

# 有色过程噪声下的轮式机器人 同步定位与地图构建

弋英民, 刘 丁

(西安理工大学自动化与信息工程学院, 陕西西安 710048)

**摘 要:** 由于机械制造工艺的原因, 轮式机器人内部传感器获得的控制量在实际中为有色噪声, 经典的同步定位与地图构建(SLAM)算法将不适用. 提出一种有色过程噪声的机器人同步定位与地图构建算法. 将机器人非线性过程模型线性化, 用增广状态变量维数的方法将有色过程噪声模型转化为高斯白噪声模型. 算法按照预测、观测、数据关联、更新、地图构建递推进行同步定位与地图构建. 仿真结果表明, 在有色过程噪声条件下, 与 EKF-SLAM 算法和 Fast-SLAM 算法相比, 提出的算法的机器人定位精度更好.

**关键词:** 有色噪声; 轮式机器人; 同步定位与地图构建 (SLAM); 估计精度

**中图分类号:** TP24 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2010) 06-1339-05

## Colored-State-Noise Simultaneous Localization and Map Building for Wheel Robots

YI Ying-min, LIU Ding

(Faculty of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an, Shaanxi 710048, China)

**Abstract:** Since the control state of wheel robots from encoder is colored noise in the mechanical manufacture, the traditional simultaneous localization and map building algorithms are on longer applicable. In the paper, an algorithm of colored-state-noise SLAM is proposed. Nonlinear process model is linearized and colored-state-noise model is converted into Gauss white noise one by augmenting dimension of state. The integral algorithm procedure follows the recursive order of prediction, observation, data association, update, mapping to have simultaneous localization and map building. MonteCarlo simulation results show that the proposed algorithm has higher estimate precision than those of EKF-SLAM algorithm and Fast-SLAM algorithm in colored process noise covariance.

**Key words:** colored state noise; wheel robots; simultaneous localization and map building; estimate precision

### 1 引言

未知环境下的机器人同步定位与地图构建(SLAM)是机器人研究的热点问题. 轮式机器人在同步定位与地图构建过程中, 控制量速度和驱动角都是由码盘等内部传感器获得. 由于轮子制造工艺或机器人机械制造工艺的因素, 使其在实际问题中过程噪声总是有色的. 对于高斯白噪声机器人运动模型, 经典的 EKF-SLAM 算法取得了成功<sup>[1-3]</sup>, 这些算法假设系统为高斯白噪声模型时滤波估计是收敛的<sup>[4]</sup>. 为了减少系统的随机因素, 文献[5]构造一优化控制函数, 通过调节权重因子来减小随机模型的不确定因素. 文献[6]提出 Active SLAM 算法, 在结构化环境中通过模型预测控制来最小化随机因素. 针对环境中非高斯特性, 文献[7]扩展了常规的粒子滤波算法, 文献[4, 8, 9]提出了 Fast-SLAM 算法获得成

功应用. FastSLAM 算法是利用粒子滤波近似理想的递归 Bayesian 滤波估计, FastSLAM 算法的核心还是 EKF 理论框架, 该算法中每个粒子进行滤波估计时, 要求所有粒子表示的模型为高斯白噪声系统模型. 只是对处理系统的非线性特征进行了优化, 因此基于 Rao-Blackwellisation 的 FastSLAM 算法对于有色过程模型也不适用. 文献[10]综合了 EKF-SLAM 算法和 Fast-SLAM 算法, 算法对于高斯和非高斯混合模型都适用, 该算法的过程模型也要求白噪声模型. 以上这些算法在噪声模型的随机部分进行不同程度的改进和优化, 但是对于有色噪声模型的均值部分的处理, 以上算法都不适用.

针对控制量为有色噪声的过程模型, 提出一种有色过程噪声下的轮式机器人 SLAM 算法. 利用谱分解定理, 将有色过程噪声增广到系统的状态向量空间中. 把有色噪声模型转化为虚拟的白噪声过程模型, 再利用

扩展卡尔曼滤波算法对非线性模型线性化. 算法按照预测、观测、数据关联、更新、地图构建的步骤递推进行. 该算法可有效解决因机器人机械制造工艺原因造成的系统非白噪声特性引起的系统发散现象, 并使得系统在有色噪声下仍具有很好的鲁棒性.

## 2 状态空间和系统模型

描述的 SLAM 系统的状态由机器人位姿和所观测到的静止环境特征点的坐标组成. 在  $k$  时刻的联合状态向量表示为

$$\mathbf{x}_k = [x_{vk}, y_{vk}, \phi_{vk}, x_1, y_1, \dots, x_N, y_N]^T = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{vk} \\ \mathbf{n} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中,  $x_{vk}, y_{vk}, \phi_{vk}$  分别表示机器人在二维空间的坐标和方向角. 地图是静止的, 参数  $\mathbf{n} = [x_1, y_1, \dots, x_N, y_N]^T$  无时间下标. 机器人的运动模型为圆周的转弯模型<sup>[11]</sup>.

$$\mathbf{x}_k = f_v(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k) = \begin{bmatrix} x_{k-1} + V_k \Delta T \cos(\phi_{k-1} + \gamma_k) \\ y_{k-1} + V_k \Delta T \sin(\phi_{k-1} + \gamma_k) \\ \phi_{k-1} + \frac{V_k \Delta T}{B} \sin(\gamma_k) \end{bmatrix} \quad (2)$$

这里  $k-1$  到  $k$  时刻的时间间隔为  $\Delta T$ , 速度  $V_k$  和驱动角  $\gamma_k$  为常量, 两者组成控制量  $\mathbf{u}_k = [V_k, \gamma_k]^T$ , 机器人前后轴距为  $B$ .

机器人的过程噪声是具有有理谱密度的平稳过程, 根据谱分解定理, 可以描述为

$$\boldsymbol{\omega}_{k+1} = \boldsymbol{\Lambda}_k \boldsymbol{\omega}_k + \boldsymbol{\xi}_k \quad (3)$$

其中  $\boldsymbol{\xi}_k$  是零均值的独立过程, 方差为  $\boldsymbol{Q}$ .

观测模型为

$$\mathbf{z}_{ik} = h_i(\mathbf{x}_k) = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_i - x_{vk})^2 + (y_i - y_{vk})^2} \\ \arctan \frac{y_i - y_{vk}}{x_i - x_{vk}} - \phi_{vk} \end{bmatrix} \quad (4)$$

## 3 算法

算法的基本思想: 根据谱分解理论<sup>[12]</sup>, 将有色过程噪声均值部分增广到系统的状态向量空间, 构造虚拟的白噪声非线性系统模型. 利用扩展卡尔曼滤波将非线性系统线性化. 算法按照预测、观测、数据关联、更新、状态增广进行递推迭代计算. 在递推的每一步都进行一次系统模型的白噪声化过程. 数据关联完成新特征点检测、已知环境特征点匹配和地图匹配. 状态增广使得地图不断扩大, 从而获得构建后的地图.

### 3.1 系统模型噪声的白化处理

系统模型的白化处理用增广状态变量维数的方法来解决<sup>[13]</sup>, 系统的状态向量增广为

$$\mathbf{X}_k \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ \boldsymbol{\omega}_k \end{bmatrix} \quad (5)$$

由式(5)构造虚拟的系统过程模型和观测模型为

$$\mathbf{X}_{k+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k+1} \\ \boldsymbol{\omega}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_k & \boldsymbol{\Gamma}_k \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{\Lambda}_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ \boldsymbol{\omega}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\xi}_k \end{bmatrix} \\ = \mathbf{F}_k^* \mathbf{X}_k + \hat{\boldsymbol{\omega}}_k \quad (6)$$

$$\text{其中, } \mathbf{F}_k = \left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}_k} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}}, \boldsymbol{\Gamma}_k = \left. \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\omega}_k} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}}$$

$$\mathbf{z}_k = [\mathbf{H}_k \quad \mathbf{0}] \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ \boldsymbol{\omega}_k \end{bmatrix} + \mathbf{v}_k = \mathbf{H}_k^* \mathbf{X}_k + \mathbf{v}_k \quad (7)$$

$$\text{其中, } \mathbf{H}_k = \left. \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}_k} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}}, \mathbf{v}_k \text{ 是零均值的独立过程, 方差为 } \mathbf{R}.$$

## 3.2 有色过程噪声下的 SLAM 算法

### 3.2.1 预测

由式(6)的过程模型进行预测

$$\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} = \mathbf{F}_{k-1}^* \mathbf{X}_{k-1} \quad (8)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}_{k-1}^* \mathbf{P}_{k-1|k-1} (\mathbf{F}_{k-1}^*)^T + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (9)$$

$$\text{其中, } \mathbf{Q}_{k-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{k-1} \end{bmatrix}.$$

### 3.2.2 观测

机器人的观测数据通过式(7)观测模型计算得到.

### 3.2.3 数据关联

算法获得的地图是二维的平面地图, 数据关联采用 Singer<sup>[14]</sup>等提出的最近邻方法. 数据关联将观测  $\mathbf{z}$  分解为关联观测  $\mathbf{z}_k$  和新特征点的观测  $\mathbf{z}_{nk}$ .

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_k \\ \mathbf{z}_{nk} \end{bmatrix} \quad (10)$$

### 3.2.4 更新

状态向量和协方差阵更新为

$$\hat{\mathbf{X}}_{k|k} = \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - h(\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1})) \quad (11)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k^* \mathbf{P}_{k|k-1} \quad (12)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} (\mathbf{H}_k^*)^T (\mathbf{H}_k^* \mathbf{P}_{k|k-1} (\mathbf{H}_k^*)^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (13)$$

### 3.2.5 地图构建

状态增广, 地图构建为

$$\mathbf{x}_k^{\text{new}} = h^{-1}(\mathbf{z}_{nk}, \mathbf{x}_{vk}) \quad (14)$$

$$\mathbf{X}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_k \\ \mathbf{x}_k^{\text{new}} \end{bmatrix} \quad (15)$$

其中  $\mathbf{z}_{nk}$  为新特征点的观测,  $\mathbf{x}_k^{\text{new}}$  为新观测到的特征点.

有色过程噪声下的同步定位与地图构建 (CSN-SLAM) 算法是针对过程模型为非白噪声模型提出的, 通过构造虚拟白噪声系统模型进行滤波估计, 实现机器人的同步定位与地图构建.

## 4 仿真及分析

环境由随机产生的特征点组成, 机器人的运动方

向由 10 个方向标记点控制. 实验采用式(2)模型, 观测噪声  $\mathbf{R} = \text{diag}(\sigma_r, \sigma_\theta) = \text{diag}(0.01, 180/\pi)$ . 机器人的速度  $V_k = 3\text{m/s}$ , 时间间隔  $\Delta T = 0.025\text{s}$ . 数据关联采用最近邻方法<sup>[14]</sup>, 最大关联距离 4m, 认定为新特征点的最小关联距离为 25m. 本文采用机器人位姿的均方根误差 (RMS) 作为算法优劣的评判标准. 采用 EKF-SLAM 算法、Fast-SLAM 算法和 CSN-SLAM 算法分别对机器人进行 SLAM 仿真模拟如图 1、图 2 和图 3. 图中, “\*” 表示环境特征点,  $\Delta$  表示机器人, 周围的连线表示机器人外部传感器所观测到的特征点. 图中圆点表示由特征点估计组成的地图.

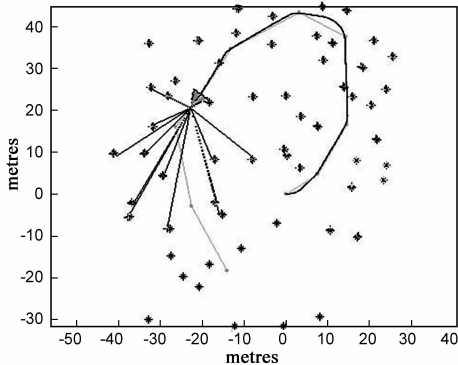


图1 EKF-SLAM算法模拟图

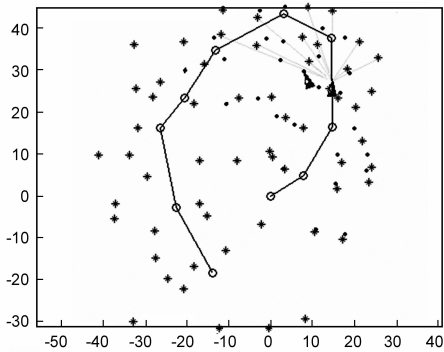


图2 Fast-SLAM算法模拟图

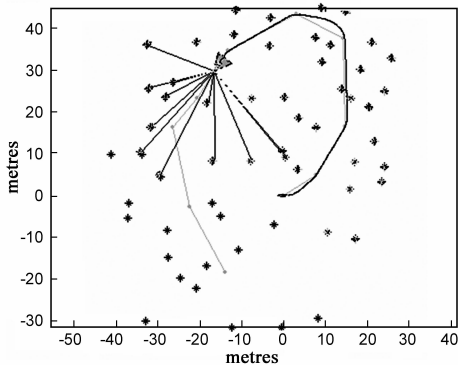


图3 CSN-SLAM算法模拟图

#### 4.1 控制量速度为有色噪声机器人 SLAM 实验

实验中过程噪声模型为  $\omega_k = \begin{bmatrix} 0.02 \\ 0 \end{bmatrix} + \xi_k$ , 进行了 200 次 MonteCarlo 仿真, 机器人的位姿的 RMS 如图 4, 横轴为机器人 SLAM 的迭代次数, 纵轴为机器人位姿的 RMS.

从图 4 可知, 在速度为有色噪声的情况下, 采用 EKF-SLAM 算法, 大角度的转弯处机器人位姿的 RMS 曲线出现峰值, 峰值为 0.37m; 采用 Fast-SLAM 算法时机器人位姿的 RMS 曲线随时间单调增大, 表明该算法是发散的; 采用 CSN-SLAM 算法, 机器人位姿的 RMS 峰值为 0.24m, 且曲线完全位于 EKF-SLAM 算法的下方, 峰值为 EKF-SLAM 算法的 65%. 仿真结果表明在速度有色噪声情况下采用 CSN-SLAM 算法具有更好的定位精度.

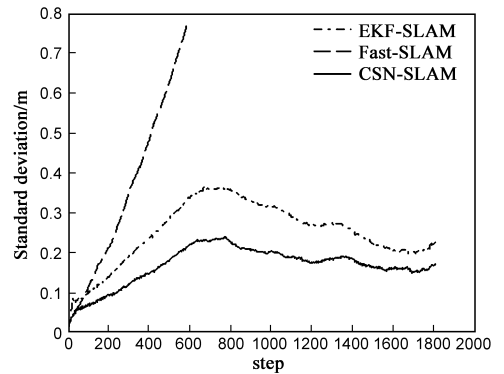


图4 速度有色噪声下的机器人位姿RMS

#### 4.2 控制量驱动角为有色噪声机器人 SLAM 实验

实验中过程噪声模型为  $\omega_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.02 \end{bmatrix} + \xi_k$ , 进行了 200 次 MonteCarlo 仿真, 机器人的位姿的 RMS 如图 5.

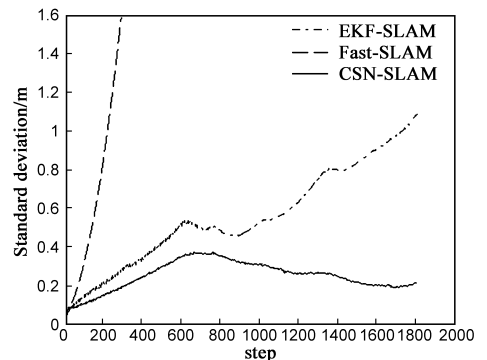


图5 驱动角有色噪声下的机器人位姿RMS

从图 5 可知, 在驱动角为有色噪声的情况下, 采用 EKF-SLAM 算法, 机器人位姿的 RMS 曲线随时间虽有一定波动, 但总趋势不断增大, 表明该算法是发散的; 采用 Fast-SLAM 算法时机器人位姿的 RMS 曲线随时间单调增大, 表明该算法是发散的; 采用 CSN-SLAM 算法, 机器人位姿的 RMS 峰值为 0.2m, 且曲线完全位于 EKF-

SLAM 算法的下方,且在机器人进行大角度的转弯时,机器人的位姿的 RMS 曲线比较平滑.仿真结果表明,采用 CSN-SLAM 算法具有更好的定位精度,且在大角度转弯时机器人的定位具有很好的鲁棒性.

### 4.3 控制量有色噪声时机器人 SLAM 实验

实验中过程噪声模型为  $\omega_k = \begin{bmatrix} 0.02 \\ 0.02 \end{bmatrix} + \xi_k$ ,进行了 200 次 MonteCarlo 仿真,机器人的位姿的 RMS 如图 6.

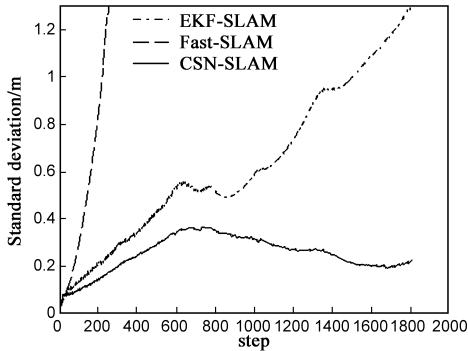


图6 速度和驱动角都为有色噪声时的机器人位姿RMS

从图 6 可知,采用 EKF-SLAM 算法,机器人位姿的 RMS 曲线随时间虽有波动,但总趋势不断增大,表明该算法是发散的;采用 Fast-SLAM 算法也是发散的;采用 CSN-SLAM 算法,机器人位姿的 RMS 在大角度转弯处出现峰值,峰值为 0.38m,曲线完全位于 EKF-SLAM 算法的下方,且在机器人进行大角度的转弯时,位姿的 RMS 曲线比较平滑.表明在驱动角有色噪声情况下采用采用 CSN-SLAM 算法具有更好的定位精度和算法鲁棒性.

### 4.4 控制量有色噪声均值增大时机器人 SLAM 实验

实验中过程噪声模型为  $\omega_k = 2 * \begin{bmatrix} 0.02 \\ 0.02 \end{bmatrix} + \xi_k$ ,进行了 200 次 MonteCarlo 仿真,机器人的位姿的 RMS 如图 7.

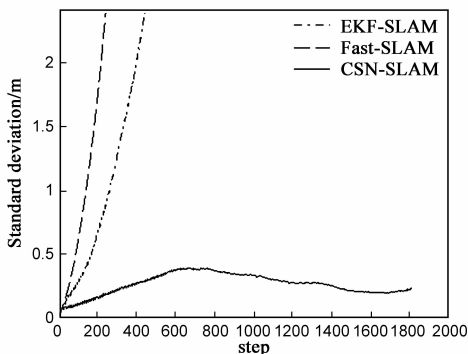


图7 有色过程噪声增大时的机器人位姿RMS

从图 7 可知,采用 EKF-SLAM 算法和 Fast-SLAM 算法时,机器人位姿的 RMS 曲线随时间单调增大,表明随着有色噪声均值的增大,机器人 SLAM 系统误差也迅速单调增大且发散.采用 CSN-SLAM 算法时在 4.4 实验中

有色噪声均值为 4.3 实验中的 2 倍,机器人位姿的 RMS 峰值为 0.41m,仅增大了 8%,表明 CSN-SLAM 算法对于有色噪声均值增大的情况仍具有更好的定位精度和算法鲁棒性.

## 5 结论

针对机器人因机械制造工艺引起的过程模型为有色噪声的情况,提出一种将有色过程噪声模型转化为白噪声模型的机器人同步定位与地图构建算法.算法采用状态向量增广的方法将过程噪声的均值部分作为状态向量空间的一部分,构造系统新的状态向量空间,从形式上将有色噪声模型转化为零均值白噪声的系统模型,通过扩展卡尔曼滤波进行状态估计.算法按照预测、观测、数据关联、更新、状态增广的过程进行机器人同步定位与地图构建.对机器人进行 SLAM 时可能出现的有色噪声模型进行 MonteCarlo 实验,与 EKF-SLAM 算法和 Fast-SLAM 算法相比,提出的 CSN-SLAM 算法具有更好的定位精度和算法鲁棒性.

### 参考文献:

- [1] M Csorba. Simultaneous Localisation and Map Building[D]. Oxford:University of Oxford, 1997.
  - [2] T Bailey, H Durrant-Whyte. Simultaneous localization and mapping (SLAM):Part II[J]. Robotics and Automation Magazine, IEEE, 2006, 13(3): 108 - 117.
  - [3] T Bailey, J Nieto, J Guivant, M Stevens, E Nebot. Consistency of the EKF-SLAM algorithm[A]. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems[C]. Beijing, China: IEEE, 2006. 3562 - 3568.
  - [4] Montemerlo. FastSLAM: A Factored Solution to the Simultaneous Localization and Mapping Problem with Unknown Data Association[D]. Pittsburgh: Carnegie Mellon University, 2003.
  - [5] Yang Liu, Fengchi Sun, Tong Tao, Jing Yuan, Chao Li. A solution to active simultaneous localization and mapping problem based on optimal control[A]. Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation[C]. Harbin, China: IEEE, 2007. 314 - 319.
  - [6] Cindy Leung, Shoudong Huang, Gamini Dissanayake. Active SLAM in structured environments[A]. 2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation[C]. Pasadena, CA, USA: IEEE, 2008. 1989 - 1903.
  - [7] 高庆吉,雷亚莉,胡丹丹,于咏生.基于自适应感知复位算法的移动机器人定位[J].电子学报, 2007, 35(11): 2166 - 2171.
- GAO Qing-ji, LEI Ya-li, HU Dan-dan, YU Yong-Sheng. A robot localization method based on adaptive sensor resetting algorithm[J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(11): 2166 -

2171. (in Chinese)

- [8] Casella, C P Robert. Rao-blackellisation of sampling schemes [J]. *Biometrika*, 1996, 83(1): 81 – 94.
- [9] A Doucet, N de Freitas, N Gordon. *Sequential Monte Carlo Methods in Practice* [M]. New York, USA: Springer-Verlag, 2001. 3 – 14.
- [10] J Z Sasiadek, A Monjazeb, D Neculescu. Navigation of an autonomous mobile robot using EKF-SLAM and FastSLAM [A]. 16th Mediterranean Conference on Control and Automation Congress Centre [C]. Ajaccio, France; IEEE, 2008. 517 – 522.
- [11] R Smith, M Self, P Cheeseman. A stochastic map for uncertain spatial relationships [A]. *Proceedings of the 4th international symposium on Robotics Research* [C]. California, United States; MIT Press, 1988. 467 – 474.
- [12] WANG Songgui, YIN Suju. A new estimate of the parameters in linear mixed models [J]. *Science in China*, 2002, 45 (10): 1301 – 1311.
- [13] 韩崇昭, 朱洪艳, 段战胜. 多源信息融合 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2006. 29 – 34.

Han Congzhao, Zhu Hongyan, Duan Zhansheng. *Multi-Source Information Fusion* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006. 29 – 34 (in Chinese)

- [14] Singer R A, Sea R G. A new filter for optimal tracking in dense multitarget environment [A]. *Proceedings of the Ninth Allerton Conference Circuit and System Theory* [C]. Urbana-Champaign, USA: Univ of Illinois, 1971. 201 – 211.

#### 作者简介:



弋英民 男, 1976 年生于陕西西安, 博士研究生, 研究方向为机器人同步定位与地图构建, 信息处理.

E-mail: yiyim@xaut.edu.cn

刘 丁 男, 1957 年生于山东, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为复杂系统控制与智能机器人.

