

# 系统 RA 码的基于 WBF 策略的改进 BP 译码算法

刘星成, 叶远生

(中山大学电子与通信工程系, 广东广州 510275)

**摘 要:** 针对重复累积(RA)码译码算法(BP 算法和最小和算法)复杂度或纠错性能下降的问题, 将加权位翻转 WBF 的思想用于改进 BP 算法, 提出了基于 WBF 策略的改进 BP 译码算法. 在每次迭代译码中若未能译出合法码字, 则按一定规则进行位翻转操作, 以期获得合法码字. 仿真结果表明, 本算法能有效降低系统 RA 码的运算复杂度, 且能保持优异的译码性能.

**关键词:** 重复累积码; 置信译码算法; 运算复杂度; 比特差错率 (BER) 性能

**中图分类号:** TN911.22 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2010) 07-1541-06

## An Improved BP Decoding Algorithm Based on WBF Scheme for Systematic RA Codes

LIU Xing-cheng, YE Yuan-sheng

(Department of Electronic and Communications Engineering, Sun Yat-sen University, Guangzhou, Guangdong 510275, China)

**Abstract:** To mitigate the problems of high computation complexity and deteriorated error correction performance in decoding Repeat-Accumulate (RA) codes with Belief Propagation (BP) and Min-Sum algorithms, the idea of Weighted Bit-Flipping (WBF) is applied to improve the BP algorithm. The improved BP decoding algorithm based on the WBF scheme is proposed for systematic RA codes. If decoding is failure in each iteration, bit flipping measure is to be taken according to specific rules in order to obtain legitimate code words. Simulation results demonstrate that the proposed algorithm can decrease the computation complexity effectively for such RA codes while maintaining the excellent error-correction performance.

**Key words:** repeat-accumulate codes; BP decoding algorithm; computation complexity; bite error rate (BER) performance

### 1 引言

重复累积码 (Repeat-Accumulate, RA)<sup>[1]</sup> 的编译码复杂度与码长成线性关系, 译码算法主要有置信传播 (Belief-Propagation, BP) 算法和最小和算法 (min-sum)<sup>[2,3]</sup>. BP 译码算法在每次迭代中都要用到双曲正切函数及其反函数, 因此运算复杂度较高. 最小和算法<sup>[3]</sup> 用近似的方法替换掉 BP 算法中的双曲正切函数及其反函数运算, 尽管可以降低复杂度, 但同时也带来性能的恶化. 高宏峰等提出了归一化算法和偏移算法<sup>[4]</sup> 以改进该最小和算法, 取得了一定效果. 但由于这是在最小和算法的基础上进行的改进, 因此译码性能提高得有限. Liu 等人<sup>[5]</sup> 利用高斯分布来近似 LDPC 码的变量节点消息概率密度, 译码性能有所提高, 但是, 复杂度没有有效降低.

本文致力于研究减少 BP 算法的复杂度, 即通过加快迭代收敛的速度来减少 BP 算法中复杂运算的次数,

提出了基于 WBF 策略的改进 BP 译码算法. 其基本思想是: 把加权位翻转 WBF<sup>[6]</sup> 的思想运用于每一次迭代中, 如果 BP 迭代更新并进行硬判决之后没有得到合法码字, 则按照一定策略对硬判决结果翻转其中的一个或多个码位, 以期得到合法码字, 进而结束迭代.

基于 WBF 策略的改进 BP 译码算法不破坏 BP 迭代的基本结构, 而通过减少迭代次数来降低译码复杂度. 有效性分析表明, 在满足校验矩阵无完全相同的两列或多列的条件下, 本算法能以较高概率正确处理硬判决结果出现一个不合法码位的情况, 从而提前结束迭代. 复杂度分析表明, 经典 BP 算法单次迭代的运算复杂度与信息序列长度  $k$  成线性关系, 可表示为  $O(k)$ ; 而本文提出的算法附加在单次 BP 迭代之后的复杂度远低于经典 BP 算法单次迭代的运算复杂度. 仿真也表明, 本算法能有效降低系统 RA 码的运算复杂度, 且不会降低译码性能.

## 2 RA 码的基本原理

### 2.1 RA 码的编码结构和校验矩阵

RA 码的编码结构如图 1 所示<sup>[1-2]</sup>. 规则 RA 码重复器的重复次数是常数  $q$ . 组合器的作用是对其输入端的每  $a$  位进行模 2 和. 累加器的作用是进行 Z 型叠加.

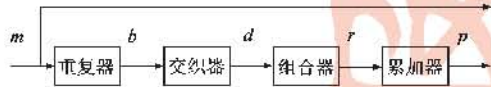


图1 RA码的编码结构

以图 1 中  $r$  为桥梁, 建立起  $m$  和  $p$  之间的关系, 就可以得到系统 RA 码的校验矩阵  $H$ . 它可以用两部分来表示<sup>[7,8]</sup>, 这与 LDPC 码是类似的<sup>[9-10]</sup>:  $H = [H_1 \ H_2]$ , 其中, 矩阵  $H_1$  对应于  $r$  和  $m$  的关系, 即

$$r_i = m_{q_1} \oplus m_{q_2} \oplus \dots \oplus m_{q_k} \quad (1)$$

$H_1$  是列重为  $q$ 、行重为  $a$  的  $kq/a \times k$  维矩阵, 矩阵的形式由交织器决定. 矩阵  $H_2$  对应于  $r$  和  $p$  的关系为:

$$r_i = \begin{cases} p_1 & , \quad i = 1 \\ p_i \oplus p_{i-1} & , \quad i = 2, \dots, kq/a \end{cases} \quad (2)$$

因此,  $H_2$  可以写成  $kq/a \times kq/a$  维矩阵形式:

$$H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & & 0 & 0 \\ & & & \ddots & & \\ 0 & 0 & 0 & & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

### 2.2 RA 码的 BP 译码算法

RA 码是 LDPC 码的子类, 可以用 Tanner 图来表示<sup>[2]</sup>. RA 码 Tanner 图上的节点可以分为变量节点 (variable nodes) 和校验节点 (check nodes). BP 算法通过在 Tanner 图上变量节点与校验节点之间进行双向信息传递来实现迭代更新. 在每一次 BP 迭代当中, 先对变量节点进行更新, 再对校验节点进行更新.

从变量节点  $v$  传向校验节点  $c$  的信息的更新可以用式(3)表示.

$$m(v \rightarrow c) = \sum_{c' \neq c} m(c' \rightarrow v) + m_0 \quad (3)$$

其中,  $c'$  表示  $v$  的除  $c$  以外的每一个相邻校验节点,  $m_0$  通过接收序列进行初始化.

从校验节点  $c$  传向变量节点  $v$  的信息的更新可以用式(4)表示.

$$m(c \rightarrow v) = 2 \tanh^{-1} \left[ \prod_{v' \neq v} \tanh \left( \frac{m(v' \rightarrow c)}{2} \right) \right] \quad (4)$$

其中,  $v'$  表示  $c$  的除  $v$  以外的每一个相邻变量节点.

### 2.3 RA 码的最小和算法及其改进算法

在 RA 码的 BP 译码算法中, 式(4)的运算复杂度较

高, 因此可以采用近似的方法来降低运算复杂度. 最小和算法就是一种近似方法. 用  $\text{sgn}(\cdot)$  表示符号函数, 则最小和算法把式(4)替换成:

$$m(c \rightarrow v) = \prod_{v' \neq c} \text{sgn}(m(v' \rightarrow c)) \min_{v' \neq c} (|m(v' \rightarrow c)|) \quad (5)$$

最小和算法使 RA 码的性能有所降低, 其根源在于式(5)中  $m(c \rightarrow v)$  的运算与 BP 算法的  $m(c \rightarrow v)$  相比有一定误差. 高宏峰等为除此误差, 提出了 RA 码最小和算法的改进算法: 归一化算法和偏移算法, 这些改进的算法比最小和算法在纠错性能上有一定程度的改善<sup>[4]</sup>.

## 3 基于 WBF 策略的改进 BP 算法

如何减少 BP 算法的复杂度, 加快迭代收敛的速度以减少 BP 算法中复杂运算的次数是有效的方法之一<sup>[10]</sup>. 其基本思想是: 在每一次 BP 迭代更新并进行硬判决之后, 若没有得到合法码字, 则按照一定策略对硬判决结果翻转其中的一个或多个码位, 以期得到合法码字, 结束迭代.

众所周知, 对于一个不被满足的校验方程 (简称错误校验方程), 若翻转参与这个校验方程的有奇数个码位, 那么这个校验方程将会成立; 而若翻转偶数个码位, 则这个校验方程仍将不被满足. 也就是说, 理想的情况下, 若想把一个不合法码字变成合法码字, 只需要根据各个校验方程的结果, 从参与到各个错误校验方程的码位中恰好选出一位进行翻转. 但这样“完美”的策略意味着庞大的开销, 同时也可能导致译成别的合法码字. 因此, 合理的策略是, 尽可能少翻转码位, 并尽可能使参与到每个错误校验方程的码位中只翻转一个.

本文提出的基于 WBF 策略的改进 BP 算法采用投票决定的方式, 即每个不被满足的校验方程可以投出一票给参与其中的最不可靠位, 并且只有得到所参与的全部校验方程投票的码位才能被翻转. 其中, 最不可靠位的判定条件依次是: 该码位所参与的错误校验方程占全部校验方程的比例、该码位在当次 BP 迭代更新后的置信值的绝对值. 参与错误校验方程占全部校验方程的比例最大者能得票. 当存在多个比例同为最大的码位时, 则选择置信值的绝对值最小者得票.

为表述简便, 这里定义第  $i$  个码位所参与的错误校验方程占全部校验方程的比例为  $e_i$ , 即  $e_i$  = 码位  $i$  所参与的错误校验方程数 ÷ 码位  $i$  所参与的全部校验方程数. 用  $B_i$  表示第  $i$  个码位在当次 BP 迭代后得到的置信值. 显然,  $e_i$  和  $B_i$  在每次 BP 迭代之后都可能改变. 于是, 最不可靠位的判定条件可简述为: 先挑选  $e_i$  最大的码位, 若出现多个  $e_i$  同为最大的码位, 则挑选其中  $|B_i|$

最小的码位.基于 WBF 策略的改进 BP 译码算法的译码步骤如表 1 所示.

表 1 RA 码改进 BP 译码算法的执行步骤

a. 初始化 $m_0$ 和 Tanner 图各条边的双向信息
b. 迭代:
变量节点更新:用式(3)对所有变量节点更新
校验节点更新:用式(4)对所有校验节点更新
硬判决得到 $x$ , 并计算校验和 $s = xH^T$
若 $s = 0$ , 则译码结束; 否则进行如下操作:
统计各个码位所参与的错误校验方程数, 并计算 $e_i$
每个错误的校验方程投出一票给最不可靠位
对得到所参与的全部校验方程投票的码位进行翻转
相应更新 $s$ . 若 $s = 0$ , 则转至 c 译码结束; 否则转至 b 开始下一次迭代, 直至达到最大迭代次数
c. 若得到满足 $s = 0$ 的 $x$ , 则 $x$ 就是译码结果, 否则译码失败

## 4 算法的有效性和复杂度分析

### 4.1 算法的有效性分析

由于基于 WBF 策略的改进 BP 算法相当于是在经典 BP 算法的每一次迭代之后利用 BP 迭代的信息附加一次翻转和判断, 若出现误翻转, 除非恰好误翻转为另一个合法码字, 否则不能通过校验矩阵的检验, 这就相当于做了无用功. 因此, 需要探讨基于 WBF 策略的改进 BP 算法正确翻转的效率.

由于  $|B_i|$  值在迭代过程中不断变化, 这里仅仅分析只凭借  $e_i$  值进行翻转判断所能达到的效果, 并定性地认为在考虑了各个  $|B_i|$  值后本算法判断翻转的准确性和适用范围会增加.

在讨论之前, 先简单分析系统 RA 码  $H$  矩阵 ( $= [H_1 \ H_2]$ ) 出现两列完全相同的概率. 由于 RA 码的  $q$  值一般大于 2, 所以下面不考虑  $q = 2$  的情形. 鉴于系统码  $H$  矩阵的后  $kq/a$  列的形式是固定的, 若  $H$  矩阵出现两列完全相同的情况, 则这两列应出现在前  $k$  列, 即  $H_1$  矩阵. 交织长度为  $kq$ , 可以看作是  $kq$  个位置. 某个信息位被重复了  $q$  次, 则占据了  $q$  个位置. 由于每  $a$  位进行模 2 和, 故另一个信息位若要与之前那个信息位参与完全相同的校验方程, 就最多只能占据  $(a-1)q$  个与之相邻的位置. 所以,  $H$  矩阵出现两列完全相同的概率小于  $(a-1)/(k-1)$ . 由于  $k$  值通常较大, 因此, 可以假定  $H$  矩阵没有两列或多列完全相同.

对任意的  $kq/a \times (k + kq/a)$  维规则系统 RA 码的  $H$  矩阵而言,  $H_1$  矩阵的列重为  $q$ ,  $H_2$  矩阵除最后一列外的列重为 2, 最后一列的列重为 1. 若硬判决结果只有一个不合法码位, 且出现在任何一个位置的概率均相同, 则可分为以下 3 种情况讨论.

1. 假如出现在前  $k$  位, 不失一般性, 设出现在  $x_1$ ,

则恰有  $x_1$  对应的  $q$  个校验方程不被满足. 若  $x_1$  没有参与相邻的校验方程, 则  $x_1$  能得到全票, 正确翻转. 若  $x_1$  参与了相邻的两个或多个校验方程, 则后面的第  $(k+1) \sim (k+kq/a)$  位中必有其它位与之竞争选票, 这时需要借助  $|B_i|$  值来判定选票归属.

2. 假如出现在第  $(k+1) \sim (k+kq/a-1)$  位, 不失一般性, 设出现在  $x_{k+1}$ , 则只有第 1、2 个校验方程不被满足,  $x_{k+1}$  才能得到全票、正确翻转.

3. 假如出现在最后一位, 则只有最后一个校验方程不被满足, 最后一位才能得全票, 正确翻转.

可见, 当只有一个不合法码位时, 若出现在硬判决结果的后  $kq/a$  位, 则本算法必能正确处理, 这种情况的概率是  $q/(q+a)$ . 若出现在硬判决结果的前  $k$  位, 且不合法码位没参与相邻的校验方程, 本算法也必能正确处理. 其它情况则需要借助于  $|B_i|$  值来判定翻转.

综上所述, 对任意的  $kq/a \times (k + kq/a)$  维规则系统 RA 码  $H$  矩阵而言, 本文提出的基于 WBF 策略的改进 BP 算法, 在  $H$  矩阵没有两列或多列完全相同的情况下, 即使不考虑各个  $|B_i|$  值, 已经能有很大概率正确处理硬判决结果出现一个不合法码位的情况. 若考虑各个  $|B_i|$  值, 本算法判断翻转的准确性和适用的范围必然会增加. 这是因为  $|B_i|$  值较小的码位通常出错的概率较高<sup>[4]</sup>, 考虑了  $|B_i|$  值就相当于多了一个有益于判断翻转的条件.

### 4.2 算法的复杂度分析

表 2 列出了单次迭代中经典 BP 算法各种运算的近似次数以及本文所提算法增加运算的近似次数. 其中,  $W_c$  表示校验矩阵的平均列重,  $W_r$  表示校验矩阵的平均行重,  $N_e$  表示平均错误校验方程数,  $N_f$  表示平均翻转码位数. 对于系统码, 除第一行的行重为  $a+1$  外, 其它各行的行重都为  $a+2$ , 因此  $W_r \approx a+2$ .  $N_e$  和  $N_f$  都是对所有实验进行统计所得到的量.  $N_e$  定义为特定信噪比下各次实验各次迭代的全部错误校验方程数的总和除以各次实验的迭代次数总和.  $N_f$  定义为特定信噪比下的各次实验各次迭代的全部翻转码位数的总和除以各次实验的迭代次数总和. 本文提出的改进 BP 算法采用了投票的策略,  $N_e$  相当于选票总数,  $N_f$  相当于得全票者数目, 故  $N_f < N_e$ .

在时间复杂度分析中, 假设加法消耗与减法相同, 乘法消耗与除法相同,  $\tanh$  函数的消耗与其反函数相同, 赋值操作的消耗忽略不计. 从表 2 可以看出, 对于系统 RA 码, 经典 BP 算法在单次迭代中的时间复杂度是  $O(k)$ . 考虑到这里  $k$  的值是较大的, 因此, 经典的 BP 算法复杂度较高.

表 2 单次迭代中各种运算的次数

经典 BP 算法	$k(q+3q/a)$ 次整数加减 $k(q+2q/a)$ 次整数乘除 $k(q^2+4q/a)$ 次实数加减 $k(4q+4q/a+qa)$ 次实数乘除 $k(4q+4q/a+qa)$ 次 $\tanh$ 与 $\tanh^{-1}$ 运算
基于 WBF 策略的改进 BP 算法增加的部分	统计各个码位所参与的错误校验方程数, 并计算 $e_i$ (扩大百倍取整): $N_e W_c$ 次整数加减, $2W_c$ 次整数乘除 每个错误的校验方程投票: $N_e$ 次整数加减 翻转得全票的码位, 更新校验和: $2N_f$ 次整数加减 合计: $[N_e(W_c+1) + 2N_f]$ 次整数加减 $2W_c$ (或 $2\alpha+4$ ) 次整数乘除

另一方面, 对于系统 RA 码而言, 本文提出的改进 BP 算法在单次迭代中所增加的各种运算的时间复杂度均与  $k$  无直接关系. 由于错误码元数相对于码元总数是很小的, 故可以认为  $N_e$  和  $N_f$  都很小. 而且, 由于 RA 码的  $H$  矩阵也是稀疏矩阵, 其平均行重  $W_r$  和平均列重  $W_c$  都比码长小得多. 故从表 2 可知, 改进 BP 算法所增加的运算次数  $[N_e(W_c+1) + 2N_f]$  和  $(2W_c)$  两项都远小于码长. 因此, 改进 BP 算法在单次迭代中所增加的时间复杂度远低于经典 BP 算法单次迭代的时间复杂度.

本结论在后面的仿真实验中也能得到充分验证. 比如, 重复次数  $q=3$ 、组合系数  $a=2$ 、码长  $n=100$  的系统 RA 码在 AWGN 信道仿真中, 当  $E_b/N_0=1.0\text{dB}$  时, 单次经典 BP 迭代仅实数乘法运算和双曲正切函数及其反函数运算就都要进行约 960 次, 而本文所提出的算法平均只需增加 3.98 次整数乘法和 17.8 次整数加法.

在存储空间方面, 表 3 列出了经典 BP 算法的空间消耗以及基于 WBF 策略的改进 BP 算法所增加的空间消耗. 对系统码而言, 码长  $n=kq/a+k$ . 考虑到记录实数所需要的存储空间相当于记录整数的数倍, 本算法所增加的存储空间并不多.

表 3 算法的空间复杂度

经典 BP 算法	$k(2q+4q/a+2)$ 个实数 $k(2q/a+1)$ 个整数
基于 WBF 策略的改进 BP 算法增加的部分	存储各码位参与的校验数和错误校验数分别为: $n$ 维整数矩阵, $n$ 维整数矩阵 存储各码位参与错误校验的比例 $e_i$ (扩大百倍取整): $n$ 维整数矩阵 存储各码位的得票数: $n$ 维整数矩阵 合计: $4kq/a$ 个整数

## 5 仿真实验结果与分析

### 5.1 仿真条件与假定

仿真实验采用了 2 组规则 RA 码, 每一组的编码结构相同, 仅码长不同, 每一组挑选了 2 种码长. 其中, 第一组是重复次数  $q=3$ 、组合系数  $a=2$ 、码长  $n=100\sim 1000$  的系统 RA 码, 第二组是  $q=4$ 、 $a=2$ 、 $n=90\sim 1200$  的系统 RA 码.

仿真采用 BPSK 调制, 考查了 AWGN 信道. 仿真中所用归一化信噪比  $E_b/N_0$  可表示为:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{A^2}{2R\sigma^2} \quad (6)$$

其中,  $E_b$  为单位比特的平均能量,  $N_0$  为噪声功率谱密度,  $A$  为传输信号的幅值,  $R$  为码率,  $\sigma^2$  为噪声方差. 仿真最大迭代次数设置为 100 次.

为简化仿真结果描述, 用  $R_{ID}$  表示平均迭代次数减少的比例, 即  $R_{ID} = (\text{经典 BP 算法的平均迭代次数} - \text{改进 BP 算法的平均迭代次数}) \div \text{经典 BP 算法的平均迭代次数}$ . 若用  $C_o$  表示经典 BP 算法单次迭代的运算量, 用  $C_a$  表示改进 BP 算法在单次迭代中增加的运算量, 则要证明改进 BP 算法带来运算量降低, 须满足如下关系:  $C_o > (1 - R_{ID})(C_o + C_a)$ . 经过简单变换, 可以得到  $R_{ID} > C_a / (C_o + C_a)$ . 因此,  $C_a / (C_o + C_a)$  相当于  $R_{ID}$  要满足的阈值, 并定义:  $R_{TH} = C_a / (C_o + C_a)$ . 当  $R_{ID}$  大于此阈值时能证明改进 BP 算法带来运算量降低. 后文将用  $R_{TH}$  来代表  $C_a / (C_o + C_a)$ .

假设所讨论的运算其资源消耗近似相同, 结合前面复杂度分析(表 2)可得  $C_o$  和  $C_a$  的近似表达式:

$$C_o \approx k(q^2 + 10q + 17q/a + 2qa) \quad (7)$$

$$C_a \approx N_e(W_c + 1) + 2N_f + 2W_c \quad (8)$$

众所周知, 实数运算的时间消耗不会低于相应的整数运算, 所以基于上述假定计算出来的  $R_{TH}$  其实是一个上界. 即, 当  $R_{ID} > R_{TH}$  时改进 BP 算法会带来运算量的降低, 反之则不然. 当  $R_{ID}$  超过阈值  $R_{TH}$  后,  $R_{ID}$  越大则带来运算量的降低也越大.

下面以第一组系统 RA 码( $q=3$ ,  $a=2$ )中码长  $n=100$  的码字为例来说明阈值  $R_{TH}$  的计算. 在 AWGN 信道仿真中,  $H$  矩阵的平均行重和平均列重分别为  $W_r = 3.98333$  和  $W_c = 2.39$ , 这两值也可以根据系统 RA 码  $H$  矩阵的特点计算得出, 在  $E_b/N_0 = 1.0\text{dB}$  处, 平均错误校验方程数  $N_e = 4.7659$ , 平均翻转码位数  $N_f = 0.841842$ . 利用式(7)和(8)可分别求出, 此时经典 BP 算法单次迭代的运算量  $C_o \approx 3060$ , 改进 BP 算法在单次迭代中增加的运算量  $C_a \approx 25.8067$ , 则  $R_{TH} = C_a / (C_o + C_a) \approx 0.836\%$ . 同理可以求得,  $E_b/N_0$  在  $[1.0 \ 3.0]$  区间内

其它  $R_{TH}$  值,取平均之后可得到整个 [1.0 3.0] 区间的平均  $R_{TH}$  值 0.77%,即表 4 第 3 行第 3 列的数据.在 [1.0 3.0] 区间内,  $R_{ID}$  远大于  $R_{TH}$ ,故可认为,本文的改进 BP 算法能带来运算量的大幅降低.

## 5.2 纠错性能仿真

表 4 和表 5 分别表示第一、二组 RA 码在 AWGN 信道仿真中的  $R_{ID}$  和  $R_{TH}$  值.可以看到,在仿真所用各种码长下,两组 RA 码在  $E_b/N_0$  为 1.0 ~ 9.0 dB 的各区间内都有  $R_{ID} > R_{TH}$ ,即基于 WBF 策略的改进 BP 算法必然可以带来运算量的降低.其中,第一组 RA 码( $q=3, \alpha=2$ )在 1.0 ~ 6.0 dB 区间段内平均迭代次数减少的比例  $R_{ID}$  较大,第二组 RA 码( $q=4, \alpha=2$ )则在更宽的  $E_b/N_0$  区间 1.0 ~ 9.0 dB 内得到较大的  $R_{ID}$  值.

总体来说,对于系统码,在  $E_b/N_0$  较低时,平均迭代次数减少的比例  $R_{ID}$  随码长增加而减小,但在  $E_b/N_0$  较高,如大于 6.0 dB 时,  $R_{ID}$  变化不规则.  $R_{ID}$  随码长增加而减小的主要原因在于,基于 WBF 策略的改进 BP 算法有很大的概率能正确处理硬判决结果出现一个不合法码位的情况.码长增加时,硬判决结果出现一个不合法码位的可能性降低,故本算法的效果有所下降.  $E_b/N_0$  较高时  $R_{ID}$  变化不规则的原因在于,高  $E_b/N_0$  时迭代次数一般较小(不超过 3 次),也就是用于比较的基数较小,那么迭代次数减少量稍微变化都会引起  $R_{ID}$  的波动,因此会有起伏,甚至反向变化.

表 4 第一组 RA 码的  $R_{ID}$  和  $R_{TH}$  值

$E_b/N_0$ 区间(dB)		[1.0 3.0]	(3.0 6.0]	(6.0 9.0]
$n = 100$	$R_{ID}$	12.10%	15.10%	1.72%
	$R_{TH}$	0.77%	0.52%	0.29%
$n = 1000$	$R_{ID}$	4.19%	9.64%	1.20%
	$R_{TH}$	0.27%	0.15%	0.039%

表 5 第二组 RA 码的  $R_{ID}$  和  $R_{TH}$  值

$E_b/N_0$ 区间(dB)		[1.0 3.0]	(3.0 6.0]	(6.0 9.0]
$n = 90$	$R_{ID}$	6.82%	18.99%	10.51%
	$R_{TH}$	1.20%	0.65%	0.30%
$n = 1200$	$R_{ID}$	4.82%	9.33%	14.63%
	$R_{TH}$	0.42%	0.19%	0.044%

图 2 和图 3 分别表示第一、二组 RA 码在 AWGN 信道仿真中的 BER 性能曲线.可以看到,基于 WBF 策略的改进 BP 算法基本不会带来 BER 性能的降低,且在部分  $E_b/N_0$  区间还能带来一定的编码增益.出现这种情况的原因可以分析如下:假如某次迭代中正确翻转了不合法码位,则可以提前结束 BP 迭代,起到减少迭代次数的目的;假如某次迭代中出现了误翻转,但误翻转得到的结果不能通过  $H$  矩阵的检验,除非这是另一个

合法码字.而本文提出的改进 BP 算法的出发点之一就是尽可能少翻转码位,从而有效地降低了译成另一个合法码字的可能.

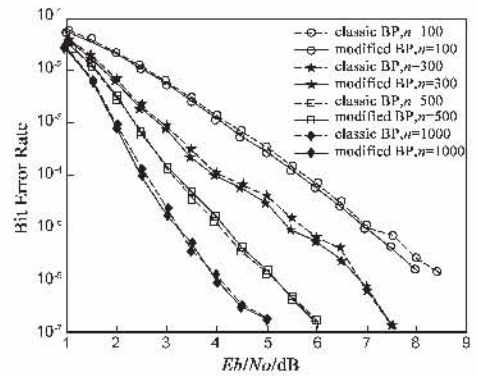


图 2 第一组 RA 码 BER 性能曲线

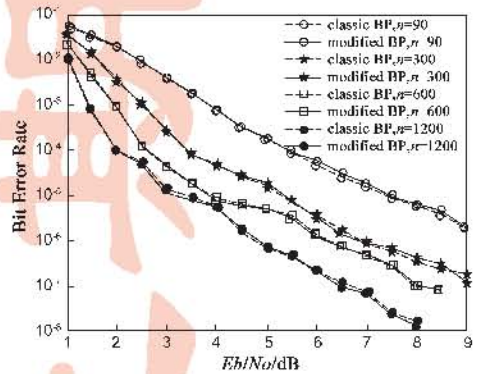


图 3 第二组 RA 码 BER 性能曲线

总之,对于系统码(第一、二组),在仿真所用各种码长下,两组 RA 码在所用各  $E_b/N_0$  区间段内都有  $R_{ID} > R_{TH}$ ,即基于 WBF 策略的改进 BP 算法能减少运算量.对第二组 RA 码( $q=4, \alpha=2$ ),有效的区间范围比第一组 RA 码( $q=3, \alpha=2$ )要宽.在  $E_b/N_0$  较低时,  $R_{ID}$  随码长增加而减小;但在  $E_b/N_0$  较高(如大于 6.0 dB)时,因迭代次数较小,  $R_{ID}$  变化不规则.在纠错性能方面,本文改进的 BP 算法未引起 BER 性能的降低.

## 6 结束语

本文的主要贡献在于提出了基于 WBF 策略的改进 BP 算法,分析了该算法既可以降低复杂度,又不会引起纠错性能的降低,这对 RA 码的应用有重要意义.

本文的改进 BP 算法是在经典 BP 算法的基础上,在每次未能译出合法码字的迭代之后按照一定策略附加位翻转操作,以期得到合法码字.有效性分析表明,在满足校验矩阵无完全相同的两列的条件下,本算法有很大的概率能正确处理硬判决结果出现一个不合法码位的情况,从而提前结束迭代.复杂度分析表明,本算法在每次 BP 迭代后附加操作的时间复杂度要远低于经典 BP 算法单次迭代的时间复杂度.仿真实验结果

表明,对所用各种码长(90~1200 比特)的系统 RA 码,在  $E_b/N_0$  区间(1.0~9.0dB)内,本文改进 BP 算法都可降低译码运算量,且基本上可以保持其优异的 BER 性能。

另外,稍有遗憾的是,本算法应用于非系统码的效果不理想,仅在码长较短且仅在部分  $E_b/N_0$  区间内能带来运算量降低.原因在于,目前在我们实验中所用的非系统码  $H$  矩阵是由相应的系统码  $H$  矩阵变换得到的,其平均行重  $W_r$  和平均列重  $W_c$  较高,这样一方面影响翻转判断的准确性,另一方面也会导致运算复杂度较高.因此,进一步研究使本算法更广泛地适用于非系统 RA 码是有待继续研究的课题。

#### 参考文献:

- [1] D Divsalar, H Jin, R McEliece. Coding theorems for Turbo-Like codes[A]. Proceedings of 36th Annual Allerton Conference on Communication, Control and Computing[C]. Monticello, IL, USA, 1998. 201 - 210.
- [2] H Jin. Analysis and Design of Turbo-Like Codes[D]. Pasadena, California: Dept of Electrical Engineering, California Institute of Technology, 2001.
- [3] M P C Fossorier, M Mihaljevic, H Imai. Reduced complexity iterative decoding of low-density parity checkcodes based on belief propagation[J]. IEEE Transactions on Communication, 1999, 47(5): 673 - 680.
- [4] 高宏峰,许宗泽. RA 码译码简化算法的研究[J]. 四川大学学报, 2004, 36(4): 107 - 110.  
H-F Gao, Z-Z Xu, Reduced complexity decoding algorithms for repeat accumulate codes[J]. Journal of Sichuan University (Engr. Science Ed), 2004, 36(4): 107 - 110. (in Chinese)
- [5] B Liu, D Bai, S Mei. Min-Sum approximation decoding of LDPC codes with adaptive non-uniform quantization[J]. Chinese Journal of Electronics, 2008, 17(3): 503 - 506.
- [6] A M Chan, F R Kschischang. A simple taboo-based soft deci-

sion decoding algorithm for expander codes[J]. IEEE Communication Letters, 1998, 2(7): 183 - 185.

- [7] S Johnson, S Weller. Interleaver and accumulator design for systematic repeat-accumulate codes[A]. Proceedings of 6th Australian Communication Theory Workshop (AusCTW)[C]. Brisbane, Australia: IEEE Press, 2005. 1 - 7.
- [8] S Johnson, S Weller. Practical interleavers for systematic repeat-accumulate codes[A]. Proceedings of 63rd Vehicular Technology Conference (VTC 2006)[C]. Melbourne, Australia: IEEE Press, 2006, 3. 1358 - 1362.
- [9] 王秀妮,马啸,白宝明. 多层叠加 LDPC 码编码调制技术[J]. 电子学报, 2009, 37(7): 1536 - 1541.  
X-N Wang, X Ma, B-M Bai. Multilevel coded modulation based on superimposed LDPC codes[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(7): 1536 - 1541. (in Chinese)
- [10] G Han, X Liu. An efficient dynamic schedule for layered belief-propagation decoding of LDPC codes[J]. IEEE Communication Letters, 2009, 13(12): 950 - 952.

#### 作者简介:



刘星成 男,1964 年生于江西安福,中山大学电子与通信工程系副教授,感兴趣的领域包括纠错编码和无线通信等。

E-mail: issbc@mail.sysu.edu.cn



叶运生 男,1983 年生于广东韶关,研究兴趣是信道编码。 E-mail: issyys@gnail.com