不一致决策系统中约简之间的比较

邓大勇[1],黄厚宽[1],李向军[1,2]
(1.北京交通大学计算智能研究所,北京 100044;2. 南昌大学信息工程学院,江西南昌 330029)

摘 要: 本文在相关文献的基础上研究了不一致决策系统中绝对约简、各种相对约简之间的关系,包括相对于个体的约简和相对于整个决策系统的约简.证明了 μ- 决策约简等价于信息论意义下的相对约简.

关键词: 粗糙集; 决策系统; 绝对约简; 相对约简; 信息熵
中图分类号: TP18 **文献标识码**: A **文章编号**: 0372-2112 (2007) 02-0252-04

Comparison of Various Types of Reductions in Inconsistent Systems

DENG Da-yong[1],HUANG Hou-kuan[1],LI Xiang-jun[1,2]
(1. *School of Computer and Information Technology, Beijing Jiaotong University, Beijing* 100044, *China*;
2. *School of Information Engineering, Nanchang University, Nanchang, Jiangxi* 330029, *China*)

Abstract: In this paper we investigate relations among absolute reduction and relative reductions,including reductions corresponding to objects and reductions corresponding to decision systems in inconsistent decision systems. Furthermore,we prove that μ-decision reduct is equal to relative reduct in the view of information theory.

Key words: rough sets;decision system;absolute reduction;relative reduction;information entropy

1 引言

知识约简是 Rough 集理论的重要应用,也是其核心问题之一[2,6,9,10].知识库中的属性并不是同等重要的,某些属性是冗余的.知识约简就是在保持分类能力不变的情况下,删除知识库中不相关或不重要的属性.通过知识约简,人们可以简化知识,而不丢失基本的知识.由于知识约简过程是单向的、不可逆的,所以我们选择什么样的标准,删除哪些属性都应该非常慎重,这就有必要研究各种约简之间的关系.

应用 Rough 集理论进行知识约简主要有代数的观点和信息论的观点[3,4,7~9],代数观点下的约简又有很多分类,研究各种不同约简之间的关系对于知识约简的研究和发展非常重要.M Kryszkiewicz[1]研究了代数意义下不一致决策系统中各种约简之间的关系;张文修等[6]发展了 M Kryszkiewicz 的思想,进一步研究了代数意义下各种约简的关系,提出了最大分布约简的概念;王国胤等[3,4,7~9]研究了代数意义下的约简和信息论意义下的约简之间的关系;M Inuiguchi[5]研究了在可变精度 Rough 集下各种约简之间的关系.所有这些研究都集中在决策系统中相对于决策属性的约简,属于相对约简的范畴.

本文在前人的基础上研究约简之间的关系,扩大了研究范围,将绝对约简和其它相对约简放在一起进行比较,提出了相对于个体的绝对约简的概念;并且进一步研究代数意义下的约简和信息论意义下的约简等各种主要的约简之间的关系,证明了信息论意义下的相对约简等价于代数意义下的 μ-决策约简和 μ-约简,从而统一了代数意义下的约简和信息论意义下的约简,为知识约简的应用和进一步研究打下了理论基础.

2 基本知识

为了简单起见,我们只介绍本文用到的一些关于 Rough 集和信息熵的概念.

2.1 Rough 集理论

设 $DS=(U,A\cup\{d\})$ 是一个决策系统,则 $IS=(U,A)$ 称为决策系统 DS 的相应信息系统,其中 U 是非空有限的个体集合,称为论域,A 是非空的属性集合(在决策系统 DS 中称为条件属性),d 是决策属性.对于任意的 $a\in A\cup\{d\}$,存在一个对应 $a:U\to V_a$,V_a 是属性 a 的值域.任意的属性子集合 $B\subseteq A\cup\{d\}$ 确定了如下的一个不可区分关系 $IND(B)$:

$$IND(B)=\{(x,y)\in U\times U:\forall a\in B(a(x)=a(y))\}$$

$IND(B)$ 是一个等价关系,它对 U 的划分记为 $U/IND(B)$ 或简记为 U/B.相对于 B 的包含 x 的等价类记为 $I_B(x)$ 或 $[x]_B$,即,

$$I_B(x)=[x]_B=\{y\in U:(x,y)\in IND(B)\}$$

于是我们有,

$$U/A=\{X_j,j=1,\cdots,m\}=\{[x]_A:x\in U\},X_i\neq X_j,(i\neq j)$$

$$U/\{d\}=\{Y_j,j=1,\cdots,p\}=\{[x]_d:x\in U\},Y_i\neq Y_j,(i\neq j)$$

收稿日期:2006-05-15;修回日期:2006-09-30
基金项目:铁道部科技研究开发计划(No.2005X002);北京交通大学基金(No.2003SZ003)

对于 $B \subseteq A$, $X \subseteq U$,我们定义 X 的上、下近似如下:

$$\underline{B}(X) = \{x : [x]_B \subseteq X\}$$

$$\overline{B}(X) = \{x : [x]_B \cap X \neq \varnothing\}$$

序偶 $(\underline{B}(X), \overline{B}(X))$ 称为 X 的 Rough 集, X 的边界区域定义为 $BN_B(X) = \overline{B}(X) - \underline{B}(X)$, $\underline{B}(X)$ 也称作 X 的正区域,记为 $POS_B(X)$. $x \in X$ 的隶属度定义为:

$$\mu_X^B = \frac{|[x]_B \cap X|}{|[x]_B|}$$

其中 $|\cdot|$ 表示集合的势.

在决策系统 $DS = (U, A \cup \{d\})$ 中, $POS_B(d)$ 被定义为

$$POS_B(d) = \bigcup_{Y_i \in U/\{d\}} POS_B(Y_i)$$

表示所有决策属性的等价类关于条件属性集 $B \subseteq A$ 的正区域的并. $\mu_d^B(x)$ 被定义为[1]

$$\mu_d^B(x) = (\mu_{Y_1}^B(x), \cdots, \mu_{Y_p}^B(x))$$

表示个体 $x \in U$ 对于所有决策属性的等价类的隶属度分布.

函数 $\partial_B : U \to P(V_d)$ ($P(V_d)$ 表示 V_d 的幂集), $B \subseteq A$ 定义如下:

$$\partial_B(x) = \{d(y) : y \in I_B(x)\}$$

∂_B 称为 DS 中的一般决策. 如果对所有的 $x \in U$ 都有 $|\partial_A(x)| = 1$,则 DS 是一致的,否则 DS 不一致.

2.2　信息熵

设 P, Q 在 U 上导出的划分分别为 X, Y ($X = \{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$, $Y = \{Y_1, Y_2, \cdots, Y_m\}$),则 X, Y 在 U 的子集组成的 σ 代数上的概率分布为[3,4,7~9]

$$[X : p] = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & \cdots & X_n \\ p(X_1) & p(X_2) & \cdots & p(X_n) \end{bmatrix}$$

$$[Y : p] = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 & \cdots & Y_m \\ p(Y_1) & p(Y_2) & \cdots & p(Y_m) \end{bmatrix}$$

其中 $p(Z) = |Z| / |U|$.

知识(属性集合) P 的熵 $H(P)$ ($U/IND(P) = \{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$)定义为 $H(P) = -\sum_{i=1}^{n} p(X_i)\log(p(X_i))$.

知识(属性集合) Q ($U/IND(Q) = \{Y_1, Y_2, \cdots, Y_m\}$)相对于知识(属性集合) P ($U/IND(P) = \{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$)的条件熵 $H(Q|P)$ 定义为

$$H(Q|P) = -\sum_{i=1}^{n} p(X_i) \sum_{j=1}^{m} p(Y_j|X_i)\log(p(Y_j|X_i))$$

其中, $p(Y_j|X_i) = |Y_j \cap X_i| / |X_i|$, $i = 1, 2, \cdots, n$; $j = 1, 2, \cdots, m$.

3　相对于个体的约简

数据约简是 Rough 集理论的一个重要应用,也是它赖以存在的基础. 相对于个体的约简主要是在代数意义下的约简,在信息论意义下还没有定义相对于个体的约简. Rough 集理论相对于个体的、现有的约简主要是相对约简. 除了相对约简外,我们定义了相对于个体的绝对约简. 这些相对于个体的约简的定义分别如下[1,6]:

$B \subseteq A$ 是信息系统 IS 相对于个体 $x \in U$ 的绝对约简 iff B 是满足条件 $[x]_B = [x]_A$ 的最小子集.

$B \subseteq A$ 是决策系统 DS 在代数意义下相对于个体 $x \in U$ 的一般相对约简 iff B 是满足条件 $I_B(x) \subseteq \underline{A}(I_d(x)) \Leftrightarrow I_A(x) \subseteq \underline{A}(I_d(x))$ 的最小子集.

$B \subseteq A$ 是决策系统 DS 中相对于个体 $x \in U$ 的可能约简 iff B 是满足条件 $I_B(x) \subseteq \overline{A}(I_d(x))$ (保持上近似)的最小子集.

$B \subseteq A$ 是决策系统 DS 中相对于个体 $x \in U$ 的近似约简 iff B 是满足条件 $\forall y \in I_B(x)\ \partial_B(y) = \partial_A(y) = \partial_A(x)$ 的最小子集.

$B \subseteq A$ 是决策系统 DS 中相对于个体 $x \in U$ 的一般决策约简 iff B 是满足条件 $\partial_B(x) = \partial_A(x)$ 的最小子集.

$B \subseteq A$ 是决策系统 DS 中相对于个体 $x \in U$ 的 μ 决策约简 iff B 是满足条件 $\mu_d^B(x) = \mu_d^A(x)$ 的最小子集.

$B \subseteq A$ 是决策系统 DS 中相对于个体 $x \in U$ 的 μ 约简 iff B 是满足条件 $\forall y \in I_B(x)\ \mu_{d(x)}^B(y) = \mu_{d(x)}^A(y) = \mu_{d(x)}^A(x)$ 的最小子集.

在一个决策系统和其相应的信息系统中,上面的约简在通常情况下不是唯一的,也就是说,对于每一种形式的约简都有可能存在若干个,所有这些约简的交就成为相应约简的核.

4　相对于个体的绝对约简和相对约简的比较

文献[1]中讨论了一些相对于个体的相对约简的性质,我们在此不再复述. 下面我们进一步讨论相对于个体的约简的一些性质.

定理 1　设 IS 是决策系统 $DS = (U, A \cup \{d\})$ 对应的信息系统, $B \subseteq A$ 是 IS 中相对于个体 $x \in U$ 的一个绝对约简,则

(1) B 包含一个相对于个体 $x \in U$ 的可能约简.

(2) B 包含一个相对于个体 $x \in U$ 的近似约简.

(3) B 包含一个相对于个体 $x \in U$ 的一般决策约简.

(4) B 包含一个相对于个体 $x \in U$ 的 μ 决策约简.

(5) B 包含一个相对于个体 $x \in U$ 的 μ 约简.

证明:因为 $B \subseteq A$ 是 IS 中相对于个体 $x \in U$ 的一个绝对约简,所以有 $[x]_B = [x]_A$,根据相对于个体 $x \in U$ 的可能约简、近似约简、一般决策约简、μ 决策约简和 μ 约简的定义立即得到上述结论.

定理 2　设 $B \subseteq A$ 是决策系统 $DS = (U, A \cup \{d\})$ 相对于个体 $x \in U$ 的一个一般相对约简,则当 $I_A(x) \subseteq \underline{A}(I_d(x))$ 时, B 中包含一个相对于个体 $x \in U$ 的可能约简.

证明:当 $I_A(x) \subseteq \underline{A}(I_d(x))$ 时,根据相对于个体 $x \in U$ 的一般相对约简的定义有 $I_B(x) \subseteq \underline{A}(I_d(x))$,从而 $I_B(x) \subseteq \overline{A}(I_d(x))$,根据相对于个体 $x \in U$ 的可能约简的定义有, B 中包含一个相对于个体 $x \in U$ 的可能约简.

定理 3　设 $B \subseteq A$ 是决策系统 $DS = (U, A \cup \{d\})$ 在代数意义下相对于个体 $x \in U$ 的一个一般相对约简,则当 $I_A(x) \subseteq \underline{A}(I_d(x))$ 时,等价于

(1) B 是相对于个体 $x \in U$ 的近似约简;

(2) B 是相对于个体 $x \in U$ 的一般决策约简;

(3) B 是相对于个体 $x \in U$ 的 μ 决策约简;

(4) B 是相对于个体 $x \in U$ 的 μ 约简.

证明:

(1)由 $I_A(x)\subseteq I_B(x)\subseteq \Delta(I_d(x))$得到 $\forall y\in I_B(x)\ \partial_B(y)=\partial_A(y)=\partial_A(x)$,根据定义,有 B 中包含一个相对于个体 $x\in U$ 的近似约简;反过来,若 $\forall y\in I_B(x)\ \partial_B(y)=\partial_A(y)=\partial_A(x)$,且 $I_A(x)\subseteq \Delta(I_d(x))$,则 $I_B(x)\subseteq \Delta(I_d(x))$,所以 B 包含相对于个体 $x\in U$ 的一个一般相对约简.

(2)由 $I_A(x)\subseteq I_B(x)\subseteq \Delta(I_d(x))$得到 $\partial_B(x)=\partial_A(x)$,根据定义,$B$ 中包含一个相对于个体 $x\in U$ 的一般决策约简.反过来,若 $\partial_B(x)=\partial_A(x)$且 $I_A(x)\subseteq \Delta(I_d(x))$,则有 $I_B(x)\subseteq \Delta(I_d(x))$,所以 B 包含相对于个体 $x\in U$ 的一个一般相对约简.

(3)由 $I_A(x)\subseteq I_B(x)\subseteq \Delta(I_d(x))$得到 $\mu_d^B(x)=\mu_d^A(x)$,根据定义,B 中包含一个相对于个体 $x\in U$ 的 μ-决策约简;反过来,由 $\mu_d^B(x)=\mu_d^A(x)$且 $I_A(x)\subseteq \Delta(I_d(x))$,则有 $I_B(x)\subseteq \Delta(I_d(x))$,所以 B 包含相对于个体 $x\in U$ 的一般相对约简.

(4)由 $I_A(x)\subseteq I_B(x)\subseteq \Delta(I_d(x))$得到 $\forall y\in I_B(x)\ \mu_{d(x)}^B(y)=\mu_{d(x)}^A(y)=\mu_{d(x)}^A(x)$,根据定义,$B$ 中包含一个相对于个体 $x\in U$ 的 μ-约简;反过来,若 $\forall y\in I_B(x)\ \mu_{d(x)}^B(y)=\mu_{d(x)}^A(y)=\mu_{d(x)}^A(x)$且 $I_A(x)\subseteq \Delta(I_d(x))$,则有 $I_B(x)\subseteq \Delta(I_d(x))$,所以 B 包含相对于个体 $x\in U$ 的一个一般相对约简.

注:在定理 3 的证明过程中我们都省略了最小子集这个条件,主要是因为所有形式的约简都有最小子集这个条件,当某两种形式的约简除了最小子集外,其它条件是等价的,那么,加上最小子集这个条件后也是等价的.下面定理 5 的证明也有类似的问题,请读者在阅读时候注意这一点.

根据定理 1、定理 2 和定理 3 我们可以得到在一个决策系统及其相应的信息系统中对于满足条件 $I_A(x)\subseteq \Delta(I_d(x))$的个体 $x\in U$,关于它的各种约简之间存在着下面的超集子集关系:

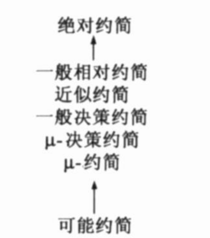

图 1 满足条件 $I_A(x)\subset \Delta(I_d(x))$的个体 $x\in U$ 的各种约简之间的超集子集关

在一个不一致的信息系统中,并不是对于每个个体 $x\in U$ 都有 $I_A(x)\subseteq \Delta(I_d(x))$,在不满足条件 $I_A(x)\subseteq \Delta(I_d(x))$时,我们不考虑相对于个体 $x\in U$ 的一般相对约简,因为此时相对于个体 $x\in U$ 的一般相对约简等于 $\varnothing$,也就是说,所有的条件属性都可以约去.除此之外,在不一致的决策系统中对于每个个体 $x\in U$ 都具有这些形式的约简.根据文献[1]中的相关属性和上述定理,我们得到在一般情况下相对于个体的约简之间具有下面的超集子集关系:

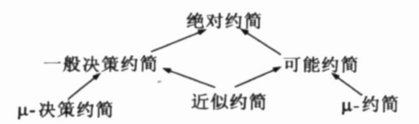

图 2 相对于个体的约简类型之间的超集子集关系

5 一般意义下的绝对约简和相对约简的比较

在代数观点下,一般意义下的相对约简和绝对约简,只是在前面的相对于个体的相对约简和绝对约简的定义基础上,在个体前面加上一个全称量词即可,所以我们不再叙述.在信息论意义下相对约简的定义如下[3,4,7~9]:

$B\subseteq A$ 是决策系统 DS 在信息论意义下的相对约简 iff B 是满足条件 $H(d|B)=H(d|A)$的最小子集.

下面我们讨论在决策系统中一般意义下的绝对约简和相对约简之间的关系.

定理 4 设 IS 是决策系统 $DS=(U,A\cup\{d\})$对应的信息系统,$B\subseteq A$ 是 IS 的一个绝对约简,则

(1) B 包含一个代数意义下的一个一般相对约简.

(2) B 包含一个信息论意义下的一个相对约简.

(3) B 包含一个可能约简.

(4) B 包含一个近似约简.

(5) B 包含一个一般决策约简.

(6) B 包含一个 μ-决策约简.

(7) B 包含一个 μ-约简.

证明:由题设知,$IND(B)=IND(A)$,也就是说,$U/B=U/A$,根据各自约简的定义上述结论都成立.

由定理 4 知,绝对约简蕴涵着所有其它形式的约简,所以绝对约简是一种不丢失任何分类信息的约简,我们可以将绝对约简作为数据预处理的一部分.

定理 5 设 $DS=(U,A\cup\{d\})$是一个决策系统,则 $B\subseteq A$ 是信息论意义下的相对约简 $\Leftrightarrow B\subseteq A$ 是 μ-决策约简.

在证明这个定理之前,我们先来看一个引理[9]:

引理 1 设论域为 U,等价关系 A_1 在 U 上的划分为 $U/A_1=\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$,而 $U/A_2=\{X_1,\cdots,X_{i-1},X_{i+1},\cdots,X_{j-1},X_{j+1},\cdots,X_n,X_i\cup X_j\}$是将划分 U/A_1 中的某两个等价块 X_i 与 X_j 合并为 $X_i\cup X_j$ 得到的新划分,$U/\{d\}=\{Y_1,Y_2,\cdots,Y_m\}$也是 U 上的一个划分,则 $H(d|A_2)\geq(H(d|A_1)$.

文献[9]在证明这个引理的过程中得到一个中间结论:只有在对于任意 $k(k=1,\cdots,m)$都有$|X_i\cap Y_k|/|X_i|=|X_j\cap Y_k|/|X_j|$的情况下,$H(d|A_2)=H(d|A_1)$,在其他任何情况下均有 $H(d|A_2)>H(d|A_1)$.

应用上面引理和中间结论,我们来证明定理 5.

证明:⇒:先证:$H(d|B)=H(d|A)\Rightarrow\forall x\in U\ \mu_d^B(x)=\mu_d^A(x)$

设 $U/A=\{X_1,\cdots,X_n\}$,$U/B=\{X'_1,\cdots,X'_p\}$,$U/d=\{Y_1,\cdots,Y_m\}$.因为 $B\subseteq A$,所以 U/B 中的块要么是 U/A 中的块要么是 U/A 中的某些块的并.

(1)若 U/B 中的块完全等于 U/A 中的块,则结论显然成立.

(2)若 U/B 中只有一块是 U/A 中某两块的并,假设 $X'_q=X_i\cup X_j$,因为 $H(d|B)=H(d|A)$,根据引理 1 的中间结论可知:对于任意 $k(k=1,\cdots,m)$都有$|X_i\cap Y_k|/|X_i|=|X_j\cap$

$|Y_k|/|X_j|$. 又因为 $X_i \cap X_j = \varnothing$,所以有 $|X_i \cap Y_k|/|X_i| = |X_j \cap Y_k|/|X_j| = |(X_i \cup X_j) \cap Y_k|/|X_i \cup X_j| = |X'_q \cap Y_k|/|X'_q|$,从而 $\forall x \in U\ \mu_d^B(x) = \mu_d^A(x)$.

(3) 若 U/B 的多于 1 块是 U/A 中块的并或者某 U/B 些块是 U/A 中多于两块的并,则可以将它们看成多次的两块合并,重复(2)的过程,所以 $\forall x \in U\ \mu_d^B(x) = \mu_d^A(x)$.

综上所述,$H(d|B) = H(d|A) \Rightarrow \forall x \in U\ \mu_d^B(x) = \mu_d^A(x)$.

$\Leftarrow$:再证:$\forall x \in U\ \mu_d^B(x) = \mu_d^A(x) \Rightarrow H(d|B) = H(d|A)$.

设 $U/A = \{X_1, \cdots, X_n\}$, $U/B = \{X'_1, \cdots, X'_p\}$, $U/d = \{Y_1, \cdots, Y_m\}$. 因为对于任意的 $x \in U$ 有 $\mu_d^B(x) = \mu_d^A(x)$,从而对于任意的 $x \in X_i \in U/A \wedge x \in X'_j \in U/B$、任意 $k(k = 1, \cdots, m)$ 有 $|X_i \cap Y_k|/|X_i| = |X'_j \cap Y_k|/|X'_j|$,因此有 $p(Y_k|X_i) = p(Y_k|X'_j)$. 又因为 U/B 中的块要么等于 U/A 的块要么是 U/A 中块的并,所以 $\Delta H = H(d|B) - H(d|A) = \sum_{i=1}^{n} p(X_i) \sum_{k=1}^{m} p(Y_k|X_i)\log(p(Y_k|X_i)) - \sum_{j=1}^{p} p(X'_j) \sum_{k=1}^{m} p(Y_k|X'_j)\log(p(Y_k|X'_j)) = 0$,故 $\forall x \in U \mu_d^B(x) = \mu_d^A(x) \Rightarrow H(d|B) = H(d|A)$.

由此我们得到 $H(d|B) = H(d|A) \Leftrightarrow \forall x \in U \mu_d^B(x) = \forall \mu_d^A(x)$,从而我们有:$B \subseteq A$ 是信息论意义下的相对约简 $\Leftrightarrow B \subseteq A$ 是 μ-决策约简.

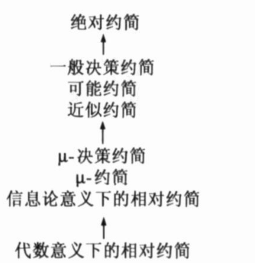

图 3 一般情况下决策系统中各种约简之间的超集子集关系

根据文献[1,3,4,9]中相关的结论和我们上述的定理,我们有,在不一致决策系统和其相应的信息系统中,各种约简之间的超集子集关系如 3 图所示.

6 结论

本文在相关文献的基础上进一步讨论了不一致决策系统中各种关于个体的约简之间的关系和一般意义下各种约简之间的关系,定义了关于个体的绝对约简的概念,证明了信息论意义下的约简等价于一般意义下的 μ-决策约简和 μ-约简. 我们将进一步研究在可变精度情况下各种约简形式之间的关系.

参考文献:

[1] Kryszkiewicz M. Comparative studies of alternative type of knowledge reduction in inconsistent systems[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2001, 16(1): 105 - 120.

[2] Pawlak Z. Rough sets-Theoretical Aspect of Reasoning about Data[M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. 1991.

[3] Wang G Y. Rough reduction in algebra view and information view[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2003, 18(6): 679 - 688.

[4] Wang G Y, Zhao J, et al. Theoretical study on attribute reduction of rough set theory: in algebra view and information view[A]. Third International Conference on Cognitive Informatics (ICCI2004)[C]. Canada, 2004. 148 - 155.

[5] Inuiguchi M. Structure-based approaches to attribute reduction in variable pricision rough set models[A]. IEEE International Conference on Granular Computing 2005 (IEEE Grc2005)[C]. Beijing, 2005. 34 - 39.

[6] 张文修,米据生,吴伟志. 不协调目标信息系统的知识约简[J]. 计算机学报. 2003, 26(1): 12 - 18.
Zhang Wen-xiu, Mi Ju-sheng, Wu Wei-zhi. Knowledge reductions in inconsistent information systems[J]. Chinese Journal of Computers. 2003, 26(1): 12 - 18. (in Chinese)

[7] 王国胤. 决策表核属性的计算方法[J]. 计算机学报, 2003, 26(5): 611 - 615.
Wang Guo-yin. Calculation methods for core attributes of decision table[J]. Chinese Journal of Computers, 2003, 26(5): 611 - 615. (in Chinese)

[8] 王国胤. 不相容决策信息系统属性核的研究[J]. 上海交通大学学报, 2004, 38(12): 2094 - 2098.
Wang Guo-yin. Attribute core of inconsistent decision information systems[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2004, 38(12): 2094 - 2098. (in Chinese)

[9] 王国胤. Rough 集理论与知识获取[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2001.
Wang Guo-yin. Rough Set Theory and Knowledge Acquisition[M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2001. (in Chinese)

[10] 刘清. Rough 集及 Rough 推理[M]. 北京: 科学出版社, 2001.
Liu Qing. Rough Set and Rough Reasoning[M]. Beijing: Science Press. 2001. (in Chinese)

作者简介:

邓大勇 男,1968 年 5 月出生于江西新干,现为北京交通大学计算智能研究所博士研究生,主要研究方向为:粗糙集、数据挖掘.
E-mail: dayongd@163.com

黄厚宽 男,1940 年生于四川遂宁,教授,博士生导师,主要研究方向为:人工智能、知识工程、KDD.

李向军 男,1972 年 1 月生于江西萍乡,现为北京交通大学计算智能研究所博士研究生,主要研究方向为:数据挖掘、Agent 技术.