稳定分布多项式自回归有色噪声及其白化方法

查代奉[1], 邱天爽[1,2]
(1. 大连理工大学电子与信息工程学院, 辽宁大连 116024; 2. 上海交通大学振动、冲击、噪声国家重点实验室, 上海 200030)

摘 要: 本文提出了一种稳定分布白噪声的概念及其判断标准, 对传统意义上的白噪声进行了广义化, 提出了一种非线性系统中稳定有色的噪声概念并建立其非线性PAR模型, 提出EIRLP算法对多项式自回归稳定有色噪声的模型参数进行估计, 并探讨了其白化方法. 计算机模拟表明, 这种算法是一种在高斯和分数低阶稳定分布噪声条件下具有良好韧性的白化滤波方法.

关键词: α-稳定分布; 共变序列; 共变谱; 共变函数; 多项式自回归
中图分类号: TN911.7 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2005) 12-2144-05

Whitening Method of PAR Colored Noise in Stable Distribution Environments

ZHA Dai-feng[1], QIU Tian-shuang[1,2]
(1. *School of Electronic and information Engineering, Dalian University of Technology, Dalian* 116024, *China*;
2. *National Key Laboratory of Vibration, Shock and Noise, Shanghai Jiaotong University, Shanghai* 200030, *China*)

Abstract: This paper briefly proposes a new different spectral density from power spectrum density of the second order processes, thus we can get a new concept of stable white noise based on covariation spectrum, and a method of whitening in nonlinear system under alpha-stable conditions. Simulation and analysis show that the method is robust and generalizes the conventional whitening filters based on second order statistics.

Key words: alpha stable distribution; covariation sequence; covariation spectrum; covariation function; PAR

1 引言

长期以来, 关于随机信号理论的研究主要局限于高斯分布情况下的二阶统计量. 然而, 在诸如水声、雷达、通信、语音信号和生物医学信号处理等领域的实际应用中, 许多随机信号是非高斯分布的. α稳定分布[1,2]是一种广义的高斯分布, 其概念最先是由利维(Levy)于1925年在研究广义中心极限定理时提出的, 直到1993年, 经由Shao和Nikias的论文[2], α稳定分布的概念和理论才在信号处理领域得到重视. α稳定分布的统计特性由其特征函数的四个参数来决定. 概率密度函数没有统一的封闭表达式, 但它的特征函数存在统一的形式

$$\varphi(t)=\exp\{j\mu t-\gamma|t|^{\alpha}[1+j\beta\,\mathrm{sgn}(t)\,\omega(t,\alpha)]\} \tag{1}$$

其中, $\omega(t,\alpha)=\tan\frac{\alpha\pi}{2}(\alpha\neq1)$, $\omega(t,\alpha)=\frac{2}{\pi}\log|t|(\alpha=1)$. α是特征指数($0<\alpha\leqslant2$), 控制着随机过程的脉冲程度, α愈小脉冲性愈强, 当$\alpha=2$时, α稳定分布与高斯分布完全相同, 高斯分布是α稳定分布的特例; β是对称系数, $\beta=0$时表示对称分布, 记为SαS(symmetry α-stable distribution), γ是分散系数, 类似于高斯分布的方差; μ为位置参数, 对应于均值或中值.

有色噪声的白化问题, 除了输入高斯白噪声通过线性系统得到的信号白化的理论方法得到解决外, 其他输入信号与系统的情况均未得到很好的解决. 其中包括输入为非高斯白噪声的情况, 所对应的系统则可能为线性的和非线性的. 在文献[1]中, Nikias与Shao曾首次提出了"稳定白噪声(stable white noise)"的概念, 但并未就其定义、特征、性质做任何说明, 在此前及此后的诸多文献中, 尚未见到稳定白噪声的类似研究报道. 稳定白噪声、稳定有色噪声及其白化问题在统计信号处理领域尚没有相关的研究报道.

2 稳定分布白噪声

α稳定分布是唯一的一类构成独立同分布随机变量之和的极限分布, 它比高斯分布有更广泛的适用性. 除了高斯分布和Cauchy分布外, 其他的概率密度分布没有明确的表达式, 其概率密度曲线具有很长的拖尾. 若随机信号的特征指数为α, 则只有阶数小于α阶的统计矩是有限的[1~3]. 因此不存在诸如自相关、协方差之类的有限的二阶统计量.

根据文献[4~6], 对于一个严平稳复SαS过程$\{x(t);-\infty<t<\infty\}$($0<\alpha\leqslant2$), 总存在如下一种谱表示:

收稿日期: 2004-10-26; 修回日期: 2005-06-08
基金项目: 国家自然科学基金(No. 60372081; No. 30570475; No. 30170259); 辽宁省科学技术基金(No. 20011010571); 振动、冲击噪声国家重点实验室开放基金(No. VSN-2005-01)

$$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty}e^{jt\omega}d\zeta(\omega),\quad -\infty< t<\infty \tag{2}$$

其中 $\zeta(\omega)$ 为 $S\alpha S$ 过程, 且其独立增量满足如下关系[7]:

$$\{E|d\zeta(\omega)|^{p}\}^{\alpha/p}=C(p,\alpha)\,\Phi(\omega)\,d\omega,\quad 0< p<\alpha \tag{3}$$

其中 $C(p,\alpha)$为依赖于 p 与 α 的常量, $\Phi(\omega)$ 为 $x(t)$的一种称作谱密度的非负函数, 当 $\alpha=2$ 时, 谱密度 $\Phi(\omega)$ 就是对应高斯过程的功率谱, $0<\alpha<2$ 时, 谱密度 $\Phi(\omega)$ 并不表示 $x(t)$ 的功率谱, 但在一些如线性预测与滤波[8] 的应用中, 它起着和功率谱类似的作用。当且仅当 $\zeta(\omega)$ 具有全向或者旋转不变增量, 即增量过程 $e^{j\theta}d\zeta(\omega)$ 的分布不依赖于旋转量 θ 时, 过程 $\{x(t)\}$ 为严平稳过程, 并且有如下共变函数(covariation function)的表达式:

$$[x(t),x(s)]_{\alpha}\overset{def}{=}\int_{-\infty}^{\infty}e^{j(t-s)\omega}\Phi(\omega)\,d\omega \tag{4}$$

稳定分布过程的共变函数与二阶过程的协方差函数有着同样的意义, 它与谱密度 $\Phi(\omega)$ 构成一个傅立叶变换对. 因此, 根据文献[1],[2]中共变函数的定义

$$\Gamma_x(\tau)=[x(t),x(t+\tau)]_{\alpha}=\frac{E(x(t)x(t+\tau)^{\langle p-1\rangle})}{E(|x(t+\tau)|^{p})}\gamma_{x(t+\tau)} \tag{5}$$

其中$(\cdot)^{\langle p\rangle}=|\cdot|^{p-1}(\cdot)^{*}$, 我们可以建立一种全新的不同于高斯白噪声的稳定分布白噪声的概念及判断准则: 当且仅当共变函数 $\Gamma_x(\tau)$ 满足 $\Gamma_x(\tau)=\gamma_x\delta(\tau)$ 时, 其中 $\delta(\tau)$ 是冲激函数, $\{x(t)\}$为稳定分布白噪声过程. 共变函数是对二阶过程的自相关函数的广义化, 对共变函数 $\Gamma_x(\tau)$进行傅立叶变换可以得到一种分数阶谱—共变谱(covariation spectrum):

$$C_x(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\Gamma_x(\tau)\,e^{-j\tau\omega}d\omega \tag{6}$$

在式(6)中, 若将共变函数换成自相关函数, 则得到功率谱密度函数, 因此, 二阶过程的功率谱是共变谱的特例, 共变谱是功率谱的广义化形式. 图 1 表示一个稳定分布白噪声序列与有色噪声序列及其各自的共变谱.

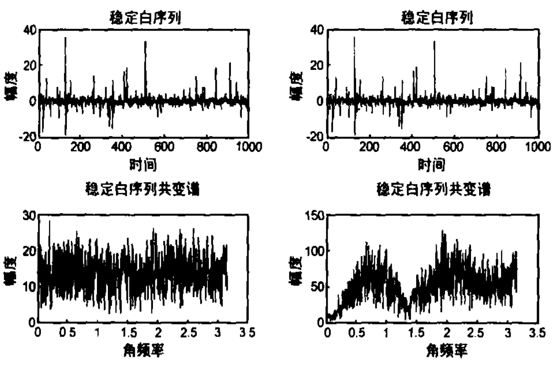

图 1　稳定分布白噪声序列与有色噪声序列及其共变谱

3　多项式自回归稳定有色噪声

最常用的线性模型是自回归模型(AR) 模型, 因为任何 ARMA 或 MA 过程都可以用无穷阶的 AR 过程表示, 而且 AR 过程的参数估计比较简单. 线性稳定分布过程中最常用的具有无穷方差的模型是自回归 $S\alpha S$ 过程, 其可表示为[1,2]:

$$x(n)=a_1x(n-1)+\cdots+a_Px(n-P)+\varepsilon(n)=\boldsymbol{x}^{T}(n)\boldsymbol{a}+\varepsilon(n) \tag{7}$$

其中, $\boldsymbol{x}(n)=[x(n-1),x(n-2),\cdots,x(n-P)]^{T}$, $\boldsymbol{a}=[a_1,a_2,\cdots,a_P]^{T}$, $\varepsilon(n)$ 是一个特征指数为 α, 分散系数为 γ 的独立同分布的 $S\alpha S$ 分布过程.

然而, 在许多实际应用中, 要研究的信号是由一些非线性动态系统产生的. 此外, 即使存在一个适当的线性模型, 线性系统的定义方法也会导致模型有过多的参数. 一些生物医学信号如 EEG、ECG 以及一些地理信号能更好地用非线性自回归(NAR) 过程表示[9], 其模型的一般表达式为:

$$x(n)=f[x(n-1),x(n-2),\cdots,x(n-k),\varepsilon(n)] \tag{8}$$

这里 $f(\cdot)$ 是非线性函数, $\varepsilon(n)$ 是一个独立同分布随机变量序列. 有一种广泛使用的基于 Volterra 级数展开的 NAR 模型, 称为多项式自回归(PAR) 模型[10,11], 可以表示为:

$$x(n)=\sum_{i}a_{i}^{(1)}x(n-i)+\sum_{i}\sum_{j}a_{i,j}^{(2)}x(n-i)x(n-j)+\cdots+\sum_{i,\cdots}a_{i,\cdots}^{(K)}x(n-i)\cdots x(n-k)+\cdots+\varepsilon(n) \tag{9}$$

多项式自回归模型已成功应用于非线性系统建模中[12], 每个线性系统都可以用一个无穷阶的线性 AR 模型表示[13]. 同样的, 也可以证明每一个使用 Volterra 级数展开的非线性系统都可以用无穷阶的 PAR 模型表示[14].

在传统的信号模型建立中, 通常认为激励 $\varepsilon(n)$ 是独立同分布的高斯白噪声过程, 这种假设在许多情况下是合理的. 但是, 对于稳定分布过程, 高斯激励的模型就不再适用. 而且, 有些信号具有一些不能由高斯激励提供的特性, 如偏斜性, 而高斯模型具有对称联合分布. 如果考虑激励 $\varepsilon(n)$ 为一个稳定分布白噪声过程, 过程 $x(n)$可以看成由输入 $\varepsilon(n)$作用于一个非线性系统产生的, 过程 $x(n)$一般将是多项式自回归稳定有色噪声.

4　PAR 稳定有色噪声的参数估计

4.1　AR 稳定有色噪声的参数估计

由于稳定有色噪声没有有限方差, 因此我们所熟悉的最小均方误差(MSE) 准则、最小二乘(LS) 准则[15] 不再适用于 AR 稳定有色噪声的参数估计, 文献[1],[2] 提出的最小分散系数(MD) 准则可以用于讨论稳定过程的线性理论. 基于 MD 准则的 AR 稳定过程参数估计问题, 可以有很多求解方法, 常用的方法是文献[16] 提出的迭代重加权算法, 即最小化如下代价函数

$$J=\sum_{n}|x(n)-\boldsymbol{a}^{T}\boldsymbol{X}_P(n)|^{p} \tag{10}$$

其中 $\boldsymbol{a}=[a_1,a_2,\cdots,a_P]^{T}$, $\boldsymbol{X}_p(n)=[x(n-1),x(n-2),\cdots,x(n-P)]^{T}$, 式(10)对系数矢量 $\boldsymbol{a}$ 的每个元素求偏导并令偏导为零, 得到

$$\frac{\partial J}{\partial a_i}=-\sum_{n}p|x(n)-\boldsymbol{a}^{T}\boldsymbol{X}_p(n)|^{p-1}\cdot\mathrm{sgn}[x(n)-\boldsymbol{a}^{T}\boldsymbol{X}_p(n)]\cdot x(n-i)=0,\ i=1,\cdots,P \tag{11}$$

定义一个冗余量 $r_n=x(n)-\boldsymbol{a}^{T}\boldsymbol{X}_P(n)$, 这样, 式(11)可简化为

$$\frac{\partial J}{\partial a_i}=-\sum_n p r_n |r_n|^{p-2} x(n-i)=0,\ i=1,2,\cdots,P \quad (12)$$

定义加权对角阵 $W=\mathrm{diag}\left(|r_n|^{p-2}\right)$, 用矩阵形式来表达式(12), 有 $\nabla_a J=X^T W(Xa-x_N)=0$, 其中 $x_N=[x(1),x(2),\cdots,x(N)]^T$, 这里

$$X=\begin{bmatrix} x(1) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ x(2) & x(1) & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ x(P) & x(P-1) & x(P-2) & \cdots & x(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ x(N) & x(N-1) & x(N-2) & \cdots & x(N-P+1) \end{bmatrix} \quad (13)$$

求解得 $a=(X^T W X)^{-1} X^T W x_N$, 由于 a 是 W 的函数, 而 W 又是 a 的冗余函数. 因此, 这个公式没有直接的解, 只能用迭代解法, 具体算法如下:

(1) $a(0)=(X^T X)^{-1} X^T x_N$;

(2) $r_n(k)=(x_N-Xa(k))_n$;

(3) $W_{nn}=\begin{cases} |r_n|^{p-2}, & |r_n|>\varepsilon \\ \varepsilon^{p-2}, & |r_n|<\varepsilon \end{cases}$

(4) $a(k+1)=(X^T W(k) X)^{-1} X^T W(k) x_N$;

(5) 如果 $\frac{|\,\|r(k+1)\|_{(p)}-\|r(k)\|_{(p)}|}{\|r(k)\|_{(p)}}<\varepsilon$, 则停止; 否则, 回到第(2)步. 这里, $a(k)$ 是 AR 模型第 k 步迭代的参数矢量, $\|\cdot\|_{(p)}$ 表示 p 范数, ε 是个很小的数.

4.2 PAR 稳定有色噪声的参数估计

将多项式数据和多项式系数分别合并为一个扩展的数据向量和一个扩展的参数向量, 并用下面的线性等式表示 PAR 噪声模型:

$$x(n)=x_{ext}^T(n)\,a_{ext}+\varepsilon(n) \quad (14)$$

其中扩展的数据向量 $x_{ext}(n)$ 与参数向量 a_{ext} 分别为 $x_{ext}(n)=[x_P^{(1)}(n), x_p^{(2)},\cdots,x_P^{(K)}(n)]^T$, $a_{ext}=[a_P^{(1)}, a_P^{(2)},\cdots,a_P^{(K)}]^T$, 其中 $x_P^{(1)}=[x(n-1),x(n-2),\cdots,x(n-P)]^T$, $x_P^{(2)}(n)=[x^2(n-1),x(n-1)x(n-2),\cdots,x(n-1)x(n-P)]^T$ 等等, K 是 PAR 模型的次数, P 是模型滤波器的阶数. 同样地, 相应的 PAR 系数为 $a_P^{(1)}=[a_1,a_2,\cdots,a_P]^T$, $a_P^{(2)}=[a_{11},a_{12},\cdots a_{1P},a_{PP}]^T$. 观察等式(14)与等式(7)可以看出, PAR 稳定有色噪声模型在参数上可以表示为一个线性等式. 为了对模型参数进行估计, 可以按照上述线性 AR 稳定过程的参数估计方法, 用线性处理的方法, 将扩展参数向量 a_{ext} 看成一个整体对其进行求解. 因此, 同样运用最小分散系数(MD)准则, 非线性稳定有色噪声的参数估计问题可等效于求解如下优化问题:

$$\hat{a}_{ext}=\arg\min_{a_{ext}}\sum_n |x(n)-x_{ext}^T(n)\,a_{ext}|^p \quad (15)$$

同样将代价函数 $J=\sum_n |x(n)-x_{ext}^T(n)\,a_{ext}|^p$ 对扩展参数向量 a_{ext} 的每个元素求偏导, 可以得到如下表达式:

$$\nabla_{a_{ext}} J=X_{ext}^T W(X_{ext}a_{ext}-x_N)=0 \quad (16)$$

这里 $X_{ext}=[X^{(1)}X^{(2)}\cdots X^{(K)}]$ 为一个扩展的数据矩阵, 其中 K 是非线性次数, $X^{(i)}$ 是包括由 Volterra 展开得到的次多项式的数据矩阵, 其维数为 $N\times P^{(i)}$, $P^{(i)}$ 为对应的 i 次多项式的系数的个数:

$$X^{(1)}=\begin{bmatrix} x(1) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ x(2) & x(1) & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ x(P) & x(P-1) & x(P-2) & & x(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ x(N) & x(N-1) & x(N-2) & \cdots & x(N-P+1) \end{bmatrix},$$

$$X^{(2)}=\begin{bmatrix} x^2(1) & 0 & \cdots & 0 \\ x^2(2) & x(2)x(1) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x^2(P) & x(P)x(P-1) & \cdots & x^2(1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x^2(N) & x(N)x(N-1) & \cdots & x^2(N-P+1) \end{bmatrix}$$

为了解决上述最小化问题, 我们提出迭代重加权算法的扩展算法, 并称之为扩展的迭代重加权最小范数算法(EIRLP):

(1) $a_{ext}(0)=(X_{ext}^T X_{ext})^{-1} X_{ext}^T x_N$;

(2) $r_i(k)=(x_N-X_{ext}a_{ext}(k))_i$;

(3) $W_{ii}=\begin{cases} |r_i|^{p-2}, & |r_i|>\varepsilon \\ \varepsilon^{p-2}, & |r_i|<\varepsilon \end{cases}$;

(4) $a_{ext}(k+1)=(X_{ext}^T W(k) X_{ext})^{-1} X_{ext}^T x_N$;

(5) 如果 $\frac{|\,\|r(k+1)\|_{(p)}-\|r(k)\|_{(p)}|}{\|r(k)\|_{(p)}}<\varepsilon$, 则停止, 否则跳转到第(2)步. 这里, $a_{ext}(k)$ 是 PAR 模型第 k 步迭代的扩展参数矢量.

可以看出, 4.1 节中的算法是一个辨识线性 AR 系统参数的方法, 4.2 文中提出的 EIRLP 算法通过将多项式数据和多项式系数分别合并为一个扩展的数据向量和一个扩展的参数向量, 并用一个线性等式表示 PAR 噪声模型, 从而将非线性 PAR 系统参数的参数估计问题转化为线性处理问题. 所以, EIRLP 算法是 4.1 节中迭代算法在非线性系统中的一种扩展, 而且, 对于非线性系统模型参数估计具有参数简单、接近真实模型的优点.

5 PAR 稳定有色噪声的白化

从某种意义上说, 有色随机信号的白化过程, 就是将一个白噪声输入一个系统后的再还原过程. 为了对输出序列 $x(n)$ 进行白化, 我们可以建立一个简单的白化滤波器的模型: 将非线性有色噪声 $x(n)$ 经过一个非线性逆系统, 使输出 $v(n)$ 的为输入稳定白噪声 $\varepsilon(n)$ 的恢复, 这样就能达到白化的目的.

稳定有色噪声的白化过程一定程度上可以看成是稳定白噪声的复原过程, 因此, 非线性系统的参数辨识是一个重要的环节. 利用一个已知的稳定白噪声输入一个 PAR 非线性系统后的输出有色信号来对 PAR 非线性系统进行辨识(即有色信号的建模过程), 因此一个简单的白化过程就是利用所估计的非线性系统参数, 将输出的有色信号在时域进行回代, 就可以得到近似的原始输入稳定白噪声. 因此, 我们得到稳定非白噪声的模型参数估计 $\hat{a}_{ext}$ 后, 由 $x(n)=x_{ext}^T(n)\,a_{ext}+\varepsilon(n)$ 可以得到一个新的序列 $v(n)$:

$$v(n)= x(n)- \boldsymbol{x}_{ext}^{T}(n)\hat{\boldsymbol{a}}_{ext} \tag{17}$$

可以认为, $v(n)$ 是原始稳定分布白噪声 $\varepsilon(n)$ 的近似恢复, 因此, 可以得到一个近似的稳定白噪声序列, 这就是本文提出的稳定分布环境下非线性有色噪声的简单白化方法.

6　仿真结果与数据分析

6.1　线性 AR 稳定有色噪声的参数辨识

将稳定分布的白噪声输入到一个线性 AR 系统, 仿真产生下面的 AR(2) 模型:

$$x(n)= 0.195x(n-1)- 0.95X(n-2)+ \varepsilon(n) \tag{18}$$

这里, $\varepsilon(n)$ 为服从 α- 稳定分布的白噪声(样本数为 1000). AR 系统模型的参数真实值为: $a_1= 0.195$, $a_2= -0.95$.

表 1　AR(2) 系统参数估计的均值

a_i	α	IRLP	EIRLP
$a_1= 0.195$	1.1	0.1953	0.1951
	1.7	0.1954	0.1951
$a_2= -0.95$	1.1	−0.9496	−0.9500
	1.7	−0.9500	−0.9499

实验 1　选取不同 α 值的稳定分布的白噪声, 表 1 给出了用迭代算法(IRLP) 扩展的迭代重加权算法(EIRLP) 方法在不同的 α 值时得到的 AR(2) 系统模型参数估计的均值, 对于稳定分布白噪声输入, IRLP 的性能与 EIRLP 方法性能相当.

6.2　PAR 稳定有色噪声的参数估计

仿真产生下面一个特定的二次二阶 PAR 过程(表示为 $P^{(2)}$AR(2) 非白过程, 上标指非线性的次数, 括号中的数字为阶数):

$$x(n)= 0.5x(n-1)- 0.4x(n-2)- 0.03x(n-1)x(n-2)+ 0.03x^2(n-2)+ \varepsilon(n) \tag{19}$$

这里, $\varepsilon(n)$ 为服从 α- 稳定分布的白噪声(α= 1.8, 样本数为 1000, $p= 1.6$), 产生的非白噪声序列 $x(n)$ 如图 2 所示. PAR 模型的参数真实值为: $a_1= 0.5$, $a_2= -0.4$, $a_{11}= 0$, $a_{12}= -0.03$, $a_{22}= 0.03$. 许多情况下, 非线性次数与滤波器的阶数预先不可能得到, 因此, 我们可以事先假定一个 PAR 模型, 求其参数估计值.

实验 2　假定模型为 $P^{(2)}$AR(2) 模型, 这一模型应该有 5 个参数(a_1, a_2, a_{11}, a_{12}, a_{22}), 使用 EIRLP 算法; 如果将该模型假定为线性 AR(8) 模型, 使用 IRLP 算法, 得到如表 2 所示的参数估计值, 可以看到 $P^{(2)}$AR(2) 模型接近真实模型, AR(8) 模型参数过多, 且不接近真实模型.

表 2　假定的 $P^{(2)}AR(2)$ 模型的参数估计值

参数	a_1	a_2	a_{11}	a_{12}	a_{22}			
EIRLP	0.4987	−0.3991	0.0002	−0.0305	0.0302			
参数	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
IRLP	0.7987	−0.5791	0.8957	−0.4971	0.8907	−0.6931	0.7997	−0.4927

实验 3　假定模型为 $P^{(2)}$AR(3) 模型, 这一模型有 9 个参数(a_1, a_2, a_3, a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{22}, a_{23}, a_{33}), 使用 EIRLP 算法, 得到如表 3 所示的估计值, 可以看到, 在原始模型中没有出现的系数 a_3, a_{11}, a_{13}, a_{23} 和 a_{33} 的估计值接近于 0, PAR 模型阶数的过估计不会对结果有很大的影响.

表 3　假定的 $P^{(2)}AR(3)$ 模型的参数估计值

参数	a_1	a_2	a_3	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{22}	a_{23}	a_{33}
估计值	0.4984	−0.3987	−0.0002	0.0001	−0.0297	0.0003	0.0297	−0.0007	0.0003

实验 4　假定模型为 $P^{(3)}$AR(2) 模型, 这一模型有 9 个参数(a_1, a_2, a_{11}, a_{12}, a_{22}, a_{111}, a_{112}, a_{122}, a_{222}), 使用 EIRLP 算法, 得到如表 4 所示的估计值, 3 次模型系数 a_{111}, a_{112}, a_{122}, a_{222} 估计值接近于 0, 非线性次数的过估计也同样不会对结果有很大的影响.

表 4　假定的 $P^{(3)}AR(2)$ 模型的参数估计值

参数	a_1	a_2	a_{11}	a_{12}	a_{22}	a_{111}	a_{112}	a_{122}	a_{222}
估计值	0.5003	−0.3989	−0.0001	−0.0290	0.0295	0.0000	−0.0001	−0.0001	0.0000

6.3　PAR 稳定有色噪声的白化

实验 5　将非白噪声序列 $x(n)$ 按照 $v(n)= x(n)- \boldsymbol{x}_{ext}^{T}(n)\hat{\boldsymbol{a}}_{ext}$ 进行求值, 其中 $\hat{\boldsymbol{a}}_{ext}$ 取表 2 所示的 $P^{(2)}$AR(2) 参数估计值, 得到一个新的序列 $v(n)$. 非白噪声序列 $x(n)$ 与新的序列 $v(n)$ 的波形与各自的自共变序列、共变谱分别如图 2、图 3、图 4 所示. 可以看出, $x(n)$ 与 $v(n)$ 在时域都具有脉冲特性, 但他们

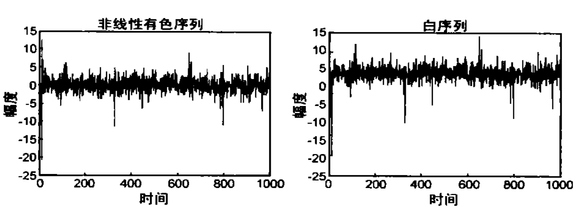

图 2　有色噪声序列 $x(n)$ 与新的序列 $v(n)$

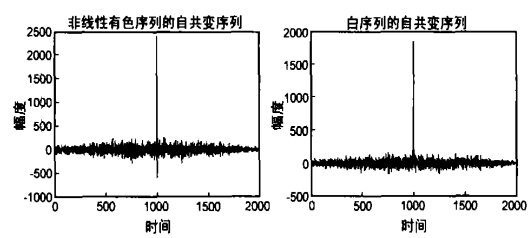

图 3 有色噪声序列与新序列的共变序列

的共变谱却显著不同, $x(n)$ 的共变谱在 0.5~1.7 角频率处幅度较大, 而 $v(n)$ 的共变谱分布相对较均匀, $x(n)$ 的自共变序列具有两个尖峰脉冲, 而 $v(n)$ 的自共变序列只有一个尖峰脉冲. 因此, $v(n)$ 可以看成是稳定白噪声, 白化过程是可行的.

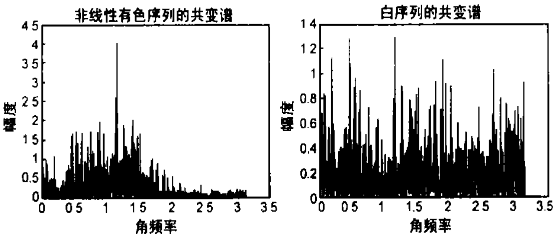

图 4 有色噪声序列 $x(n)$ 与新的序列 $v(n)$ 的共变谱

7 结论与展望

平稳稳定分布过程存在着不同于功率谱密度的共变谱密度而且与共变函数构成傅立叶变换对. 本文描述了稳定分布的谱表示, 提出了一种不同于功率谱密度的共变谱密度概念及其稳定分布白噪声的概念及其判断标准, 对传统意义上的白噪声进行了广义化; 依据已有的多项式自回归(PAR)模型, 提出了一种服从稳定分布的有色噪声概念并建立其非线性PAR 模型, 在噪声的模型参数估计上, 对已有的算法进行扩展, 提出了 EIRLP 算法; 提出了一种简单的非线性系统中稳定非白噪声的白化方法. 计算机模拟和分析表明, EIRLP 算法是一种在高斯和分数低阶稳定分布噪声条件下具有良好韧性的非线性有色噪声的建模方法. 该方法在诸如水声、雷达、通信、语音信号和生物医学信号处理等领域的实际应用中, 对要研究的信号是由一些非线性动态系统产生的且具有明显脉冲特性的噪声(如一些生物医学信号如 EEG、ECG、电路瞬间尖峰、海洋冰裂噪声以及一些地理信号) 的建模与信号分析中有着比传统的二阶统计方法与线性系统假设方法更好的性能. 而且, 非线性系统特别是多项式自回归系统模型已成功应用于非线性系统建模中, 它比线性系统更接近于实际应用, 因此, 非线性系统中的脉冲噪声的建模与白化方法在工程应用中有着更广阔的前景.

参考文献:

[1] C L Nikias, M shao. Signal Processing with Alpha-Stable Distributions and Applications [M]. New York: John Wiley & Sons Inc, 1995.

[2] M shao, C L Nikias. Signal processing with fractional lower order moments: stable processes and their applications [J]. Proceedings of IEEE, 1993, 81(7): 986-1010.

[3] G Samorodnitsky, M S Taqqu. Stable Non-Gaussian Random Process: Stochastic Models with Infinite Variance [M]. New York: Chapman and Hall, 1994.

[4] E Masry, S Cambanis. Spectral density estimationfor stationary stable processes [J]. Stochastic Processes and their Applications, 1984, 18(2): 1-31.

[5] C D Hardin. On the spectral representation of symmetric stable process [J]. Multivariate Analysis, 1982, 12(4): 385-401.

[6] Tailen Hsing. Limit theorems for stable processes with application to spectral density estimation [J]. Stochastic Processes and their Applications, 1995, 57(8): 39-71.

[7] M B Priestley. Spectral Analysis and Time Series [M]. New York: Academic Press, 1981.

[8] S Cambanis, G Miller. Linear problem in p-thorder and stable processes [M]. SIAM J. Appl. Math. 1989, 41(9): 43-69.

[9] H Tong. Non-linear Time Series: A Dynamical System Approach [M]. London: Oxford University Press, 1995.

[10] Ahmed, H M Rauf, F Khurram. Adaptive state dependent filters [C]. Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE International Conference on, 1993, 3(4): 27-30.

[11] Ahmed, K M Khuram. A new nonlinear adaptive lattice filter [C]. Acoustics, Speech, and Signal Processing, International Conference on, 1991, 3(7): 2073-2076.

[12] T Koh, E J Powers. Second-order volterra filtering and its application to nonlinear system identification [J]. IEEE Transactions on Acoustic, Speech, Signal Processing, 1985, 33(6): 1445-1455.

[13] A N Kolmogorov. Interpolation und extrapolation von stationaren zufallingen folgen [J]. Bulletin Academy Science USSR Series in Mathematics, 1941, 5(2): 3-14.

[14] L R Hunt, R D DeGroat, D A Linebarger. Nonlinear AR modeling [J]. Circuits, Systems, Signal Processing, 1997, 14(5): 689-705.

[15] S Haykin. Adaptive Filter Theory (Forth edition) [M] (影印版). N J: Prentice-Hall. 2001.

[16] R H Byrd, D A Pyne. Convergence of the iteratively reweighted least squares algorithm for robust regression [R]. John Hopkins University, Technical report 313, 1979.

作者简介:

查代奉 男, 1971 年出生于江西九江, 大连理工大学电子与信息工程学院博士研究生, 主要研究方向为非高斯随机信号处理的理论与应用.
E-mail: zhadaifeng@163.com.

邱天爽 男, 1954 年出生于江苏海门, 博士, 大连理工大学电子与信息工程学院教授, 博士生导师, IEEE 会员, 信号处理学会委员, 主要研究方向为数字信号处理理论、生物医学信号处理、非平稳与非高斯信号处理等.
E-mail: qiutsh@dlut.edu.cn.