中给出了圆形孔径、无限狭缝孔径等情况下选择 Dirichlet 边界条件的解的具体形式. 但是周边相位测量不是十分有利. 2003 年, Woods 等人提出用 Green 函数的 Neumann 边界条件

代替 Dirichlet 边界条件<sup>[13]</sup>,这样处理有可能免除这些周边相位的测量。

本论文详细给出了 Neumann 和 Dirichlet 边界条件下不同于以往参考文献<sup>[14]</sup>的新的 Green 函数推导方法,同时,提出了数值化处理方法,解决直接计算四维矩阵所带来的运算量大等问题.另一方面,经典的基于强度测量的确定性相位检索方法目前在 X 射线相位重构等微观领域有着广泛的应用.但是,在自然光条件下成像通常需要应用透镜聚光,其传递函数比微观领域广泛使用的物理环境下的传递函数更复杂.本论文将 Green 函数法推广应用于自然光条件下,并搭建了实际的光学平台系统验证算法的正确性。

## 2 利用 Green 函数求解强度传输方程

### 2.1 强度传输方程

假设平面波沿  $z$  轴方向传播,当碰到试片以后,成像平面上记录了强度的增加或减小的变化信息,这些变化中包含了相位.近轴逼近的情况下,可以推导出 TIE,如下所示<sup>[15]</sup>.

$$-\frac{2\pi}{\lambda} \frac{\partial I(x, y, z)}{\partial z} = \nabla \cdot (I(x, y, z) \nabla \varphi(x, y, z)) \quad (1)$$

其中,  $\lambda$  表示波长,  $I(x, y, z)$  和  $\varphi(x, y, z)$  分别表示波的强度和相位.在式(1)中,强度的偏导数  $\partial I(x, y, z) / \partial z$  可以利用图 1 所示的光强变化测量图结合公式(2)来近似计算,即选取两幅距离中心聚焦图像  $I(x, y, z_0)$  距离相等的两幅散焦图像的强度的有限差分近似替代<sup>[16]</sup>.

$$\frac{\partial I(x, y, z_0)}{\partial z} \approx \frac{I(x, y, z_0 + \Delta z) - I(x, y, z_0 - \Delta z)}{2\Delta z} \quad (2)$$

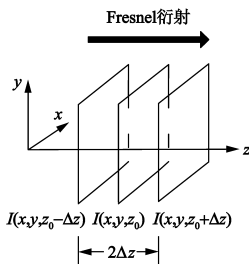


图1 光强变化测量图

### 2.2 有界 Green 函数法

首先,给出 2D 中的 Green 第一等式<sup>[17]</sup>,

$$\int_R (\nabla \varphi \cdot \nabla G + \varphi \nabla^2 G) dr' = \oint_c \varphi (\nabla G \cdot \mathbf{n}_R) dr' \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{r}' = (x', y')$ ,  $\mathbf{n}_R$  是垂直于  $c$  的单位矢量.函数  $\varphi$  是要求的 2D 相位分布,  $G$  表示 Green 函数.根据 Green 函数的定义并使用  $\delta$  分布的筛性质,移项得

$$\varphi(\mathbf{r}) = - \int_R (\nabla \varphi \cdot \nabla G) dr' + \oint_c \varphi (\nabla G \cdot \mathbf{n}_R) dr' \quad (4)$$

如果适当的边界条件被采用,则方程(4)可以重写得到所要求的相位分布。

$$\varphi(\mathbf{r}) = -k \int_R \left\{ \left[ \frac{1}{I(\mathbf{r}')} \int_R (\partial_z I(\mathbf{r}'') \cdot \nabla G(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')) dr'' \right] \nabla G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \right\} dr' \quad (5)$$

因为  $\nabla G$  的矢量特征,等式(5)可以进行分解,即通过计算两个分开的子方程  $\varphi_x$  和  $\varphi_y$  得到相位的值。

$$\varphi(\mathbf{r}) = \varphi_x(\mathbf{r}) + \varphi_y(\mathbf{r})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_x(\mathbf{r}) = -k \int_R \left\{ \left[ \frac{1}{I(\mathbf{r}')} \int_R (\partial_z I(\mathbf{r}'') G^x(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')) dr'' \right] \right\} dr' \\ \varphi_y(\mathbf{r}) = -k \int_R \left\{ \left[ \frac{1}{I(\mathbf{r}')} \int_R (\partial_z I(\mathbf{r}'') G^y(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')) dr'' \right] \right\} dr' \end{array} \right. \quad (6)$$

在式(6)中,  $k = 2\pi/\lambda$  表示波数,  $I$  和  $\partial_z I$  是输入值,可以通过测量的方法获得.显然,式(6)中 Green 函数的偏导数  $G^x$  和  $G^y$  的确是求解的关键.下面以 Neumann 边界条件为例给出具体的推导过程.根据 Neumann 边界的定义,式(3)中的线积分项为 0,即式(3)可以简化成

$$\varphi(\mathbf{r}) = - \iint_S (\nabla \varphi \cdot \nabla G) dS' \quad (7)$$

构造满足该边界条件的格林函数,用下标  $N$  表示 Neumann 边界。

$$G_N = \sum_{m=0}^{\infty} \varphi_m(y) \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \quad (8)$$

其中  $\varphi_m$  表示对应的一组正交函数.代入格林函数的定义方程  $\nabla^2 G_N = -\delta(r - r')$  中得到

$$\sum_{m=0}^{\infty} \left[ \varphi_m''(y) - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \varphi_m(y) \right] \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) = -\delta(x - x') \delta(y - y') \quad (9)$$

式(9)两边同乘上  $\cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right)$  并在区间  $[0, a]$  上进行积分,结合三角函数的性质得到

$$\varphi_m''(y) - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \varphi_m(y) = -a_m^{-1} \cos\left(\frac{m\pi x'}{a}\right) \delta(y - y') \quad (10)$$

其中,  $a_m = \begin{cases} a/2, & m \neq 0 \\ a, & m = 0 \end{cases}$ .当  $y \neq y'$  时,式(10)的右边等于 0.现在求解式(10)对应的齐次方程得到解的形式为当  $0 \leq y < y'$  时

$$\varphi_m(y) = \text{Ach}\left(\frac{m\pi y}{a}\right) \text{ch}\left(\frac{m\pi}{a}[b - y']\right) \quad (11)$$

当  $y' < y \leq b$  时

$$\varphi_m(y) = \text{Ach}\left(\frac{m\pi y'}{a}\right) \text{ch}\left(\frac{m\pi}{a}[b-y]\right) \quad (12)$$

根据式(11)和式(12)得

$$\left[\frac{d\varphi_m(y)}{dy}\right] \Big|_{y'_-}^{y'_+} = -A \frac{m\pi}{a} \text{sh}\left(\frac{bm\pi}{a}\right) \quad (13)$$

其中,  $[y'_-, y'_+]$  表示积分区间. 对式(10)求积分

$$\left[\frac{d\varphi_m(y)}{dy}\right] \Big|_{y'_-}^{y'_+} = -a_m^{-1} \cos\left(\frac{m\pi x'}{a}\right) \quad (14)$$

因此

$$A = \frac{a_m^{-1} \cos\left(\frac{m\pi x'}{a}\right)}{\text{sh}\left(\frac{bm\pi}{a}\right)} \left(\frac{m\pi}{a}\right)^{-1} \quad (15)$$

由此得到 Green 函数和其偏导数的表达式.

当  $0 \leq y < y'$  时

$$G_N(x, x'; y, y') = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{a}{m\pi \text{sh}\left(\frac{bm\pi}{a}\right)} \left( a_m^{-1} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \text{ch}\left(\frac{m\pi y}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi x'}{a}\right) \text{ch}\left(\frac{m\pi}{a}[b-y']\right) \right) \quad (16)$$

$$G'_N(x, x'; y, y') = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\text{sh}\left(\frac{bm\pi}{a}\right)} \left( -a_m^{-1} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \text{ch}\left(\frac{m\pi y}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x'}{a}\right) \text{ch}\left(\frac{m\pi}{a}[b-y']\right) \right) \quad (17)$$

当  $y' < y \leq b$  时

$$G_N(x, x'; y, y') = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{a}{m\pi \text{sh}\left(\frac{bm\pi}{a}\right)} \left( a_m^{-1} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \text{ch}\left(\frac{m\pi y'}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi x'}{a}\right) \text{ch}\left(\frac{m\pi}{a}[b-y]\right) \right) \quad (18)$$

$$G'_N(x, x'; y, y') = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\text{sh}\left(\frac{bm\pi}{a}\right)} \left( -a_m^{-1} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \text{ch}\left(\frac{m\pi y'}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x'}{a}\right) \text{ch}\left(\frac{m\pi}{a}[b-y]\right) \right) \quad (19)$$

同理可得

当  $0 \leq x < x'$  时

$$G'_N(x, x'; y, y') = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\text{sh}\left(\frac{an\pi}{b}\right)} \left( -\beta_n^{-1} \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \cdot \text{ch}\left(\frac{n\pi x}{b}\right) \sin\left(\frac{n\pi y'}{b}\right) \text{ch}\left(\frac{n\pi}{b}[a-x']\right) \right) \quad (20)$$

当  $x' < x \leq a$  时

$$G'_N(x, x'; y, y') = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\text{sh}\left(\frac{an\pi}{b}\right)} \left( -\beta_n^{-1} \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \cdot \text{ch}\left(\frac{n\pi x'}{b}\right) \sin\left(\frac{n\pi y'}{b}\right) \text{ch}\left(\frac{n\pi}{b}[a-x]\right) \right) \quad (21)$$

其中  $\beta_n = \begin{cases} b/2, & n \neq 0 \\ b, & n = 0 \end{cases}$

同样构造满足 Dirichlet 边界的格林函数, 用下标  $D$  表示

$$G_D = - \sum_{m=0}^{\infty} \varphi_m(y) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \quad (22)$$

由上面的方法推导出 Dirichlet 边界条件下 Green 函数偏导数的表达式, 如公式(23~26)所示.

当  $0 \leq y < y'$  时

$$G'_D(x, y, x', y') = \frac{2}{a} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\sinh\left(\pi \frac{b}{a} m\right)} \left[ \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \cos\left(\frac{m\pi x'}{a}\right) \sinh\left(\frac{\pi m}{a}[b-y']\right) \sinh\left(\frac{\pi m}{a} y\right) \right] \quad (23)$$

当  $y' < y \leq b$  时

$$G'_D(x, y, x', y') = \frac{2}{a} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\sinh\left(\pi \frac{b}{a} m\right)} \left[ \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \cos\left(\frac{m\pi x'}{a}\right) \sinh\left(\frac{\pi m}{a}[b-y]\right) \sinh\left(\frac{\pi m}{a} y'\right) \right] \quad (24)$$

当  $0 \leq x < x'$  时

$$G'_D(x, y, x', y') = \frac{2}{b} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sinh\left(\pi \frac{b}{a} n\right)} \left[ \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y'}{b}\right) \sinh\left(\frac{\pi n}{b}[a-x]\right) \sinh\left(\frac{\pi n}{b} x'\right) \right] \quad (25)$$

当  $x' < x \leq a$  时

$$G'_D(x, y, x', y') = \frac{2}{b} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sinh\left(\pi \frac{a}{b} n\right)} \left[ \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi y'}{b}\right) \sinh\left(\frac{\pi n}{b}[a-x']\right) \sinh\left(\frac{\pi n}{b} x\right) \right] \quad (26)$$

### 2.3 数值化处理方法

由上节推导的结果来看, 无论是 Neumann 边界还是 Dirichlet 边界情况下, Green 函数偏导数都是四维矩阵, 随着图像分辨率的提高, 直接求解所占的内存空间比较大. 实际计算中, 我们提出了数值化处理方法. 下面仍然以 Neumann 边界情况为例进行说明. 首先计算式(6)中  $\varphi_x$  的第一重积分, 即  $\varphi_{x1}(\mathbf{r}') = \int_R (\partial_z I(\mathbf{r}'') G^x(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')) d\mathbf{r}''$ .

$$\varphi_{x1}(\mathbf{r}') = \left( \frac{1}{\sinh\left(\pi \frac{b}{a} m\right)} \right) \left( \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \right) \cdot \left( \sum_{y'=1}^N \left[ \left( \cosh\left(\frac{\pi m}{a}[b-y]\right) \cosh\left(\frac{\pi m}{a} y'\right) \right) \right] \right) \cdot \left( \sum_{x=1}^M \left[ \left( \sum_{y=1}^M \partial_z I(x', y') \sin\left(\frac{m\pi x'}{a}\right) \right) \right] \right) = A * B * \sum_{y'=1}^N (C * D(y')) = A * B * E \quad (27)$$

其中,  $A$  为常数,  $B$  只跟  $x$  有关,  $D(y')$  仅对  $x'$  求和, 但与  $y'$  有关,  $E$  最复杂, 实际上是分段函数, 关于  $E$  的计

算如下:

$$E = \sum_{y'=1}^y \cosh\left(\frac{\pi m}{a}[b-y']\right) \cosh\left(\frac{\pi m}{a}y'\right) D(y') + \sum_{y'=y+1}^N \cosh\left(\frac{\pi m}{a}[b-y']\right) \cosh\left(\frac{\pi m}{a}y'\right) D(y') \quad (28)$$

然后,计算式(6)中  $\varphi_x$  的第二重积分,即  $\varphi_x(\mathbf{r}) = -k$

$$\int_R \left\{ \frac{\varphi_{x1}(\mathbf{r}')}{I(\mathbf{r}')} G'(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') \right\} d\mathbf{r}'.$$

方法与计算第一重积分类似,只需将原来的  $\partial_z I(\mathbf{r}'')$  换成  $\varphi_{x1}(\mathbf{r}')/I(\mathbf{r}')$  即可.同理,对于  $\varphi_y$  可以做类似的处理.上述数值化处理方法只需要存储和处理二维矩阵,与直接计算四维矩阵相比降低了一定的计算量,提高了运算速度.

## 2.4 模拟实验

利用 Green 函数求解 TIE 的算法步骤总结如下:

- (1) 设置参数  $\Delta z$  的数值.
- (2) 模拟生成三幅图像,包括欠焦图像,聚焦图像和过焦图像,图像大小为  $[M, N]$ .
- (3) 利用公式(2)计算  $\partial_z I$ .
- (4) 选择合适的边界,分别计算  $\varphi_x(r)$  和  $\varphi_y(r)$ .
- (5) 计算式(6)得到相位分布  $\varphi(\mathbf{r})$ .

下面是模拟实验结果.给定的强度图像和相位图像<sup>[14]</sup>分别如图 2(a)和图 2(b)所示.其中,相位图像的灰度值在  $[0, \pi]$  之间.图像大小为  $220 \times 220$ ,波长  $\lambda = 632.8\text{nm}$ ,像素大小  $dx \times dy = 4\mu\text{m} \times 4\mu\text{m}$ .



图2 测试物体的强度和相位分布

利用自由空间的 Fresnel 衍射理论,  $z = \Delta z$  平面上的波函数与  $z = 0$  平面上的波函数之间满足下面的传播公式<sup>[9]</sup>:

$$U(x, y, z = \Delta z) = \mathfrak{S}^{-1} \left[ \exp\left(-\frac{i\Delta z q_1^2}{2k}\right) \mathfrak{S}[U(x, y, z = 0)] \right] \quad (29)$$

其中,  $\mathfrak{S}$  和  $\mathfrak{S}^{-1}$  分别表示傅里叶正变换和逆变换.模拟生成欠焦平面和过焦平面的散焦图像,其中  $\Delta z = 800\mu\text{m}$ ,如图 3 所示.根据算法步骤分别计算 Neumann 边界、Dirichlet 边界以及混合边界(假设  $x$  方向是 Neumann 边界,  $y$  方向是 Dirichlet 边界)下的相位信息,结果如图 4(a~c)所示.图 4(d)给出了利用傅里叶解法<sup>[9]</sup>所求出的相位结果.结合离散数值化处理方法,利用 Green 函数法可以快速有效地恢复相位信息.

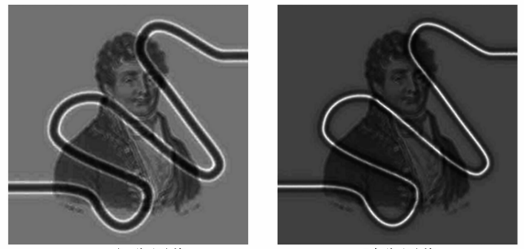
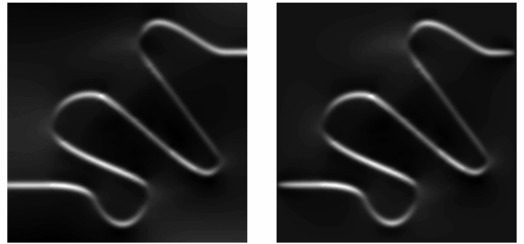
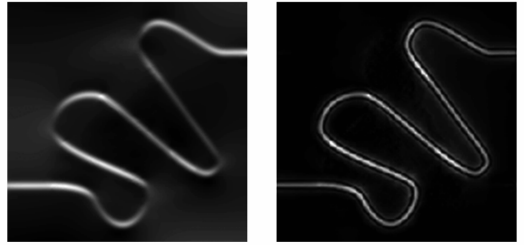


图3 散焦图像



(a) Neumann边界 (b) Dirichlet边界



(c) 混合边界 (d) 傅里叶结果

图4 模拟实验结果

## 3 自然光条件下的相位检索

### 3.1 基本原理

经典的相位检索算法目前已经广泛应用于光学显微镜、X 射线等领域.需要注意的是,在自然光条件下成像通常需要应用透镜聚光,其传递函数比微观领域广泛使用的物理环境下的传递函数更复杂.本节将第 2 节所推导的 Green 函数法应用于自然光条件下的相位检索中,并搭建了对应的数据采集光学平台系统,解决散焦图像对间距参数获取困难等问题.

图 5 建立了自然光条件下的含透镜的成像模型,假设物体放置在离透镜距离为  $R$  的位置上,其波振面的复振幅用  $U_0(x, y)$  表示,透镜前后波振面的复振幅分别用  $U_l(x, y)$  和  $U_l'(x, y)$  表示.透镜的焦距设为  $f$ ,欠焦平面、聚焦平面和过焦平面的复振幅分别对应描述成  $U_{-\Delta z}(x, y)$ 、 $U_f(x, y)$  和  $U_{\Delta z}(x, y)$ .依据菲涅尔区域的相位重构合成技术<sup>[18]</sup>,我们可以构建欠焦平面、聚焦平面和过焦平面强度和相位之间所满足的 TIE.利用三个平面的强度信息结合第 2 节的 Green 函数法可以求解得到聚焦平面的相位信息  $\varphi_f$ .代入聚焦平面的强度信息  $I_f$ (可以通过 CCD 获取),构造聚焦平面的复振

幅  $U_f = \sqrt{I_f} \exp(\varphi_f)$ . 根据光路的可逆性, 由该  $U_f$  出发, 逆向求解物面的复振幅.

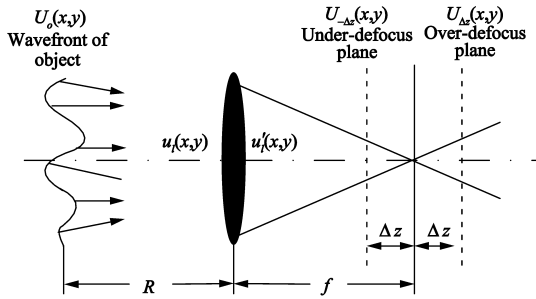


图5 含透镜的光传播模型

### 3.2 实验系统

利用普通 CCD 成像时, 虽然可以捕捉到聚焦平面和散焦平面的图像, 但是无法测得参数  $\Delta z$  的值. 本节搭建了图像数据采集光学平台系统, 如图 6 所示. 物体放置在平台的最右端, 即光从右边进入, 首先通过相机镜头进行聚焦. 然后经过 30R:70T 的分光镜进入 CCD1 中, 再经过 50R:50T 的分光镜分别进入 CCD2 和 CCD3 中, 三个工业 CCD 摄像机的型号为 IMB-147FT. 图 6 中, 选取 30R:70T 和 50R:50T 的两个分光镜可以使得进入三个 CCD 的光分布比为 30%:35%:35%, 光强近似相等. 每一个 CCD 摄像机都分别固定在高精度平移台 (N55-462) 上, 可以通过平移台精确地控制它们的位置. 平移台 25mm 的移动范围 (分辨率为 0.001mm) 可以克服固定几何摄像机的局限, 能够在一定范围内对成像情况进行优化. 并且, 平移台上带有 LCD 屏, 可以方便的读出 CCD 前后移动的距离.

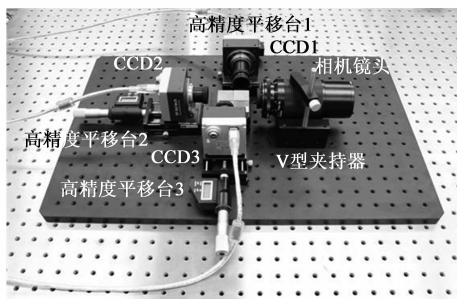


图6 图像数据采集光学平台系统实物图

## 4 真实实验

第一组实验中, 首先将实验物体放置在系统的最右边, 与透镜的距离为 765mm, 焦距为 130mm. 将参数  $\Delta z$  设置成 0.200mm, 利用图像数据采集光学平台系统同时采集三幅图像, 包括一幅聚焦和两幅散焦图像, 如图 7 所示.

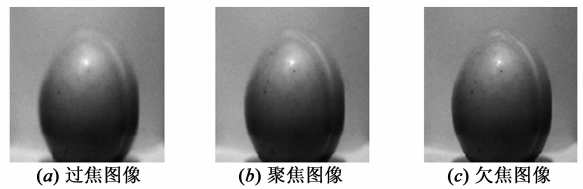


图7 不同平面上的强度图像

然后, 利用 Green 函数法求解 TIE 得到聚焦平面上的相位分布 (本组实验选取的边界条件为 Dirichlet 边界), 如图 8 所示. 图中, 用颜色的深浅表示距离 CCD 的远近, 即离摄像机远的部分用浅颜色表示. 当然, 颜色的深浅是相对的.

接着, 利用图 7(b) 中的聚焦图像和图 8 的相位图像构造聚焦平面的复振幅, 并计算得到透镜后的复振幅, 其对应的强度图像和相位图像分别如图 9(a) 和图 9(b) 所示.

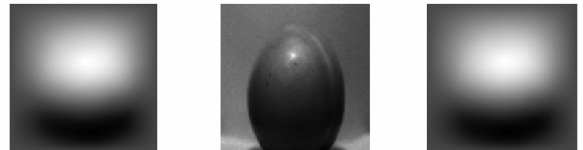


图8 聚焦平面的相位分布

图9 透镜后的分布

再考虑透镜的相位调制作用, 计算透镜前的复振幅, 其对应的强度图像和相位图像分别如图 10(a) 和图 10(b) 所示.

最后, 求解物平面的相位分布, 图 11 所示即为本次实验的最终输出结果.

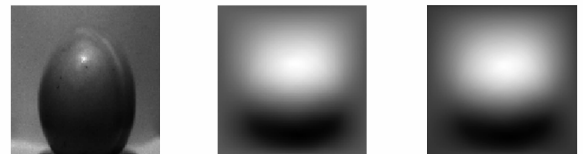


图10 透镜前的分布

图11 恢复的物体相位图像

第二组实验测试复杂物体的相位检索情况, 以飞机模型 (机身长 440mm, 主机翼长 400mm, 尾翼长 160mm) 作为实验物体放置在系统的最右边, 物体与透镜的距离 2800mm, 对应焦距为 130mm, 参数  $\Delta z = 0.200$ mm. 恢复的相位结果如图 12 所示. 本组实验选取的边界条件为 Dirichlet 边界. 图中, 用颜色的深浅表示距离 CCD 的远近, 即离摄像机远的部分用浅颜色表示. 当然, 颜色的深浅是相对的. 两组真实实验验证了算法的有效性.

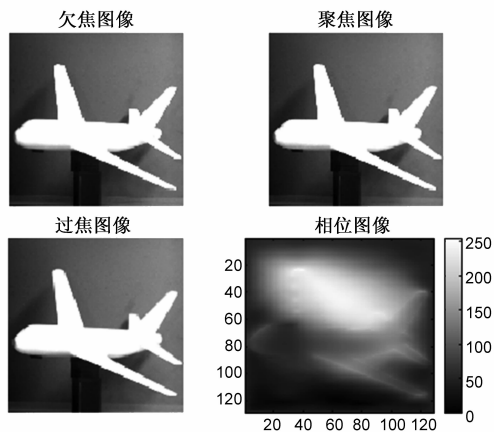


图12 第二组实验结果

## 5 小结

基于强度测量的确定性相位检索方法目前在微观领域有着广泛的应用,但是自然光条件下成像所对应的传递函数更复杂.本文详细给出了 Neumann 和 Dirichlet 边界条件下不同于以往的新的 Green 函数推导过程,同时,提出了离散数值化处理方法,并推广应用于自然光条件下.针对普通 CCD 无法获取图像间距参数的局限,搭建了图像数据采集光学平台系统.通过该系统所采集的数据验证了论文方法的有效性和正确性.但是,本文实验结果只能定性的反应深度值.下一步我们将尝试把这种方法应用到全息显示领域,从而定量测试结果的精确度.

## 参考文献

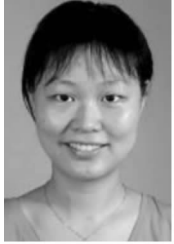
- [1] Yiying Pu, Jianwen Dong, Bingchu Chen, Yuanzhi, Liu, Hezhou Wang. Three-dimensional imaging with monocular cues using holographic stereography[J]. *Opt Lett*, 2010, 35(19): 3279 – 3281.
- [2] 李海, 吴仁彪, 廖桂生. 基于相关系数加权观测矢量的 InSAR 干涉相位估计方法[J]. *电子学报*, 2012, 40(3): 453 – 458.  
Li Hai, Wu Ren-biao, Liao Gui-sheng, Estimation of interferometric phase for InSAR based on correlation coefficient weight data vector[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2012, 40(3): 453 – 458. (in Chinese)
- [3] 应娜, 赵晓晖, 董婧, 方昕. 一种谐波正弦语音模型的最佳相位估计算法[J]. *电子学报*, 2009, 37(4): 860 – 863.  
Ying Na, Zhao Xiao-hui, Dong Jing, Fang Xin. An algorithm of optimal phase estimation in Harmonic sinusoidal speech model [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(4): 860 – 863. (in Chinese)
- [4] S McVitie, D T Ngo. Quantitative measurements of phase using the transport of intensity equation[J]. *Journal of Physics: Con-*

ference Series, 2008, 126: 012041.

- [5] S Marchesini. Phase retrieval and saddle – point optimization [J]. *J Opt Soc Am A*, 2007, 24(10): 3289 – 3296.
- [6] C T Yong. Wavefront sensors in adaptive optics [D]. New Zealand: University of Canterbury, 2008.
- [7] T E Gureyev, A Roberts, K A Nugent. Phase retrieval with the transport of intensity equation: matrix solution with use of Zernike polynomials[J]. *J OPT SOC AM A*, 1995, 12(9): 1932 – 1942.
- [8] T E Gureyev, K A Nugent. Rapid quantitative phase imaging using the transport of intensity equation [J]. *Opt Commun*, 1997, 133(1 – 6): 339 – 346.
- [9] L J Allen, M P Oxley. Phase retrieval from series of images obtained by defocus variation[J]. *Opt Commun*, 2001, 199(1 – 4): 65 – 75.
- [10] 薛斌党, 郑世玲, 姜志国. 完全多重网格法求解光强度传播方程的相位检索方法[J]. *光学学报*, 2009, 29(6): 1514 – 1518.  
Xue Bindang, Zheng Shiling, Jiang Zhiguo. Phase retrieval using transport of intensity equation solved by full multigrid method[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(6): 1514 – 1518. (in Chinese)
- [11] 李永华. X 射线类同轴法及光栅法相衬成像的相位复原算法研究[D]. 北京: 清华大学, 2010.  
Li Hua-yong. Study on phase retrieval algorithms of X-ray in-line and grating-based phase-contrast imaging [D]. Beijing: Tsinghua University, 2010. (in Chinese)
- [12] M R Teague. Deterministic phase retrieval: A Green's function solution[J]. *J Opt Soc Am*, 1983, 73(11): 1434 – 1441.
- [13] S C Woods, A H Greenaway. Wave – frontsensing by use of a Green's function solution to the intensity transport equation: reply to comment[J]. *J OPT SOC AM A*, 2003, 24(8): 2482 – 2484.
- [14] J Frank, S Altmeyer, G Wernicke. Non-interferometric, non-iterative phase retrieval by Green's functions [J]. *J. OPT. SOC. AM. A*, 2010, 27(10): 2244 – 2251.
- [15] K Ishizuka, B Allman. Phase measurement in electron microscopy using the transport of intensity equation [J]. *Microscopy Today*, 2005: 22 – 24.
- [16] 程鸿, 章权兵, 韦穗. 基于整体变分的相位恢复[J]. *中国图象图形学报*, 2010, 15(10): 1425 – 1429.  
Cheng Hong, Zhang Quan-bing, Wei Sui, Phase retrieval based on total variation[J]. *Journal of Image and Graphics*, 2010, 15(10): 1425 – 1429. (in Chinese)
- [17] I Lyuboshenko, H. Maitre. Phase unwrapping for interferometric synthetic aperture radar by use of Helmholtz equation eigenfunctions and the first Green's identity[J]. *J Opt Soc Am A*, 1999, 16(2): 378 – 395.
- [18] 程鸿, 张成, 韦穗, 汪伟. 自然光条件下的相位检索方法

与系统设计[J].光电子·激光,2012,23(7):1411-1417.  
Cheng Hong, Zhang Cheng, Wei Sui, Wang Wei, Phase retrieval method and design of the system in natural light imaging, Journal of Optoelectronics Laser, 2012, 23(7): 1411 - 1417. (in Chinese)

#### 作者简介



**程 鸿** 女,安徽大学讲师、博士.目前主要从事信号与信息处理,计算机视觉等方面的研究.在EI等期刊发表学术论文20余篇.

E-mail: chenghong@ahu.edu.cn



**黄志祥** 男,安徽大学教授、博导,2010年9月~2011年9月访学于美国爱荷华州立大学.目前主要从事电磁计算、新型人工电磁媒质特性等方面的研究.

**章权兵** 男,1977年出生,安徽大学副教授,博士.研究方向为信号处理和计算机视觉.

**张 成** 男,1984年出生,安徽大学讲师,博士.研究方向为光学成像,相位检索与信号处理.

**韦 穗(通信作者)** 女,1946年出生,安徽大学教授,博导.研究方向为图像处理、三维全息显示.

E-mail: swei@ahu.edu.cn