

一种加速 Turbo 码译码实现的改进算法的研究

许成谦¹, 林雪红¹, 陈嘉兴^{1,2}

(1. 燕山大学信息科学与工程学院, 河北秦皇岛 066004; 2 河北师范大学电子系, 河北石家庄 050031)

摘要: 本文针对 Turbo 码在译码过程中复杂度相当大的缺点, 提出了一种新的改进算法, 通过对附加信息的门限判决而加快译码速度, 从而降低了译码复杂度, 提高了译码性能. 此外, 我们还给出了此门限值的理论确定方法. 计算机模拟结果表明, 采用所提出的改进算法与传统的最大后验概率译码算法相比, 其译码性能和译码复杂度均有明显的改善.

关键词: Turbo 码; MAP 算法; 提前判决; 门限值

中图分类号: TN911.22 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2002) 08 1210-03

An Improved Algorithm for Accelerating Decoding Implementation of Turbo Codes

XU Cheng qian¹, LIN Xue hong¹, CHEN Jia xing^{1,2}

(1. College of Info. Sci. & Engin., Yanshan University, Qinhuangdao, Hebei 066004, China;

2. Dept. of Electronic, Hebei Normal University, Shijiazhuang, Hebei 050031, China)

Abstract: This paper presents a new improved algorithm to reduce the considerable complexity of decoding process of Turbo codes. It can accelerate decoding and improve decoding performance through the threshold decision of extrinsic information. In addition, approach to determine the specific threshold value was presented. The results of computer simulation have shown that the proposed algorithm has better performance and lower complexity than the traditional Maximum *A-Posteriori* decoding algorithm.

Key words: Turbo code; MAP algorithm; advance decision; threshold value

1 引言

自从 Berrou 等人于 1993 年在 ICC 国际会议上率先提出 Turbo 码^[1]以来, 因其接近 Shannon 极限的优越性能, 引起了世界范围内信息编码理论界的强烈反响, 成为信息论领域中最为热门的话题. 但是 Turbo 码也有其弱点, 就是时延太大, 不能应用到对实时要求较高的通信系统中, 而造成此现象的主要原因之一就是它所采用的 MAP (Maximum *A-Posteriori*) 软输入软输出译码算法的复杂度相当大^[2]. 因此, 目前许多学者对如何降低 Turbo 码译码复杂度进行了大量的研究, 并取得了许多有价值的成果. Frey 等人提出了“及早判决”的概念^[3], 将译码过程中似然比超过某一门限的信息位及早判决输出, 这就可以使后面的迭代过程中不再计算该信息位的似然比, 从而减少了计算量. 但由于这种方法在降低译码复杂度的同时, 却使得比特误码率有所提高, 因此寻找其它的停止迭代的判别准则, 降低译码复杂度是目前国内外较为关注的问题^[4]. Hagenauer 等人介绍了相对熵判定迭代终止的方法^[5], 这是目前理论性较强的结果. 由于 Turbo 码中的附加信息直接影响着译码算法中信息位软输出的可靠性, 而且大量的模拟结果

表明, 当附加信息超过某一门限值时, 它提供给信息位的附加信息值是不可靠的, 且随着迭代次数的增加它的可靠性将越来越差, 甚至会使得信息位判别错误. 因此, 我们若把附加信息超过这一门限值所对应的信息位及早的判决出来, 并把附加信息重赋一个恰当的值, 则就会减少译码的复杂度. 本文就是利用概率论知识对附加信息的判别提出了一种新的停止迭代的判定准则. 计算机模拟结果表明, 这种改进的译码算法在第一次迭代后其译码性能和译码复杂度比原 MAP 算法均有较为明显的改善.

2 “及早判决”门限的确定

为了在降低译码复杂度的同时又不会影响到 Turbo 码的优越性能, 则要求译码器必须尽早可靠地判决出编码器的输入信息. 我们采用将译码过程中附加信息超过某一门限所对应信息位的值进行及早判决的方法, 其基本思想可以描述如下:

假设 Turbo 码编码器的输出序列 $\{u_k\}$, $\{Y_k\}$, 经过二进制调制输入到高斯信道, 在译码器输入端得到的序列为 $\{x_k\}$, $\{y_k\}$. 译码器采用 MAP 算法, 其似然比可以分成三部分, 即

$$L(\hat{u}) = L_c x + L(u) + Le(\hat{u}) \quad (1)$$

其中 L_c 与信道信息有关, 对时不变系统而言, L_c 是常数; $L(u)$ 为上一级译码器产生的附加信息用来提供给本级作为先验信息; $Le(\hat{u})$ 为本级译码器的附加信息, 并作为下一级译码器的先验信息以提高译码的准确性。

由文献[1]知道, 附加信息可以近似为一个服从正态分布的随机变量, 它的均值和方差可由下式计算

$$m_{Le} = \frac{1}{M^2} \sum_{k=1}^{M^2} |Le(\hat{u}_k)| \quad (2)$$

$$\sigma_{Le}^2 = \frac{1}{M^2} \sum_{k=1}^{M^2} |Le(\hat{u}_k) - m_{Le}|^2 \quad (3)$$

其中 M^2 为交织深度。

由概率论可知服从正态分布的随机变量 X 在理论上其取值范围是 $(-\infty, +\infty)$, 但实际上, X 取值区间 $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$ 外的数值的可能性微乎其微。因此, 往往认为它的取值是个有限区间, 即在区间 $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$ 内。由这一理论出发, 可以从译码附加信息概率分布的角度对附加信息提出一个判决门限值。即在第 n 次迭代中, 把附加信息均方差估值的三倍即 $3\sigma_{Le}^{(n)}$ 作为判决门限 $T^{(n)}$, 当 $|Le(u_k) - m_{Le}^{(n)}| < T^{(n)}$ 时, 我们暂不判决信息符号; 而当附加信息减去均值的绝对值大于这个门限时, 即当 $|Le(u_k) - m_{Le}^{(n)}| \geq T^{(n)}$ 时, 我们认为发生这个附加信息的概率为 0。这样就可以对该位的信息位作出及早判决, 并对附加信息进行赋值, 它的值就是其在第 $n-1$ 次迭代中与该位相对应的附加信息的值。根据上述判别准则, 我们可以清楚地看到在后续迭代过程中不用再计算该信息位的似然比, 从而减少了计算量。这样, 译码器既可以充分地利用了前面迭代的附加信息, 又可以避免由于以后无谓的计算似然比而造成时间上的浪费。

3 及早判决对计算量减少的分析

Turbo 码译码器的软输出值的计算可以通过 Bayesian 网格图来得到, 在本节我们就用此图分析采用及早判决改进算法对计算量的影响。网格图如图 1 所示(图中没有画出信道的输出信息 x, y_1, y_2)。

在网格图中, 每个节点表示随机变量的概率模型, 而它们之间的连线表示箭头尾部的随机变量(父节点), 可以依概率转变为箭头指向的随机变量(子节点)。对图 1(a) 可以表示为下面的概率关系

$$P_{U, S, X, Y}(u, s, x, y) = \left[\prod_{i=1}^4 P_{U_i}(u_i) \right] \left[\prod_{i=1}^4 P_{X_i|U_i}(x_i|u_i) \right] \left[\prod_{i=1}^4 P_{Y_{1i}|S_{1i}}(y_{1i}|s_{1i}) \right] \cdot \left[\prod_{i=1}^4 P_{Y_{2i}|S_{2i}}(y_{2i}|s_{2i}) \right] \cdot P_{S_{1,1}|U_1}(s_{1,1}|u_1) \cdot \prod_{i=2}^4 P_{S_{1i}|S_{1i-1}, U_i}(s_{1i}|s_{1i-1}, u_i) \cdot P_{S_{2,1}|U(1)}(s_{2,1}|u(1)) \cdot \prod_{i=2}^4 P_{S_{2i}|S_{2i-1}, U(i)}(s_{2i}|s_{2i-1}, u(i)) \quad (4)$$

其中 $I(i)$ 为交织矩阵, 在图 1 中它表示 $I(1) = 1, I(2) = 4,$

$I(3) = 2, I(4) = 3$

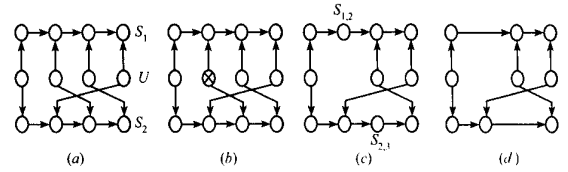


图 1 Turbo 码的 Bayesian 网格图

由文献[3]知道, 每一次迭代译码的计算复杂度可表示为

$$X = \sum_{i=1}^N |P_{Z_i|A_i}| |A_i|^2 \quad (5)$$

其中 $|A_i|$ 为 Z_i 的父节点个数(若 Z_i 没有父节点, 则定义 $|A_i| = 1$); $|P_{Z_i|A_i}|$ 表示在 Bayesian 网格图中随机变量 z_i 到父节点 a_i 的总数。例如, 若 Turbo 码子编码器存储阶数 $v = 2$, 则 $|P_{S_{1,i}|S_{1,i-1}, U_i}| = 2^{v+1} = 8$, 状态变量 $s_{1,i}$ 对译码复杂度的影响为 $|P_{S_{1,i}|S_{1,i-1}, U_i}| \cdot 2^2 = 4 \cdot 2^{v+1} = 32$ 。如果采用我们所提出的改进算法对一个信息位 u_i 进行及早判决, 就可以直接或间接的对译码复杂度的降低产生影响。这可以从以下两方面的分析看出。一方面图 1(b) 表示了信息位 U_2 的及早判决对计算复杂度 \times 降低的直接影响。 U_2 的及早判决使得状态变量 $S_{1,2}$ 的父节点由原来的两个减少为一个, 也就是说, 式(5)中 $|P_{S_{1,2}|S_{1,1}, U_2}| |S_{1,1}, U_2|$ 的取值为 1, 而不再是 2, 因此 $S_{1,2}$ 的子节点计算复杂度就降低了一半, U_2 对 $S_{2,3}$ 的影响也是如此。由上述可知, 信息位 U_2 的及早判决使得 $S_{1,i}$ 对计算复杂度的影响由 $4 \cdot 2^{v+1} = 32$ 降低到 $2^v = 4$ 。另一方面图 1(d) 表示了 U_2 的及早判决对计算复杂度 \times 降低的间接影响。由于 U_2 的及早判决输出, 就可以把网格图中的 $S_{1,2}$ 和 $S_{2,3}$ 删去。假设 U_2 的判决信息位为 \hat{u}_2 , 则 $S_{1,3}$ 的概率表达式为

$$P_{S_{1,3}|S_{1,1}, U_3}(s_{1,3}|s_{1,1}, u_3) = \sum_{s_{1,2}} P_{S_{1,3}|S_{1,1}, U_3, U_2, S_{1,2}}(s_{1,3}|s_{1,1}, u_3, \hat{u}_2, s_{1,2}) \quad (6)$$

而没有及早判决的 $S_{1,3}$ 的概率表达式为

$$P_{S_{1,3}|S_{1,1}, U_3}(s_{1,3}|s_{1,1}, u_3) = \sum_{u_2} \sum_{s_{1,2}} P_{S_{1,3}|S_{1,1}, U_3, U_2, S_{1,2}}(s_{1,3}|s_{1,1}, u_3, u_2, s_{1,2}) \quad (7)$$

从上面的两式可以得知, 由于对 U_2 的及早判决, 就可以使 $S_{1,3}$ 的计算量大大减少。由上述分析, 能够清楚地看出对 U_2 的及早判决可以直接或间接的减少迭代过程中的计算量, 从而降低了译码复杂度, 减少了由此而造成的时延。

4 性能模拟与结果分析

我们对提出的及早判决译码方案进行了译码性能的计算机模拟。实验时取编码长度分别为 $N = 256, N = 2000$, 信息率 $R = 1/3$, 子编码器的存储阶数 $v = 4$, 生成式 $G = (37, 21)$, 交织器采用分组交织的方式, 信道为加性高斯白噪声信道模型。

在计算机仿真过程中, 我们分别对帧长为 256 和 2000 的 Turbo 码进行了性能模拟, 从图 2 和图 3 中可以很容易地看出, 采取改进后的译码算法在第一次迭代后其性能比采用原 MAP 译码算法在第一次迭代后的性能要好, 而其所花费的时间却小于后者进行译码所需的时间。而且此算法无论是对于

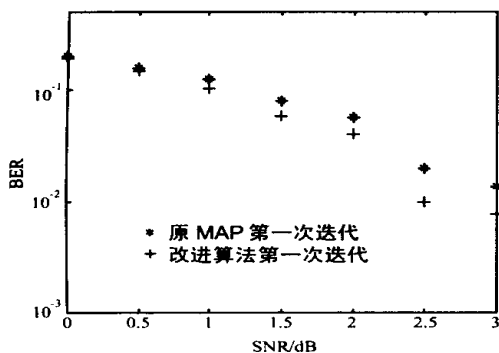


图2 帧长为 256 两种算法的比较

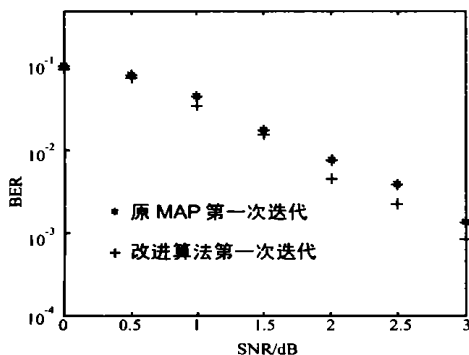


图3 帧长为 2000 两种算法的比较

采用短码还是长码的 Turbo 码来说都是合适的(由于实验条件的限制,对于长码我们只做了帧长为 2000 的性能模拟,但是这个结果已经足以说明问题了)。由此我们可以得知采用此种改进的译码算法进行译码,在加快译码速度的同时又可以相应的改善 Turbo 码的译码性能。但这种算法的缺点是随着迭代次数的增多,其性能却略低于采用原算法后的结果,这是由于采用该算法后,对于一些信息进行了及早的判决,过早的停止了迭代,而且在停止迭代后对附加信息的赋值也只是一个估值,因此造成了以后迭代过程中误码率性能损失,从而导致经多次迭代后性能有所下降。

5 结论

本文从降低译码复杂度,并提高译码性能的角度出发,鉴于附加信息对整个译码性能的影响,利用概率论的知识对附

加信息提出了及早判决的门限译码的改进算法。这种算法只需在原译码器的基础上再加入比较器即可,因此可以实现降低译码复杂度,加快译码速度的目的,这也为将 Turbo 码应用到实时要求比较高的系统中提供了可能。

参考文献:

- [1] C Bernou, A Glavieux, P Thitimajshima. Near Shannon limit error correcting coding and decoding: Turbo codes [A]. ICC 1993 [C]. GENEVA, Switlyland: 1993. 1064- 1070.
- [2] 吴伟陵. 通向信道编码定理的 Turbo 码及其性能分析 [J]. 电子学报, 1998, 26(7): 35- 40.
- [3] B J Frey, F R Kschischang. Early detection and trellis splicing: reduced complexity iterative decoding [J]. IEEE Journal on SAC, 1998, 16(2): 153- 159.
- [4] 王新梅, 马建峰, 马啸. 软判决译码研究进展 [J]. 电子学报, 1998, 26(7): 19- 25.
- [5] J Hagenauer, E Offer, L Papke. Iterative decoding of binary block and convolutional codes [J]. IEEE Tran on infor. Theory. 1996, 42(2): 429 - 445.

作者简介:



许成谦 男, 1961 年生于陕西城固, 1984 年获东北师范大学学士学位, 1994、1997 年分别获北京邮电大学硕士学位和博士学位, 现为燕山大学教授, 已发表论文 40 余篇, 主要研究领域包括: 纠错编码理论, 密码学, 扩频通信地址码设计。



林雪红 女, 1977 年 12 月出生于江西省上饶市, 1999 年毕业于南昌大学电子与信息技术专业获学士学位, 现在燕山大学攻读硕士学位, 主要研究方向为纠错编码理论。