

# 应用 NURBS-UTD 方法分析受扰方向图

王 楠,袁浩波,梁昌洪

(西安电子科技大学天线与微波技术国家重点实验室,西安陕西 710071)

**摘 要:** 本文研究基于任意曲面建模的 UTD 方法,引入 NURBS 曲面建模技术对电大尺寸目标建模,给出了 NURBS-UTD 方法中反射射线场以及表面绕射射线场的数值求解方法.与曲面有关的具体参数,根据微分几何的基本原理结合参数曲面定义使用各种数值方法进行处理,对线积分使用定义展开.针对实际当中任意几何造型的电大尺寸平台的电磁特性分析,本文方法不仅能够处理初等解析曲面,也能够处理任意弯曲的曲面模型,并且不需要消耗大量计算资源又提高了建模精度,文中给出实例进行说明.

**关键词:** NURBS; UTD; 射线场; 方向图

**中图分类号:** TN011; TN821 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2010) 06-1323-05

## Analysis of Disturbed Pattern Through NURBS-UTD Method

WANG Nan, YUAN Hao-bo, LIANG Chang-hong

(National Key Laboratory of Antennas and Microwave Technology, Xidian Univ, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

**Abstract:** The UTD method applied to arbitrary surfaces is studied in this paper where the NURBS technique is introduced to construct electrically large targets and on the basis of the ray-tracing work done before, the calculation of ray fields including reflected ray field and creeping ray field are given. Combining the definition of NURBS with basic principles of differential geometry, parameters used in formulas are solved by numerical means while the line integral is expended by definition. Aiming at analyzing electrically large targets with arbitrary shapes, method presented, which doesn't need much calculation resources and possesses higher precision, can be applied not only to typical analytical objects but also to arbitrary surfaces and examples of application are given.

**Key words:** non-uniform rational Bezier spline(NURBS); UTD; ray fields; pattern

### 1 引言

一致性几何绕射理论方法(UTD)是研究电大尺寸目标高频电磁特性的一种重要方法,它最主要的优点是:UTD 方法中的射线寻迹是纯粹的几何问题与频率无关,频率变化之后不需要重新建模,因此可以在更高的频率上得到其它方法无法得到的结果;UTD 方法适用于类似飞机、船舶等超大尺寸的目标结构;与 MoM 等方法相比 UTD 方法不需要存储大型的矩阵,计算消耗相对较低.在建模方面,近年来非均匀有理 B 样条(NURBS)技术的为电磁计算带来了另外一种可以使用的精确建模的方法,它可以使用较少的面片更准确的描述目标模型.

这种建模方式在计算电磁学的各种算法中都得到了一定的重视,国内外许多学者都在基于 NURBS 建模的电磁计算领域进行研究<sup>[1,2]</sup>,笔者课题组在 PO 及其混和方法方面都有研究<sup>[3,4]</sup>,本文研究的就是基于 NURBS 曲面建模的 UTD 方法(NURBS-UTD),它不仅继承了以

往 UTD 方法在电大尺寸平台上的使用高效同时还可以对任意弯曲的模型结构进行操作,具有较高的实用价值.



图1 NURBS曲面建模

本文在前期射线寻迹工作的基础上<sup>[5~7]</sup>,具体给出了 NURBS-UTD 方法的射线场的数值求解.与曲面有关的具体参数,根据微分几何的基本原理结合 NURBS 曲面定义使用各种数值方法进行处理,对线积分使用定义展开.针对实际当中任意几何造型的电大尺寸平台的电磁特性分析,本文的方法不仅能够处理初等解析曲面,而且能够处理任意弯曲的电大尺寸曲面模型.

### 2 NURBS 曲面

作为参数曲面的一种,NURBS 曲面的数学表达式如下<sup>[8]</sup>:

$$\mathbf{r}(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m \alpha_{ij} \mathbf{P}_{ij} N_p^i(u) N_q^j(v)}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m \alpha_{ij} N_p^i(u) N_q^j(v)} \rightarrow \begin{cases} u \in [0, 1] \\ v \in [0, 1] \end{cases} \quad (1)$$

其中  $\mathbf{P}_{ij}$  称为 NURBS 曲面的控制点,  $\alpha_{ij}$  是对应的权重.  $N_p^i(t)$  是规范化的  $p$  阶 B 样条基函数.

一般来说,在设计算法的过程中需要将 NURBS 曲面转换为贝齐尔形式的曲面片,之所以要进行这样一种转化是因为在确定 NURBS 表达式的导数时缺少一种简单稳定的数值算法. NURBS 曲面可以很容易的转化为贝齐尔曲面片,使用的是 Cox-De Boor 算法<sup>[9]</sup>,贝齐尔曲面相应的定义如下:

$$\mathbf{r}(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m \alpha_{ij} \mathbf{P}_{ij} B_n^i(u) B_m^j(v)}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m \alpha_{ij} B_n^i(u) B_m^j(v)} \rightarrow \begin{cases} u \in [0, 1] \\ v \in [0, 1] \end{cases} \quad (2)$$

其中  $\mathbf{P}_{ij}$  是贝齐尔曲面的控制点,  $\alpha_{ij}$  是对应的权重.  $B_n^i(t)$  是  $n$  阶伯恩斯坦基函数.

### 3 射线场

#### 3.1 反射射线场

当源点与场点之间存在反射射线时就需要考虑反射场对总场的贡献,反射场  $\mathbf{E}^r(\mathbf{r})$  可表示为<sup>[10]</sup>

$$\mathbf{E}^r(\mathbf{r}) = \mathbf{E}^i(\mathbf{Z}_r) \cdot \bar{R} \sqrt{\left(\frac{\rho_1^r}{\rho_1^i + s^r}\right) \left(\frac{\rho_2^r}{\rho_2^i + s^r}\right)} e^{-jks^r} \quad (3)$$

式中  $\mathbf{Z}_r$  为反射点,  $\mathbf{r}$  为场点,  $\mathbf{E}^i(\mathbf{Z}_r)$  表示反射点处的初始射线场,  $\bar{R}$  是并矢反射系数,

$$\bar{R} = \hat{\mathbf{e}}_{//}^i \hat{\mathbf{e}}_{//}^r R_h + \hat{\mathbf{e}}_{\perp}^i \hat{\mathbf{e}}_{\perp}^r R_v \quad (4)$$

其中  $\hat{\mathbf{e}}_{//}^i$  为入射面内的单位矢量,  $\hat{\mathbf{e}}_{//}^r$  为位于入射面内并与反射射线方向垂直的单位矢量,  $\hat{\mathbf{e}}_{\perp}^i$  为与入射面垂直的单位矢量

$R_{s,h} =$

$$-\left[ \sqrt{\frac{-4}{\xi^L}} e^{-j(\xi^L)^3/12} \cdot \left\{ \frac{e^{-j(\pi/4)}}{2\sqrt{\pi\xi^L}} [1 - F(X^L)] + \bar{P}_{s,h}(\xi^L) \right\} \right] \quad (5)$$

其中  $F(X^L)$  表示福克函数,  $\bar{P}_{s,h}(\xi^L)$  表示皮克里斯·卡略特函数

$$X^L = k \frac{s^i s^r}{s^i + s^r} 2(\cos\theta^i)^2, \quad (6)$$

$$\xi^L = -2M(\mathbf{Z}_r) \cos\theta^i,$$

$$M(\mathbf{Z}_r) = \left[ \frac{k\rho_g(\mathbf{Z}_r)}{2} \right]^{1/3}$$

式(3)~(6)中,  $s^i$  是入射射线的长度,  $s^r$  是反射射线的

长度,  $\rho_g(\mathbf{Z}_r)$  是入射面与曲面的交线在反射点处的曲率半径,  $R_1, R_2$  为曲面在反射点  $\mathbf{Z}_r$  处的两个主曲率半径,  $\theta^i$  是入射角,  $\theta_1$  和  $\theta_2$  分别为  $s^i$  与曲面两个主方向的夹角,  $k$  为波数.

可以看到需要解决的参数都是反射点处的曲面几何参数,反射点在射线寻迹过程中已经得到,需要着重考虑的就是公式中用到的曲率半径,对于板、柱、锥建模的 UTD 方法来说,这些参数可以非常轻松的给出,而对于没有解析公式存在的任意曲面来说,不通过数值手段是没有办法解决的.

首先是曲面的主曲率半径,参数曲面的主曲率满足的方程如下:

$$(EG - F^2)k^2 - (EN + GL - 2FM)k + (LN - M^2) = 0 \quad (7)$$

其中  $E, F, G$  是曲面的第一基本形式,  $L, M, N$  是曲面的第二基本形式:

$$\mathbf{E} = \mathbf{r}_u \cdot \mathbf{r}_u, \quad \mathbf{F} = \mathbf{r}_u \cdot \mathbf{r}_v, \quad \mathbf{G} = \mathbf{r}_v \cdot \mathbf{r}_v, \quad (8)$$

$$\mathbf{L} = -\mathbf{r}_u \cdot \hat{\mathbf{n}}_u, \quad \mathbf{M} = -\mathbf{r}_u \cdot \hat{\mathbf{n}}_v, \quad \mathbf{N} = -\mathbf{r}_v \cdot \hat{\mathbf{n}}_v$$

求解方程(8)可以得到曲面上的两个主曲率  $k_1, k_2$  进一步得到曲率半径  $R_{1,2} = 1/k_{1,2}$ .

接下来分析反射点处的曲率半径  $\rho_g(\mathbf{Z}_r)$ , 它的具体意义是入射面与曲面的交线在反射点处的曲率半径并且根据微分几何有:

$$\rho_g(\mathbf{Z}_r) = 1/k_g(\mathbf{Z}_r), \quad k_g(\mathbf{Z}_r) = |\hat{\mathbf{t}}'(s)| \quad (9)$$

其中  $\hat{\mathbf{t}}'(s)$  是入射面与曲面交线在反射点处的单位切向导量的导数,对于这个微分本文采用一阶差分进行近似,处理方法如下:由寻迹得到的反射点参数以及 NURBS 表达式可以得到反射点处的单位切向矢量  $\hat{\mathbf{t}}(\mathbf{Z}_r)$ , 接下来沿反射点的切向方向在交线上找到一个近距离的点  $\mathbf{Z}_{next} = \mathbf{Z}_r + 0.001$ , 根据  $\mathbf{Z}_{next}$  的参数以及 NURBS 表达式得到  $\mathbf{Z}_{next}$  点处的单位切向矢量  $\hat{\mathbf{t}}(\mathbf{Z}_{next})$ , 得到

$$\hat{\mathbf{t}}'(s) = [\hat{\mathbf{t}}(\mathbf{Z}_r) - \hat{\mathbf{t}}(\mathbf{Z}_{next})] / |\mathbf{Z}_r - \mathbf{Z}_{next}| \quad (10)$$

#### 3.2 爬行波射线场的求解

爬行波射线场主要贡献于阴影区,考虑阴影边界后的 UTD 公式可表示为:

$$\mathbf{E}^d(\mathbf{R}_0) = \mathbf{E}^i(S_{d1}) \cdot \bar{T} \sqrt{\frac{\rho_2^d}{s^d(\rho_2^d + s^d)}} e^{-jks^d} \quad (11)$$

$$\bar{T} = T_1 \hat{\mathbf{b}}_1 \hat{\mathbf{b}}_2 + T_2 \hat{\mathbf{n}}_1 \hat{\mathbf{n}}_2 \quad (12)$$

$\mathbf{R}_0$  为场点,  $S_{d1}$  和  $S_{d2}$  分别为第一个绕射点第二个绕射点,  $\hat{\mathbf{n}}$  和  $\hat{\mathbf{b}}$  分别为法向矢和从法向矢.

$$T_{s,h} = -\left[ \sqrt{m(S_{d1})m(S_{d2})} \sqrt{\frac{2}{k}} \left\{ \frac{e^{-j(\pi/4)}}{2\xi^d \sqrt{\pi}} [1 - F(X^d)] \right. \right. \\ \left. \left. + \hat{P}_{s,h}(\xi^d) \right\} \sqrt{\frac{d\eta(S_{d1})}{d\eta(S_{d2})}} e^{-jks^d} \right] \quad (13)$$

其中

$$\sqrt{\frac{d\eta(S_{d1})}{d\eta(S_{d2})}} = \sqrt{\frac{s_0}{s_0 + t}}, \rho_2^d = s_0 + t, \quad t = \int_{s_{d1}}^{s_{d2}} ds \quad (14)$$

$F(X^d)$  表示福克函数,  $\bar{P}_{s,h}(\xi^d)$  表示皮克里斯卡略特函数

$$X^d = \frac{k(\xi^d)^2}{2m(S_{d1})m(S_{d2})} \cdot \frac{s_0 s^d}{s_0 + s^d}, \xi^d = \int_{s_{d1}}^{s_{d2}} \frac{m(s)}{\rho_g(s)} ds, \quad m(s) = \left[ \frac{k\rho_g(s)}{2} \right]^{1/3} \quad (15)$$

式(11)~(15)中,  $s_0$  是入射射线的长度,  $s^d$  是出射射线的长度,  $t$  是曲面上连接入射点和出射点之间的弧长(短程线),  $\rho_g(t')$  表示沿曲面绕射路径上任意点处的曲率半径,  $k$  为波数。

这里需要解决的参数则是表面绕射射线在曲面上的部分及其几何参数, 射线的这一部分也在射线寻迹中得到, 比较困难的仍然是曲率半径的求解。

主曲率半径与前面相同, 下面分析曲面测地线路径任意一点处的曲率半径  $\rho_g(s)$ , 根据微分几何有:

$$\rho_g(Z_r) = 1/k_g(Z_r), \quad k_g(Z_r) = |\hat{t}'(s)| \quad (16)$$

其中  $\hat{t}'(s)$  是测地线上某一点处的单位切向量的导数, 对于这个微分同样采用一阶差分进行近似, 处理方法如下: 由于在前期的爬行波射线寻迹结果中已经得到测地线上的一组离散点<sup>[9]</sup>, 这样可以写出

$$\hat{t}'(s) = \frac{[\hat{t}(s) - \hat{t}(s_{next})]}{|s - s_{next}|} \quad (17)$$

计算绕射场还需要计算两个积分, 首先对式(19)以及式(21)中的积分做如下处理:

$$t = \int_{s_{d1}}^{s_{d2}} ds = \int_{t_{d1}}^{t_{d2}} dt' \\ \xi = \int_{s_{d1}}^{s_{d2}} dt' \frac{m(t')}{\rho_g(t')} = \left[ \frac{k}{2} \right]^{1/3} \cdot \int_{s_{d1}}^{s_{d2}} \frac{1}{\rho_g(t')^{2/3}} dt' \\ = \left[ \frac{k}{2} \right]^{1/3} \cdot \int_{t_{d1}}^{t_{d2}} \frac{1}{\rho_g(t')^{2/3}} dt' \quad (18)$$

这样积分的求解简化为对于形如  $\int_{t_{d1}}^{t_{d2}} f(t') dt'$  的线积分求解, 考虑到前期射线寻迹中已经得到了整条测地线上的离散点, 结合 NURBS 相关定义可以得到积分路径上离散点的有用参数, 由于这些离散点足够密:

$$\int_{t_{d1}}^{t_{d2}} f(t') dt' = \sum_{t_n}^{t_{n-1}} f(t') dt' \quad (19)$$

其中  $t'$  是积分路径上的任意点,  $f(t')$  是该点的被积函数值。

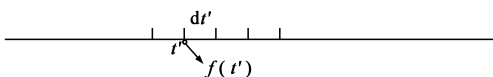


图2 积分的处理

### 4 受扰方向图的分析

**例 1** 如图 3 所示, 一个圆锥台曲面, 它的两个底面半径分别为 3.027、1.065, 高度为 14.56, 天线为处于(5.12, 0.0, 12.89)处的单极子天线, 频率 300MHz, 场点为高度 18.15, 极坐标下  $\rho = 32.52$ ,  $\varphi$  变化生成的空间点集, 计算结果与 MoM 方法的比较见图 3。

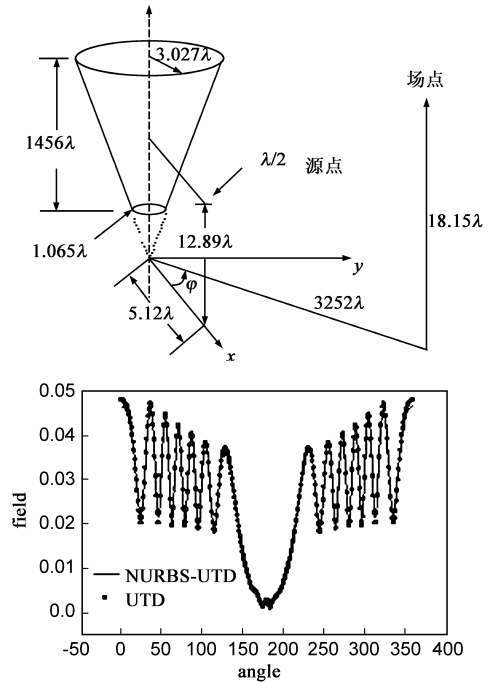


图3 圆锥台外天线的受扰方向图

可以看到, 本文研究的 NURBS-UTD 方法很好的继承了板、柱、锥建模 UTD 方法在处理电大尺寸问题上的计算优势. 由于引入了 NURBS 曲面建模技术, NURBS-UTD 方法可以应用到更加任意的模型平台。

**例 2** 给出一个飞行器模型如图 4 所示, 可以看到这个模型的电尺寸比较大, 一般的低频方法已经比较难以处理, 如果使用 MoM, 按照最低要求剖分大概就已经有几十万个未知量, 而在板、柱、锥建模的 UTD 方法中, 模型的头部一般使用锥或锥台而机翼使用平板逼近, 模型的精度不高。

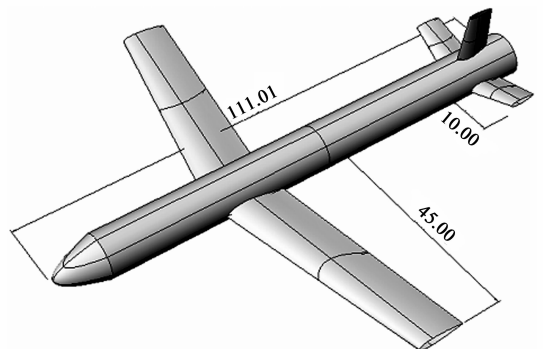


图4 飞行器模型

### ◆机头部分

首先我们取头部进行单独分析,如图 5 所示,从计算量的角度,如果使用 MoM 计算,按照最大边长  $0.2\lambda$  的最低要求剖分有 30018 个三角形,四万左右的未知量,这里使用并行的 MoM 方<sup>[11,12]</sup>加以解决;而使用 NURBS-UTD 方法则单机即可解决.从建模的角度,如果使用解析的 UTD 方法,那么只能使用锥台进行近似;而 NURBS-UTD 方法只要 2 个参数面片即可较好模拟.设置一个单极子天线,位于  $(-45, 0.0, 9.0)$  处,指向  $z$  轴正向,工作频率 300MHz,计算  $yo$ z 面方向图分别与解析的 UTD 方法以及 MoM 方法对比,见图 6.

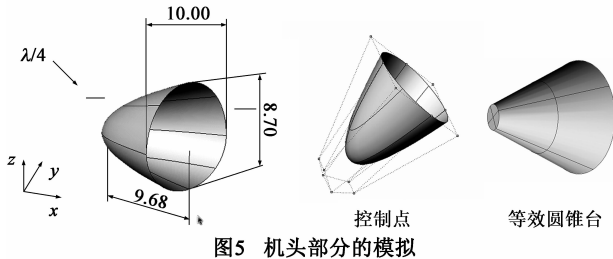


图5 机头部分的模拟

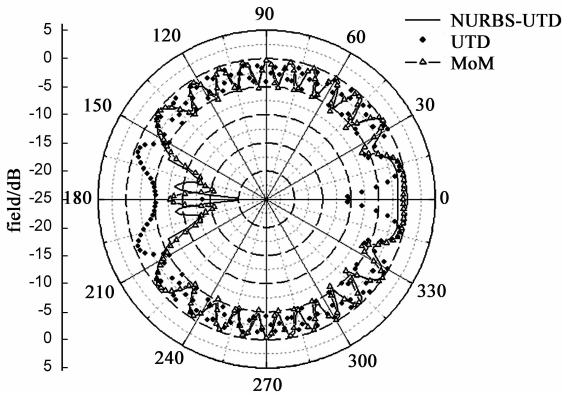


图6 机头天线的 $yo$ z面方向图

### ◆机身部分

整个机身由 16 个参数曲面组成,在  $(-45, 0.0, 9.0)$  处设置  $0.25\lambda$  的单极子天线,指向  $x$  轴负向,工作频率 300MHz,计算  $xo$ z 面方向图,此时即便使用并行的 MoM,消耗的计算资源和时间也比较巨大.

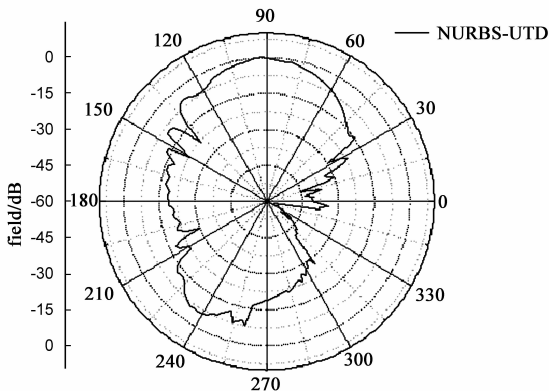


图7 整机天线的 $xo$ z面方向图

这里可以看到,本文研究的 NURBS-UTD 方法不需要耗费大量的计算资源,普通单 PC 机就可以简单高效的处理任意弯曲的电大尺寸模型,并且精度与板、柱、锥建模的 UTD 方法相比也有相当大的提高.

## 5 结束语

一致性几何绕射理论(UTD)方法是分析电大尺寸目标电磁特性的常用方法,将 NURBS 曲面建模技术引入到 UTD 方法中,可以有效的将 UTD 方法的应用范围扩展到任意形状的电大尺寸模型.众所周知,UTD 方法以射线为基础,而场值以及方向图的求解则是最终目的,本文在前期射线寻迹工作的基础上给出了场值的数值求解,主要考虑的是亮区的反射射线场以及暗区有较大贡献的表面绕射射线场,其中的具体参数使用微分几何的基本原理,结合 NURBS 曲面定义采用数值方法得到.本文的方法可以应用于任意曲面模型,给出的方向图实例说明了算法的有效性,最后给出的实例电尺寸相对比较大,如果使用一般的低频方法如矩量法则计算资源的要求就会变得非常高,而使用板、柱、锥模型的 UTD 方法则结果精度不高,可见本文方法在处理任意曲面电大尺寸目标方面的优势.

### 参考文献:

- [1] J Perez and M. F. Catedra, Application of physical optics to the RCS computation of bodies modeled with NURBS surfaces[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1994, 42 (10): 1404 - 1411.
- [2] CHEN Ming, ZHANG Yu, LIANG Changhong. Calculation of the field distribution near electrically large NURBS surfaces with physical optics method[J]. JEMWA, 2005, 19(11): 1511 - 1524.
- [3] 陈铭,王楠,梁昌洪.基于 NURBS 建模技术的迭代 MoM-PO 方法分析电大尺寸平台列线方向图[J].电子学报, 2007, 35(3): 392 - 395.  
CHEN Ming WANG Nan LIANG Chang-hong. Analysis of antenna around electrically large NURBS surface with iterative MoM-PO Method[J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(3): 392 - 395. (in Chinese)
- [4] Ming Chen, Yu Zhang, Xun-Wang Zhao, Chang-Hong Liang. Analysis of Antenna Around NURBS surface with hybrid MoM-PO technique[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2007, 55(2): 407 - 413.
- [5] 王楠,梁昌洪,张玉.源在曲面上的 NURBS 建模 UTD 方法的爬行波射线寻迹算法研究[J].电子学报, 2007, 35 (12): 2307 - 2311.  
Wang Nan, Liang Changhong, Zhang Yu. Study on the creeping ray-tracing algorithm of NURBS-UTD method with the source

- on surface[J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 2007, 35(12): 2307 - 2311. (in Chinese)
- [6] 王楠, 张玉, 梁昌洪. NURBS-UTD 方法的反射射线寻迹算法研究[J]. 电波科学学报, 2006, 21(6): 834 - 837.  
Wang Nan, Zhang Yu, Liang Chang-hong. Study on reflected ray tracing algorithm of NURBS-UTD[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2007, 21(6): 834 - 837. (in Chinese)
- [7] 王楠, 梁昌洪, 张玉, 陈铭. NURBS-UTD 方法的爬行波射线寻迹算法的研究[J]. 西安电子科技大学学报(自然科学版), 2007, 34(4): 600 - 604.  
Wang Nan, Liang Chang-hong, Zhang Yu, Chen ming. Study on the creeping ray-tracing algorithm of NURBS-UTD[J]. Journal of Xidian University, 2007, 34(4): 600 - 604. (in Chinese)
- [8] 施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理 B 样条 CAGD&NURBS[M]. 北京: 高等教育出版社, 2001.
- [9] Boehm W. Inserting new knots into B-spline curves[J]. Computer Aided Design, 1980, 12: 199 - 201.
- [10] P H Pathak, W D Burnside, R J Marhefka. A uniform GTD analysis of the diffraction of electromagnetic waves by a smooth convex surface[J]. IEEE Trans Antennas Propagat, Sept 1980, AP-28: 631 - 64.
- [11] 张玉, 苏涛, 翟会清, 梁昌洪. PC 集群系统中并行矩量法研究[J]. 电子学报, 2003, 31(9): 1368 - 1371.  
ZHANG Yu, SU Tao, ZHAI Hui-qing, LIANG Chang-hong. Study on applications of parallel MoM on PC clusters[J]. Acta Electronica Sinica, 2003, 31(9): 1368 - 1371. (in Chinese)
- [12] 张玉, 王楠, 梁昌洪. PC 集群 MPI 并行矩量法分析复杂平台多天线特性[J]. 电子学报, 2006, 34(3): 478 - 482.  
ZHANG Yu, WANG Nan, LIANG Chang-hong. Study of MPI based parallel MoM on PC clusters for multiple antennas mou-

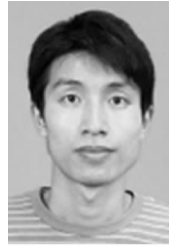
nted on complex platforms[J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(3): 478 - 482. (in Chinese)

#### 作者简介:



王楠 男, 1981 年 10 月出生于辽宁省凌源市, 2003 年于西安电子科技大学获工学学士学位, 同年免试推荐攻读硕士学位, 次年提前攻读博士并于 2007 年获得工学博士学位, 现为西安电子科技大学电子工程学院讲师. 主要从事电磁场数值计算、电磁兼容、电磁散射等方面的研究工作, 主持国家自然科学基金项目一项.

E-mail: wangnan@mail.xidian.edu.cn



袁浩波 男, 1980 年 9 月出生于湖北天门, 2003 年于西安电子科技大学获工学学士学位, 同年免试推荐攻读硕士学位, 次年提前攻读博士, 现为西安电子科技大学教师, 主要从事电磁场数值计算、电磁兼容、电磁散射等方面的研究工作. E-mail: useryuanhaobo@163.com



梁昌洪 男, 1943 年 12 月出生于上海. 现为西安电子科技大学教授, 博士生导师, IEEE 高级会员, 中国电子学会微波学会副主任委员, 中国电子学会会士, 1992 - 2002 年任西安电子科技大学校长, 2003 年荣获首届全国教学名师称号, 讲授的“微波技术基础”被评为首届“国家精品课程”, 长期从事微波和电磁领域的前沿研究, 研究方向包括计算场论、计算微波、微波网络理论、非线性

电磁学、电磁散射与逆散射、电磁兼容等方面.

E-mail: chhliang@xidian.edu.cn