

一种改进的快变信道展开模型

代光发, 陈少平

(中南民族大学电子信息工程学院, 湖北武汉 430074)

摘 要: 在高速移动正交频分复用系统(OFDM)中,信道的快速变化引起载波间干扰,降低系统性能,且使信道的准确估计变得更为困难.由于在接收端待估计的信道参数多于接收信号样点数,信道估计方程无确定解.为了解决这一问题,通常将快变信道展开为基函数叠加的近似表达形式,信道估计问题变成对展开系数的估计,待估计的参数大大减少.本文分析并比较了常用的基展开模型的特点,指出了它们的不足,并在此基础上提出一种改进的快变信道展开模型,该模型的核心思想是在过采样基础上通过基线补偿减小吉布斯效应的影响,从而减小展开误差.该模型性能与信道的统计性质无关,且在展开基的变化赶不上实际信道变化速度时,展开误差不会明显增大,优于 CE-BEM, GCE-BEM, KL-MEM 等模型,可用于高速移动 OFDM 系统的快变信道估计.

关键词: 展开模型; 吉布斯效应; 正交频分复用; 信道估计

中图分类号: TP393 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2010)07-1500-05

An Improved BEM for Fast Time-varying Channels

DAI Guang-fa, CHEN Shao-ping

(Department of Electronics and Information Engineering, South-Central University for Nationalities, Wuhan, Hubei 430074, China)

Abstract: In orthogonal frequency division modulation (OFDM), channel's variation introduces intercarrier interference, making the accurate estimation of time-varying channel more complicated. For the number of channel parameters to be estimated at the receiver is greater than that of the received signal, the equation of channel estimation has no definite solution. To solve this problem, Basis Expansion Models (BEM) are usually used to approximate the channel's variation. The problem of channel estimation is reduced to estimate the expansion coefficients, making the number of parameters to be estimated significantly reduced. The performance of widely used BEMs are analyzed. Based on oversampling and baseline tilting, an improved BEM is proposed to reduce the effects of Gibbs phenomenon and therefore increase the expansion accuracy. The performance of the proposed BEM is independent from the channel statistics and can be used for time-varying channel estimation in OFDM systems.

Key words: basis expansion model; Gibbs phenomenon; orthogonal frequency division modulation (OFDM); channel estimation

1 引言

由于正交频分复用(OFDM)具有抗频率选择性衰落能力,以及接收机结构简单的优点,该技术在无线和水声通信领域得到了广泛应用^[1~3].但在高速移动环境下,信道的快速变化会引起载波间干扰(ICI),造成系统性能下降^[1~4].为了解决这一问题,通常采用加窗和较为复杂的均衡处理,来减少或消除载波间干扰的影响^[4~6].而均衡器设计需要利用信道信息,因此,快变信道的准确估计是高速移动 OFDM 系统设计的基础.由于在接收端待估计的信道参数多于接收信号样点数,信道估计方程无确定解.为了解决这一问题,通常将快变信道展开为基函数叠加的近似表达形式,信道估计问题变成对展开系数的估计,待估计的参数大大减少.常用的

信道展开模型有复指数展开模型(CE-BEM)^[7]、多项式展开模型(P-BEM)^[5]和 KL-BEM 模型^[8].指数展开模型存在较为严重的吉布斯(Gibbs)效应,近似误差较大;多项式展开模型性能受信道变化速度影响较大;KL-BEM 模型性能与信道的统计特性有关.本文在分析了常用的基展开模型基础上提出一种新的快变信道展开模型,该模型的核心思想是在过采样基础上通过基线补偿减小吉布斯效应的影响,从而减小展开误差.理论分析与仿真结果表明,新模型更适合对快变信道展开.

2 快变信道与 OFDM 系统

考虑图 1 所示的 OFDM 系统.载波数为 N ,第 i 个传输数据矢量 $s^{(i)} = [s_{i,0}, s_{i,1}, \dots, s_{i,N-1}]^T$ 经付里叶逆变换(IDFT)转换成时域矢量 $u^{(i)} = [u_{i,0}, u_{i,1}, \dots, u_{i,N-1}]^T$.为了

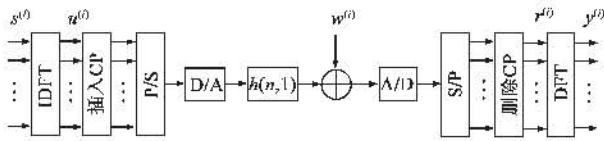


图1 OFDM系统模型

消除 OFDM 符号间干扰 (ISI) 的影响, 每个 OFDM 符号在发送到信道之前添加长度为 M ($M \geq L$, L 为信道阶数) 的循环前缀 (CP) 作保护。在接收端, 去除 CP 后第 i 个接收符号为:

$$r^{(i)} = H^{(i)} u^{(i)} + w^{(i)} \quad (1)$$

$$H^{(i)} = \begin{bmatrix} h^{(i)}(0,0) & 0 & \cdots & 0 & h^{(i)}(0,L) & h^{(i)}(0,L-1) & \cdots & h^{(i)}(0,1) \\ h^{(i)}(1,1) & h^{(i)}(1,0) & 0 & \cdots & 0 & h^{(i)}(1,L-1) & \cdots & h^{(i)}(1,2) \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & \cdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & h^{(i)}(N-1,L) & h^{(i)}(N-1,L-1) & \cdots & h^{(i)}(N-1,0) \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中 $r^{(i)} = [r_{i,0}, r_{i,1}, \dots, r_{i,N-1}]^T$, $w^{(i)}$ 是信道中方差为 σ_w^2 加性高斯白噪声矢量; $H^{(i)}$ 是 $N \times N$ 的时域信道矩阵, 其元素定义为 $H^{(i)}(k, n) = h^{(i)}(k, (k-n)_N)$, $0 \leq k \leq N-1, 0 \leq n \leq N-1$, $h^{(i)}(k, l)$, $0 \leq l \leq L$, 是第 i 个符号内信道在时刻 k , 路径 l 的冲激响应值。对 $r^{(i)}$ 作傅里叶变换 (DFT), 得到和发送端对应的频域符号:

$$y^{(i)} = G^{(i)} s^{(i)} + n^{(i)} \quad (3)$$

其中 $G^{(i)} = F_N H^{(i)} F_N^H$, 为频域信道转移矩阵。这里 F_N 为傅里叶变换矩阵,

$$F_N = \begin{bmatrix} W_N^{00} & \cdots & W_N^{0(N-1)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ W_N^{(N-1)0} & \cdots & W_N^{(N-1)(N-1)} \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中:

$$W_N^{kl} = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-j2\pi \frac{kl}{N}} \quad (5)$$

在快变信道情形下 (信道参数在一个 OFDM 符号周期内有明显变化), $G^{(i)}$ 为非对角矩阵, 意味着子载波间存在载波间干扰 (ICI)。 $H^{(i)}$ 中有 $(L+1)N$ 个非零的参数需要估计。即使符号 $u^{(i)}$ 在接收端是已知的 (长度为 N 的训练序列), 也不能求解 $(L+1)N$ 个未知参数。为此, 需要把估计信道参数从 $(L+1)N$ 个减小到小于或等于 N , 采用的方法为基函数展开模型 (BEM) 近似。

3 快变信道的 BEM 展开模型

快变多径信道的冲激响应可以用基函数近似展开为:

$$h^{(i)}(n, l) \approx h'^{(i)}(n, l) = \sum_{q=0}^K a_q^{(i)}(l) f_q(n, l), \quad 0 \leq l \leq L, 0 \leq n \leq N \quad (6)$$

$f_q(n, l)$ 为展开基函数, $a_q^{(i)}(l)$ 是在 $0 \leq n \leq N$ 内保持不

变的系数, K 为展开的项数, 为了用尽可能少的系数展开, 一般 K 较小, 本文仿真分析时 K 分别取 2 和 4。为了简便起见, 下面将略去上标 i 。式 (6) 可写成矩阵形式:

$$h_l \approx h'_l = F_l a_l \quad (7)$$

其中: $h_l = [h(0, l), \dots, h(N-1, l)]^T$,

$$h'_l = [h'(0, l), \dots, h'(N-1, l)]^T,$$

$$a_l = [a_0(l), \dots, a_K(l)]^T,$$

$$F_l = [f_0^{(l)}, \dots, f_K^{(l)}],$$

$$f_q^{(l)} = [f_q(0, l), \dots, f_q(N-1, l)]^T.$$

当使用 $K+1 \leq N/(L+1)$ 个基函数来展开快变信道时, 需要估计的展开系数个数将小于或等于 N 。

每种基展开模型都有其基函数 F_l 。对复指数基展开模型 (CE-BEM), $f_q(n, l) = f_q(n) = e^{j2\pi(q-K/2)n/N}$ 。由于 CE-BEM 具有表达式简单、与信道统计特性无关的优点, 受到广泛关注, 但由于吉布斯效应的影响, 使其在信道首尾边缘展开误差较大。

为了评价不同 BEM 展开模型的性能, 定义均方展开误差 (MSE) 为:

$$\varepsilon_m = E \left\{ \sum_{l=0}^L \| h_l - h'_l \|^2 \right\} = E \left\{ \sum_{l=0}^L \| h_l - F_l a_l \|^2 \right\} \quad (8)$$

假设不同路径的信道 $\{h_l\}_{l=0}^L$ 是相互独立的, 由式 (8) 得到 a_l 的 MMSE 解为:

$$a_l = \arg \min_{a_l} E \left\{ \sum_{l=0}^L \| h_l - F_l a_l \|^2 \right\} = (F_l^H F_l)^{-1} F_l^H h_l \quad (9)$$

F_l 的列之间可能不 orthogonal, 导致 $F_l^H F_l$ 的条件数很大, 式 (9) 不适合数值计算^[10]。通过对 F_l 作 QR 分解 $F_l = Q_l R_l$, 得到: $h'_l = F_l a_l = Q_l R_l a_l = Q_l a_l$, 其中 $a_l = R_l a_l$, $Q_l^H Q_l = I_{K+1}$, 式 (9) 又可写成:

$$a_l = \arg \min_{a_l} E \left\{ \sum_{l=0}^L \| h_l - Q_l a_l \|^2 \right\} = (Q_l^H Q_l)^{-1} Q_l^H h_l = Q_l^H h_l \quad (10)$$

将 $h'_l = Q_l a_l = Q_l Q_l^H h_l$ 代入式 (8) 得到展开均方误差:

$$\varepsilon_m = \sum_{l=0}^L \text{tr} \{ (I_N - Q_l Q_l^H) R_l \} \quad (11)$$

其中 $R_l = E \{ h_l h_l^H \}$ 是信道的相关矩阵。由式 (9) 可以看出展开误差与信道统计特性 R_l 有关, 同时与展开函数集选择有关。如果不同路径的二阶统计特性不同, 应该选择不同的展开函数。为了讨论的方便, 已有的 BEM 模型都假设所有路径信道统计特性相同: $Q_l = Q$ 。理论上最优展开模型是 KL-BEM 模型, 它的展开基函数由信道统计自相关矩阵 R 的本征值分解得到, 展开基函数与信道特性完全匹配。但是高速移动环境下, 信道统计性质变化较快, 在一个 OFDM 符号时间内很难完成对信道

统计特性的精确估计.所以下文提出一个次优的 BEM,它与信道的统计特性无关,在信道参数如多谱勒(Doppler)频移与展开函数不完全匹配时,表现出比 KL-BEM 更好的性能.

4 改进模型

虽然 CE-BEM 具有基函数简单的特点,但其展开误差较大.其原因之一是频率的分辨率不够,另一原因是通常每个 OFDM 符号周期的信道首尾不连续: $h(0, l) \neq h(N-1, l)$,此时 Gibbs 效应将造成较大的展开误差(见图 2、图 3).

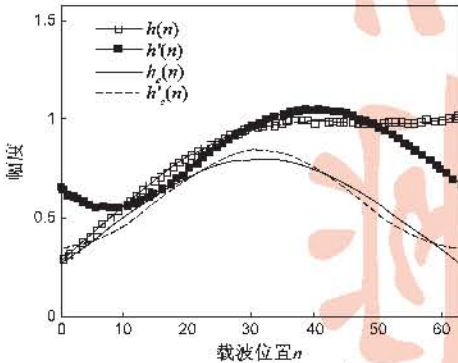


图2 基线补偿前后CE-BEM展开结果比较(K=2)

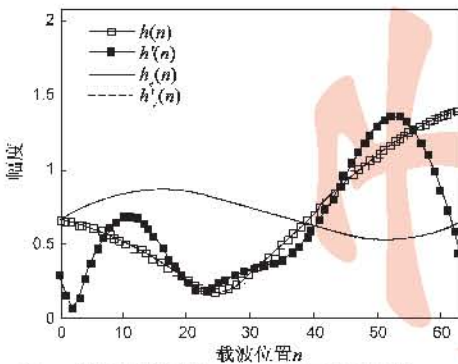


图3 基线补偿前后CE-BEM展开结果比较(K=4)

通过过采样技术可以增加频率分辨率,降低展开误差.即展开基定义为 $f_q(n) = e^{j2\pi(q-K/2)n/N/P}$, P 为大于 1 的正整数,展开式形式(6)式完全相同.此时称为通用复指数模型(GCE-BEM)^[9].但使用过采样技术并不能减小 Gibbs 效应的影响.为了减小信道首尾不连续的影响,改善信道与展开基函数在观察时间内(一个 OFDM 符号)的正交性,本文把 $h(n, l)$ 分解成两项:

$$h(n, l) = h_e(n, l) + \frac{h(N-1, l) - h(0, l)}{N-1} n \quad (12)$$

式(12)的第二项是一个由信道首尾两点确定的斜线, $h_e(n, l)$ 是信道 $h(n, l)$ 减去该斜线作基线补偿后的结果,满足首尾边界相等,即 $h_e(0, l) = h_e(N-1, l)$.由于 $h_e(n, l)$ 消除了信道边缘的不连续性,所以其 CE-BEM 展开误差会更小.

$$h_e(n, l) \approx h'_e(n, l) = \sum_{q=0}^K \alpha_q(l) e^{j2\pi(q-K/2)n/PN} \quad (13)$$

K 取 2、4,对信道作基线补偿前后分别展开的结果见图 2、图 3.其中, $h(n)$ 为首尾不相等的单路径快变信道取样,子载波总数 $N = 64$, $h'(n)$ 是 $h(n)$ 的 CE-BEM 展开近似. h_e 是作基线补偿后的信道,其 CE-BEM 近似为 $h'_e(n)$.由图可见,基线补偿后的 CE-BEM 展开误差 ($h_e(n, l)$ 与 $h'_e(n, l)$ 之差)明显比补偿前的展开误差 ($h(n, l)$ 与 $h'(n, l)$ 之差)要小,特别是在符号首尾,改善效果非常明显,基线补偿后展开误差相当小.

为了避免使用额外的参数用于表达斜线部分,用信道的展开值去近似首尾两个端点,即

$$\begin{aligned} h(N-1, l) &\approx h(N-1-B, l) \\ &= \sum_{q=0}^K \alpha_q(l) e^{-j2\pi(q-K/2)(N-1-B)/PN} \quad (14) \end{aligned}$$

$$h(0, l) \approx h(B, l) = \sum_{q=0}^K \alpha_q(l) e^{j2\pi(q-K/2)B/PN} \quad (15)$$

不会造成太大的误差,本文仿真时设置 $B = 6$,于是

$$\begin{aligned} \frac{h(N-1, l) - h(0, l)}{N-1} &\approx \frac{h(N-1-B, l) - h(B, l)}{N-1-2B} \\ &= \sum_{q=0}^K \alpha_q(l) A_q \quad (16) \end{aligned}$$

其中

$$A_q = \{ e^{j2\pi(q-K/2)(N-1)/PN} - e^{j2\pi(q-K/2)0/PN} \} / (N-1-2B).$$

将式(13)、(16)代入式(12),得到:

$$h(n, l) \approx h'(n, l) = \sum_{q=0}^K \alpha_q(l) \{ e^{j2\pi(q-K/2)n/PN} + A_q n \} \quad (17)$$

将式(17)写成矩阵的形式为:

$$h_l \approx h'_l = F_l \alpha_l \quad (18)$$

其中 $F = [f_0, f_1, \dots, f_K]$, $f_q = [e^{j2\pi(q-K/2)0/PN} + A_q \cdot 0, e^{j2\pi(q-K/2) \times 1/PN} + A_q \cdot 1, \dots, e^{j2\pi(q-K/2)(N-1)/PN} + A_q \cdot (N-1)]^T$, $0 \leq q \leq K$, $\{f_q\}$ 为新的展开基函数,但彼此不正交.为了利于数值实现,我们利用 QR 分解,即 $F_l = Q_l R_l$,得到正交基矩阵 Q_l .该 BEM 与信道统计特性无关,对信道的所有路径都使用相同的矩阵 $Q_l = Q$.

5 仿真结果与分析

下面用 Monte Carlo 仿真的方法比较了 CE-BEM, GCE-BEM 与改进模型的展开误差.使用具有符号抽样间隔的离散时间延迟线信道模型(TDL),功率谱为杰克谱,多径数为 4(其具体取值并不影响本文仿真结果)的瑞利信道,平均功率时延轮廓图满足指数分布 $\sigma_l^2 = \exp(-\frac{l}{3}) / \sum_{l=0}^3 \exp(-\frac{l}{3})$.归一化多谱勒频移定义为 $f_n = Nf_d/f_s$,其中 f_d 为信道的绝对多谱勒频移, f_s 为采样

频率, $N=64$ 为 OFDM 符号长度. GCE-BEM 的展开基函数 $P=2, K$ 分别取 2、4.

首先比较 OFDM 符号内不同载波位置 n 的展开误差, 并定义 OFDM 符号内展开误差随载波位置变化函数:

$$\varepsilon(n) = E \left\{ \sum_{l=0}^{L-1} |h(n, l) - \hat{h}'(n, l)|^2 \right\} \quad (19)$$

其中 $0 \leq n \leq N-1$ 为 OFDM 符号内的载波位置. $h(n, l)$ 为信道实际取样值. $\hat{h}'(n, l)$ 为信道展开估计值, 使用 CE/GCE-BEM 展开时, 由式(6)定义; 使用改进 BEM 展开时, 由式(18)定义. 式(19)的求期望在仿真中用取 200 次实现的平均完成, 仿真结果如图 4、图 5 所示. 因为实验结果显示 $\varepsilon(n)$ 关于 $n = N/2$ 偶对称, 所以这里只画出前半一半样点, 另一半可由对称性质推得.

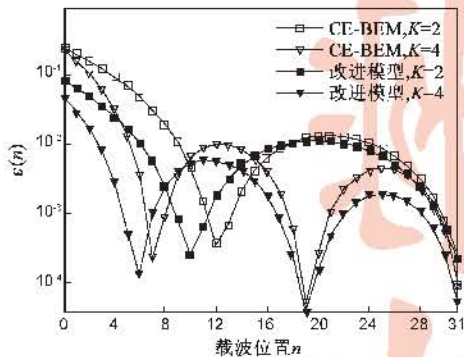


图4 CE-BEM($P=1$)与改进模型符号内展开误差比较

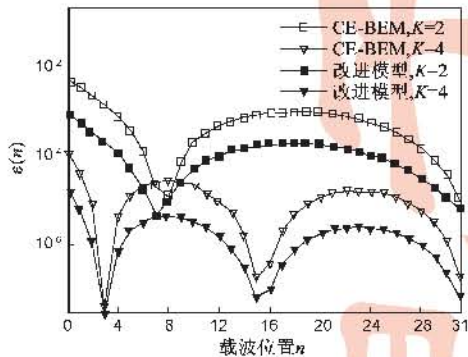


图5 GCE-BEM($P=2$)与改进模型符号内展开误差比较

由图 4、图 5 可以看出, 改进模型的展开误差在整个 OFDM 符号内的不同位置 n 都明显小于 CE-BEM, GCE-BEM, 特别是在符号首尾边界附近改善明显. 同时也可以看出, 随着 K 的增加, 这种改善的效果将是递减的, 因为当 K 充分大时, 所以展开模型的误差将都充分小. 实际应用时, K 要尽量小, 即用最少的参数达到同样的甚至更好的展开效果, 本文取 2 和 4.

由于高速移动环境下的信道统计性质不断变化, 在一个 OFDM 符号时间内很难完成对信道统计性质的准确估计. 由此造成展开基函数的参数与实际信道的参数不匹配, 从而导致展开误差劣于理论展开误差.

为了评价模型参数与实际信道参数不匹配造成的影响, 这里首先在 $f_n = 0.5$ 的条件下得到各种模型(CE-BEM, GCE-BEM, KL-BEM, 以及改进模型)的基函数, 并固定基函数不变. 然后改变实际信道的时变参数 f_n , 比较均方展开误差 ε_m 随 f_n 变化的关系, 经过 2000 次平均的仿真结果如图 6.

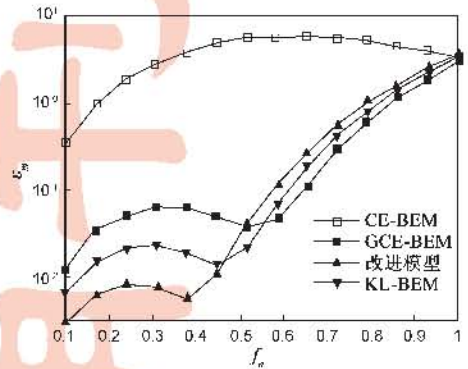


图6 不同模型的展开均方误差 ε 与 f_n 的关系($K=2$)

通过比较不同模型的展开误差曲线可以得出结论: (1) CE-BEM 展开误差最大, 即使当信道 f_n 减小时, 均方展开误差 ε_m 也不会明显减小, 这由其频率分辨率最差, 及吉布斯效应所导致; (2) 除 CE-BEM 外, 所有展开方法 ε_m 在 $f_n = 0.5$ 附近展开误差达到各自的极小值, 这是由于其展开基函数参数此时正好与信道 f_n 匹配; (3) GCE-BEM 展开误差小于 CE-BEM, 这是由其过采样带来的贡献; (4) KL-BEM 在 $f_n = 0.5$ 时, 性能优于 GCE-BEM, 这是由于其基函数从理论上比 GCE-BEM 更高效; 但 f_n 小于 0.5 之后, 其展开误差不能进一步减小, 这与 KL-BEM 要求基函数与实际信道参数匹配敏感有关; (5) 改进模型在信道 $f_n < 0.5$ (绝大多数应用满足此条件) 时, 具有最低的均方展开误差, 比 CE-BEM 优约 10dB, 比 KL-BEM 方法优约 5dB, 显示出对信道参数变化不敏感.

6 结论

本文通过对快变信道作基线补偿减小 OFDM 符号首尾的不连续性, 从而可以减小信道指数展开时由于 Gibbs 效应带来的误差. 并由此提出了改进模型, 构造了新的展开基函数. 理论分析与仿真结果表明: 新模型的展开误差比 CE-BEM, GCE-BEM, KL-BEM 低得多, 该模型性能与信道的统计特性无关, 且对展开基的参数与信道参数匹配程度不敏感, 适合用于快变信道估计.

参考文献:

- [1] W G Jeon, K H Chang, Y S Cho. An equalization technique for OFDM systems in time-variant multipath channels [J]. IEEE Trans. Commun., Jan. 1999, 47: 27-32.

- [2] Y Choi, P J Voltz, F A Cassara. On channel estimation and detection for multicarrier signals in fast and selective Rayleigh fading channels[J]. *IEEE Trans. Commun.*, 2001, 49: 1375 - 1387.
- [3] B Li, S Zhou, M Stojanovic, L Freitag, P Willett. Multicarrier communication over underwater acoustic channels with nonuniform Doppler shifts[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, April 2008, 33(2): 198 - 209.
- [4] L Rugini, P Banelli, G Leus. Low-complexity banded equalizers for OFDM systems in Doppler spread channels[J]. *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, Article ID 67404, 2006. 243 - 248.
- [5] S Tomasin, A Gorokhov, H Yang, J-P Linnartz. Iterative interference cancellation and channel estimation for mobile OFDM [J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2005, 4: 238 - 245.
- [6] S Chen, G Dai, W Rao. A low complexity MMSE equalizer for OFDM over time-varying channels[J]. *IEICE Trans. Communications*, 2008, E91 - B(1).
- [7] M K Tsatsanis, G B Giannakis. Modeling and equalization of rapidly fading channels[J]. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 1996, 10: 159 - 176.
- [8] M Visintin. Karhunen-Loeve expansion of a fast Rayleigh fading process[J]. *Electron. Lett.*, 1996, 32(18): 1712 - 1713.

- [9] T Cui, C Tellambura, Y Wu. Low-complexity pilot-aided channel estimation for OFDM systems over doubly-selective channels[A]. *IEEE International Conference on Communications, ICC*, vol. 3[C]. Seoul, Korea, May 2005. 1980 - 1984.
- [10] G H Golub, C F V Loan. *Matrix Computations*, 3rd ed. [M]. Baltimore, MD: The Johns Hopkins Univ. Press, 1996.

作者简介:



代光发 男, 1979 年生于湖北洪湖, 硕士, 中南民族大学电子信息工程学院讲师. 研究方向为无线衰落信道估计、均衡等.
E-mail: daiguangfa@gmail.com



陈少平 男, 1965 年生于湖北公安, 博士, 中南民族大学电子信息工程学院教授. 研究方向为通信理论与通信技术.
E-mail: spchen@scuec.edu.cn