

基于阵列天线的低复杂度 OFDMA 上行链路载频偏估计方法

张渭乐,殷勤业,王文杰,王均松

(西安交通大学智能网络与网络安全教育部重点实验室,陕西西安 710049)

摘要: 提出一种基于阵列天线的正交频分多址(OFDMA)上行链路载频偏闭式盲估计方法,基站端配备阵列天线,该方法基于各天线阵元的空域快拍之间存在的旋转不变性,结合子空间平滑的思想,可在低运算复杂度的条件下,利用波达方向矩阵法得到信号空间的原始基底,由此可进一步同时获得各子载波对应用户的波达方向(DOA)与载频偏的闭式估计.该方法支持任意子载波分配方案以及满负载系统,并且可根据当前系统负载动态调整估计复杂度.理论分析和仿真结果验证了本文方法的有效性.

关键词: 正交频分多址;载频偏估计;阵列天线;旋转不变性

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2010) 06-1268-06

Low Complexity CFO Estimation for OFDMA Uplink Based on Array-Antenna

ZHANG Wei-le, YIN Qin-ye, WANG Wen-jie, WANG Jun-song

(MOE Key Lab for Intelligent Networks and Network Security, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, Shaanxi 710049, China)

Abstract: A novel method is proposed for multiuser carrier frequency offset (CFO) estimation for orthogonal frequency division multiple access (OFDMA) uplink with generalized carrier assignment scheme. The base station is equipped with array-antenna. Each user's CFO and direction of arrival (DOA) can be estimated by the DOA-Matrix method utilizing the rotation invariance of the space-domain snapshot matrix. The method is still effective even in fully loaded system with all subcarriers allocated to users, and the computational complexity can be adjusted dynamically according to the system load. Simulation results illustrate the high performance of the proposed algorithm.

Key words: orthogonal frequency division multiple access; carrier frequency offset estimation; array-antenna; rotation invariance

1 引言

正交频分多址(OFDMA)是以正交频分复用(OFDM)技术为基础的一种多址接入方式,它秉承了 OFDM 技术的所有优点,如频谱利用率高,支持高速传输和良好的抗多径能力等.但 OFDMA 对载波频率偏移(CFO)相当敏感,频率偏移会使子载波间的正交性遭到破坏,从而产生严重的载波间干扰和多址干扰,导致系统性能下降.与下行链路相比,上行链路为多参数问题,每个用户 CFO 各不相同,从而增大了频偏估计的难度.

目前 OFDMA 上行链路的载波频偏估计方法主要有两种,一种是基于数据辅助的估计方法^[1~3],需要占用系统资源.另一类是盲估计方法,不需要利用已知训练序列,且大都基于子空间的方法,具有高分辨的估计性能.文献[4]提出一种适用于交织分配 OFDMA 系统的盲估计方法,但是该方法不支持系统满负载,需要分配一

组空子载波来构造噪声子空间,从而在很大程度上降低了系统频谱利用率.文献[5]提出适用于任意分配方案的估计方法,其依靠基站端多天线区分用户,对于每个用户采用奇异值分解(SVD)结合一维搜索得到 CFO 估计,虽然其支持任意分配方案及满负载分配,但未给出 CFO 的闭式解法,而且计算量巨大,难以实用.

针对上述方法存在的诸多问题,本文提出一种低复杂度 OFDMA 上行链路载频偏闭式估计方法,基站端配备阵列天线,不同时刻的空域快拍之间存在着天然的旋转不变性,基于此,本文方法利用波达方向矩阵法^[6]得到信号空间的原始基底,进而可同时获得各子载波对应用户的波达方向(DOA)以及 CFO 的闭式估计.本文的方法是子空间闭式方法,有以下优点:(1)与文献[4]相比,本文方法支持系统满负载分配,并且支持任意分配方案.(2)与文献[5]相比,本文利用信号空间的原始基底同时得到各用户 CFO 以及 DOA 的闭式估计,不需要为

每个用户单独进行 SVD 分解和一维搜索,估计复杂度大大降低。(3)额外得到各用户的 DOA 信息,可用于下行波束形成。(4)估计计算复杂度可根据当前的负载动态调整。

2 系统模型

假设在一个具有 K 个用户的 OFDMA 小区中,各用户采用单天线系统,小区基站架设于高空,并配备 M 阵元的均匀线阵(ULA)。这里需要说明的是,此时基站端和各用户端的信道模型大不相同^[7,8],用户往往处于散射丰富的环境中,由于多径效应,其接收信号为各个路径的叠加。与此相反,由于小区基站架设于散射体的高空,其多径组成往往被限制在一个很小的角度范围,从而我们可以认为各用户的发射信号到达基站端仅由一个主 DOA 构成,文献[5]和[9]也有相同的假设。

假设系统总子载波为 N ,用户数为 $K(K \leq N)$,将用户 k 分配的 N_k 个子载波记为:

$$\begin{aligned} C^{(k)} &= \{c_1^{(k)}, c_2^{(k)}, \dots, c_{N_k}^{(k)}\}, \\ C^{(k)} \cap C^{(k')} &= \emptyset, \quad \forall k \neq k', \\ \sum_{k=1}^K N_k &= N_{\text{sum}} \leq N \end{aligned} \quad (1)$$

将 $\{X_{1,g}^{(k)}, X_{2,g}^{(k)}, \dots, X_{N_k,g}^{(k)}\}$ 记为用户 k 在第 g 个 OFDMA 符号块内的 N_k 个调制符号,假设在基站接收端已实现定时及采样同步,首先考虑系统中仅有用户 k ,经去循环前缀(CP)后,基站参考阵元(#1)接收的 N 个时域采样为:

$$\gamma_g^{(k)}(n) = \sum_{p=1}^{N_k} e^{j\frac{2\pi}{N}(C_p^{(k)} + \xi^{(k)})n} H_{p,g}^{(k)} X_{p,g}^{(k)} \quad (2)$$

其中 $H_{p,g}^{(k)}$ 表示第 g 个 OFDMA 符号块内,用户 k 在子载波 $C_p^{(k)}$ 处的频域信道响应, Δf 为子载波间隔, $\Delta f^{(k)}$ 为用户 k 的载频偏,从而 $\xi^{(k)} = \Delta f^{(k)} / \Delta f$ 表示该用户的归一化频偏,本文假设 $\xi^{(k)} \in (-0.5, 0.5)$ 。令 $s_{p,g}^{(k)} = H_{p,g}^{(k)} X_{p,g}^{(k)}$,将 $\theta_p^{(k)} = (C_p^{(k)} + \xi^{(k)}) / N$ 称为用户 k 在子载波 $C_p^{(k)}$ 处的有效 CFO,代入式(2)得:

$$\gamma_g^{(k)}(n) = \sum_{p=1}^{N_k} e^{j2\pi\theta_p^{(k)}n} s_{p,g}^{(k)} \quad (3)$$

考虑系统存在 K 个用户,则参考阵元的采样为所有用户信号的叠加:

$$\gamma_{(1,g)}(n) = \sum_{k=1}^K \gamma_g^{(k)}(n) = \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^{N_k} e^{j2\pi\theta_p^{(k)}n} s_{p,g}^{(k)} \quad (4)$$

对于阵元 #2,其接收用户 k 的信号与阵元 #1 存在如下关系:

$$\gamma_{2,g}^{(k)}(n) = e^{j\chi \cos \alpha_k} \gamma_{1,g}^{(k)}(n) \quad (5)$$

其中 $\chi = 2\pi d / \lambda$, d 为 ULA 阵元间距, λ 为射频信号波长, α_k 为用户 k 发射信号到达基站线阵的来波角度。这

里假设不同用户具有不同的来波角度 α_k ,即 $\alpha_k \neq \alpha_{k'}$, $\forall k \neq k'$ 。对于式(5),需要特别强调的是,虽然 OFDM 信号带宽大于信道的相关带宽,被称为宽带系统,但是另一方面,现有 OFDMA 系统仍然满足阵列的窄带条件。以 802.16-2004 标准为例,信号最大带宽 14MHz,中心频率 3.5GHz,其相对带宽小于 0.5%,满足阵列的窄带条件,因而式(5)是成立的。

从而阵元 #2 的时域采样信号可以表示为:

$$\gamma_{(2,g)}(n) = \sum_{k=1}^K e^{j\chi \cos \alpha_k} \gamma_g^{(k)}(n) = \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^{N_k} e^{j2\pi\theta_p^{(k)}n} e^{j\chi \cos \alpha_k} s_{p,g}^{(k)} \quad (6)$$

以下为行文方便,令 $a_r^{(k)} = e^{j\chi(r-1)\cos \alpha_k}$,依次类推可得阵元 # m 的时域采样为:

$$\gamma_{(m,g)}(n) = \sum_{k=1}^K a_m^{(k)} \gamma_g^{(k)}(n) = \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^{N_k} e^{j2\pi\theta_p^{(k)}n} a_m^{(k)} s_{p,g}^{(k)} \quad (7)$$

3 空域快拍的旋转不变性

在时刻 n ,将各阵元的 M 个时域采样排成一列,得到时刻 n 的空域快拍矢量:

$$\boldsymbol{\gamma}_{g,n} = [\gamma_{(1,g)}(n), \gamma_{(2,g)}(n), \dots, \gamma_{(M,g)}(n)]^T \quad (8)$$

该空域快拍矢量可以矩阵表示如下:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\gamma}_{g,n} &= [\mathbf{a}^{(1)}, \mathbf{a}^{(2)}, \dots, \mathbf{a}^{(K)}] \\ &\quad \cdot [\gamma_{(1,g)}^{(1)}(n), \gamma_{(1,g)}^{(2)}(n), \dots, \gamma_{(1,g)}^{(K)}(n)]^T \\ &= [\underbrace{\mathbf{a}^{(1)}, \dots, \mathbf{a}^{(1)}}_{N_1}, \dots, \underbrace{\mathbf{a}^{(K)}, \dots, \mathbf{a}^{(K)}}_{N_K}] \begin{bmatrix} e^{j2\pi\theta_1^{(1)}n} s_{1,g}^{(1)} \\ \vdots \\ e^{j2\pi\theta_{N_1}^{(1)}n} s_{N_1,g}^{(1)} \\ \vdots \\ e^{j2\pi\theta_1^{(K)}n} s_{1,g}^{(K)} \\ \vdots \\ e^{j2\pi\theta_{N_K}^{(K)}n} s_{N_K,g}^{(K)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

其中 $\mathbf{a}^{(k)}$ 为反映用户 k 来波角度的范德蒙矢量:

$$\mathbf{a}^{(k)} = [1, a_2^{(k)}, \dots, a_M^{(k)}]^T$$

$$\mathbf{A}^{(k)} = [\underbrace{\mathbf{a}^{(k)}, \dots, \mathbf{a}^{(k)}}_{N_k}]$$

$$\mathbf{s}_g^{(k)} = [s_{1,g}^{(k)}, s_{2,g}^{(k)}, \dots, s_{N_k,g}^{(k)}]^T$$

$$\boldsymbol{\Phi}^{(k)} = \text{diag}\{e^{j2\pi\theta_1^{(k)}n}, e^{j2\pi\theta_2^{(k)}n}, \dots, e^{j2\pi\theta_{N_k}^{(k)}n}\}$$

从而式(9)简写为:

$$\boldsymbol{\gamma}_{g,n} = [\mathbf{A}^{(1)}, \mathbf{A}^{(2)}, \dots, \mathbf{A}^{(K)}] \begin{bmatrix} (\boldsymbol{\Phi}^{(1)})^n \mathbf{s}_g^{(1)} \\ (\boldsymbol{\Phi}^{(2)})^n \mathbf{s}_g^{(2)} \\ \vdots \\ (\boldsymbol{\Phi}^{(K)})^n \mathbf{s}_g^{(K)} \end{bmatrix}$$

$$= \mathbf{A}\Phi^n \mathbf{S}_g \quad (10)$$

其中 \mathbf{A} 为 $M \times N_{\text{sum}}$ 阶范德蒙矩阵:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{A}^{(1)}, \mathbf{A}^{(2)}, \dots, \mathbf{A}^{(K)}],$$

$$\mathbf{S}_g = [(\mathbf{s}_g^{(1)})^T, (\mathbf{s}_g^{(2)})^T, \dots, (\mathbf{s}_g^{(K)})^T]^T,$$

Φ 为 $N_{\text{sum}} \times N_{\text{sum}}$ 阶对角阵:

$$\Phi = \text{diag}\{\Phi^{(1)}, \Phi^{(2)}, \dots, \Phi^{(K)}\}$$

考虑空域快拍噪声的影响,式(10)转变为:

$$\gamma_{g,n} = \mathbf{A}\Phi^n \mathbf{S}_g + N_{g,n} \quad (11)$$

其中 $N_{g,n}$ 为 M 维加性高斯白噪声(AWGN)矢量,其元素为零均值、方差为 σ_n^2 的高斯随机变量.式(11)表明,对应不同时刻 n 的空域快拍矢量之间存在旋转不变性,旋转因子 Φ 反映了各用户的在其各自子载波处的有效 CFO 信息.从而基于该空域旋转不变性,我们可以进行各用户的 DOA 及 CFO 的联合估计.

4 载频偏估计方法

连接在时间上相邻的 L 个空域快拍矢量,构造如下时空快拍矢量:

$$\gamma_g \Big|_n^{n+L-1} = \begin{bmatrix} \gamma_{g,n} \\ \gamma_{g,n+1} \\ \vdots \\ \gamma_{g,n+L-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{A}\Phi \\ \vdots \\ \mathbf{A}\Phi^{L-1} \end{bmatrix} \Phi^n \mathbf{S}_g + \begin{bmatrix} N_{g,n} \\ N_{g,n+1} \\ \vdots \\ N_{g,n+L-1} \end{bmatrix}$$

$$= \mathbf{B}\Phi^n \mathbf{S}_g + N_g \Big|_n^{n+L-1} \quad (12)$$

然后堆积不同起始时刻 $n(n=0,1,\dots,N-L-1)$ 的上述时空快拍矢量,从而可得到以下时域平滑的时空快拍矩阵:

$$\mathbf{X}_g = [\gamma_g \Big|_0^{L-1}, \gamma_g \Big|_1^L, \dots, \gamma_g \Big|_{N-L}^{N-1}] = \mathbf{B}\mathbf{Z}_g + \bar{N}_g$$

$$\mathbf{Y}_g = [\gamma_g \Big|_1^L, \gamma_g \Big|_2^{L+1}, \dots, \gamma_g \Big|_{N-L}^{N-1}] = \mathbf{B}\Phi\mathbf{Z}_g + \hat{N}_g \quad (13)$$

其中 $\mathbf{Z}_g = [\mathbf{S}_g, \Phi\mathbf{S}_g, \dots, \Phi^{N-L-1}\mathbf{S}_g]$,

$$\bar{N}_g = [N_g \Big|_0^{L-1}, N_g \Big|_1^L, \dots, N_g \Big|_{N-L}^{N-1}],$$

$$\hat{N}_g = [N_g \Big|_1^L, N_g \Big|_2^{L+1}, \dots, N_g \Big|_{N-L}^{N-1}].$$

式(13)表明,矩阵 \mathbf{X}_g 与 \mathbf{Y}_g 之间依然存在着旋转不变性.将连续 L_s 个 OFDMA 符号块的 \mathbf{X}_g 和 \mathbf{Y}_g 的进一步堆积如下:

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_g, \mathbf{X}_{g+1}, \dots, \mathbf{X}_{g+L_s-1}] = \mathbf{B}\mathbf{Z} + \bar{N} \quad (14)$$

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}_g, \mathbf{Y}_{g+1}, \dots, \mathbf{Y}_{g+L_s-1}] = \mathbf{B}\Phi\mathbf{Z} + \hat{N}$$

从而可以得到 \mathbf{X} 的自相关矩阵和 \mathbf{X} 与 \mathbf{Y} 的互相关矩阵如下:

$$\mathbf{R}_{XX} = E[\mathbf{X}\mathbf{X}^H] = \mathbf{B}\mathbf{R}_z\mathbf{B}^H + (N-L)\sigma_n^2\mathbf{I}_{ML} \quad (15)$$

$$\mathbf{R}_{YX} = E[\mathbf{Y}\mathbf{X}^H] = \mathbf{B}\Phi\mathbf{R}_z\mathbf{B}^H + (N-L)\sigma_n^2\mathbf{J}_{ML}$$

其中 $\mathbf{R}_z = E[\mathbf{Z}\mathbf{Z}^H] = \sum_{n=0}^{N-L-1} \Phi^n \mathbf{R}_{ss} (\Phi^n)^H$ 表示矩阵 \mathbf{Z} 的

自相关矩阵, \mathbf{R}_{ss} 为矩阵 $\mathbf{S} = [\mathbf{S}_g, \mathbf{S}_{g+1}, \dots, \mathbf{S}_{g+L_s-1}]$ 的自相关矩阵, \mathbf{R}_z 即为平滑后的信号子空间. \mathbf{I}_{ML} 为 ML 阶单位阵, \mathbf{J}_{ML} 为 ML 阶方阵,其除了紧邻主对角线右上方的第 M 个对角线的元素全为 1 之外,其余元素全为零.

令 $\mathbf{R}_{XX0} = \mathbf{B}\mathbf{R}_z\mathbf{B}^H$, $\mathbf{R}_{YX0} = \mathbf{B}\Phi\mathbf{R}_z\mathbf{B}^H$, 定义以下辅助矩阵:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_{YX0} [\mathbf{R}_{XX0}]^\dagger \quad (16)$$

其中 $[\mathbf{R}_{XX0}]^\dagger$ 为 \mathbf{R}_{XX0} 的 Penrose-Moore 伪逆,具体可表示为

$$[\mathbf{R}_{sum}]^\dagger = \sum_{i=1}^{N_{sum}} \frac{1}{\lambda_i} \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \quad (17)$$

式中, λ_i 和 \mathbf{v}_i 分别为 \mathbf{R}_{XX0} 的非零特征值和相应的特征向量.依据 DOA 矩阵法,以下定理成立^[6]:

定理 假设矩阵 \mathbf{B} 列满秩, \mathbf{R}_z 非奇异,并且 Φ 无相同的对角元素,则辅助矩阵 \mathbf{R} 的非零特征值等于 Φ 的各对角元素,相应的特征向量由 \mathbf{B} 的各列矢量组成,即 $\mathbf{R}\mathbf{B} = \mathbf{B}\Phi$.

辅助矩阵 \mathbf{R} 特征值分解后,其非零特征值直接反映了各用户在子载波处的有效 CFO 信息,而相应的特征向量则由该用户的 DOA 以及在相应载波处的有效 CFO 组成.

以用户 k 为例,矩阵 \mathbf{R} 将有 N_k 个非零特征值: $e^{j2\pi\theta_i^{(k)}}$ ($i=1,2,\dots,N_k$),反映了用户 k 在所占各子载波处的有效 CFO 信息,而其对应的特征向量可以表示为:

$$c \cdot [(\mathbf{a}^{(k)})^T, (e^{j2\pi\theta_i^{(k)}} \mathbf{a}^{(k)})^T, \dots, (e^{j2\pi(L-1)\theta_i^{(k)}} \mathbf{a}^{(k)})^T]^T$$

其中 c 为非零常数,从该 N_k 个特征向量中便可得到该用户 N_k 个相同的 DOA 估计: α_k . 因此,辅助矩阵特征值分解后,特征值反映各子载波处的有效 CFO 信息,而对应的特征向量反映了相应用户的 DOA 信息,即有效 CFO 与 DOA 通过特征值与特征向量的关系实现了一一对应.基于此,可将用户 k 的 CFO 的估计过程表述如下:

对 \mathbf{R} 特征值分解后,通过 N_{sum} 个非零特征值对应的特征向量可得到的 N_{sum} 个 DOA 估计,其中 N_k 个 DOA 估计均等于 α_k ,如果将对应这 N_k 个相同 DOA 估计的 N_k 个特征值记为 λ_i ($i=1,2,\dots,N_k$),则有:

$$\prod_{i=1}^{N_k} \lambda_i = \prod_{i=1}^{N_k} e^{j2\pi\theta_i^{(k)}} = \prod_{i=1}^{N_k} e^{j2\pi\frac{C_i^{(k)} + \xi^{(k)}}{N}} = e^{j2\pi\frac{N\xi^{(k)}}{N}} \prod_{i=1}^{N_k} e^{j2\pi\frac{C_i^{(k)}}{N}} \quad (18)$$

进而可得到该用户 CFO 的闭式估计:

$$e^{j2\pi\frac{N\xi^{(k)}}{N}} = \frac{\prod_{i=1}^{N_k} \lambda_i}{\prod_{i=1}^{N_k} e^{j2\pi\frac{C_i^{(k)}}{N}}} \quad (19)$$

从而通过这 N_k 个特征值及相应的特征向量,可同时得到该用户 CFO 及 DOA 的闭式联合估计.需要特别说明的是,文献[5]仅仅利用空域 DOA 信息来区分用户,因此为了得到各用户的 CFO 估计,还需要对每个用

户的信号空间进行 SVD 分解和一维搜索. 相比之下, 由于本文利用了各用户在频域是天然正交的特点, 在对辅助矩阵特征值分解后, 每个子载波处的有效 CFO 和相应用户的 DOA 是一一对应的, 从而可在低复杂度的条件下同时得到各用户 DOA 及 CFO 的联合估计.

5 算法分析

5.1 可辨识性分析

上节指出, 对式(15)应用 DOA 矩阵法求解的前提条件为矩阵 \mathbf{B} 满足列满秩, 本小节将就矩阵 \mathbf{B} 的列满秩条件展开讨论, 并给出矩阵 \mathbf{B} 列满秩的充分条件.

首先讨论基站端天线数和用户数的关系满足 $M \geq K$ 时的情况, 则对于 $M \times N_{\text{sum}}$ 维矩阵 \mathbf{A} , 其秩为 K . 由于 $[\mathbf{a}^{(1)}, \mathbf{a}^{(2)}, \dots, \mathbf{a}^{(K)}]$ 可组成 $M \times K$ 阶列满秩范德蒙矩阵, 因此 $\mathbf{a}^{(k)}$ 相互之间满足线性无关, 从而各子矩阵 $\mathbf{A}^{(k)}$ 的张成空间是无交连的.

此外, 矩阵 \mathbf{B} 可由 K 个子矩阵组成, 即:

$$\mathbf{B} = [\mathbf{B}^{(1)}, \mathbf{B}^{(2)}, \dots, \mathbf{B}^{(K)}] \quad (20)$$

其中 $ML \times N_k$ 阶子矩阵

$$\mathbf{B}^{(k)} = [(\mathbf{A}^{(k)})^T, (\mathbf{A}^{(k)} \boldsymbol{\Phi}^{(k)})^T, \dots, (\mathbf{A}^{(k)} (\boldsymbol{\Phi}^{(k)})^{L-1})^T]^T.$$

即 $\mathbf{A}^{(k)}$ 组成了 $\mathbf{B}^{(k)}$ 的前 M 行子矩阵, 由于 $\mathbf{A}^{(k)}$ 之间无交连, 从而 $\mathbf{B}^{(k)}$ 之间亦是无交连的, 因此 $\text{rank}(\mathbf{B}) = \sum_{k=1}^K \text{rank}(\mathbf{B}^{(k)})$, 从而当各子矩阵 $\mathbf{B}^{(k)}$ 均满足列满秩时, 矩阵 \mathbf{B} 亦列满秩.

对于 $\mathbf{B}^{(k)}$ 矩阵, 其各子矩阵 $\mathbf{A}^{(k)} (\boldsymbol{\Phi}^{(k)})^l$ ($l = 0, 1, \dots, L-1$) 的秩为 1, 将 $\mathbf{B}^{(k)}$ 的 $1, 1+M, \dots, 1+(L-1)M$ 行可组成 $L \times N_k$ 维范德蒙矩阵, 从而 $\text{rank}(\mathbf{B}^{(k)}) = \min(L, N_k)$, 即 $\mathbf{B}^{(k)}$ 列满秩的条件为 $L \geq N_k$. 从而, 当 $L \geq \max(N_k)$ 时, 各子矩阵 $\mathbf{B}^{(k)}$ 均可列满秩. 综上可以得到当满足 $M \geq K$ 时, 矩阵 \mathbf{B} 列满秩的充分条件为:

$$L \geq \max(N_k) \quad (21)$$

以下考虑 $M < K$ 时的情况, 此时 $\mathbf{a}^{(k)}$ 组成的 $M \times K$ 阶范德蒙矩阵 $[\mathbf{a}^{(1)}, \mathbf{a}^{(2)}, \dots, \mathbf{a}^{(K)}]$ 不满足列满秩条件, 即 $\mathbf{a}^{(k)}$ 之间不再线性无关. 此时矩阵 \mathbf{A} 的秩为 M , 即 \mathbf{A} 矩阵的任意 M 个互不相同的列矢量 $\mathbf{a}^{(k)}$ 可构成 \mathbf{A} 矩阵列空间的一组基向量, 其他 $K-M$ 个不同的列矢量均可由该基向量线性组成. 此时由于子矩阵 $\mathbf{A}^{(k)}$ 的张成空间已不满足无交连条件, 式(20)中 \mathbf{B} 的子矩阵 $\mathbf{B}^{(k)}$ 之间亦不满足无交连条件, 从而即使各 $\mathbf{B}^{(k)}$ 均满足列满秩时, 矩阵 \mathbf{B} 不一定达到列满秩, 即此时式(21)不再适用.

为此, 为了得到矩阵 \mathbf{B} 列满秩的条件, 构造以下 M

$\times (\sum_{k=1}^M N_k + M \sum_{k=M+1}^K N_k)$ 维矩阵:

$$\hat{\mathbf{A}} = [\hat{\mathbf{A}}^{(1)}, \hat{\mathbf{A}}^{(2)}, \dots, \hat{\mathbf{A}}^{(M)}] \quad (22)$$

其中 $\hat{\mathbf{A}}^{(m)}$ 由 $N_m + \sum_{k=M+1}^K N_k$ 个相同的列矢量 $\mathbf{a}^{(m)}$ 组成.

令 $\hat{\boldsymbol{\Phi}}^{(m)} = \text{diag}\{\boldsymbol{\Phi}^{(m)}, \boldsymbol{\Phi}^{(M+1)}, \boldsymbol{\Phi}^{(M+2)}, \dots, \boldsymbol{\Phi}^{(K)}\}$, 接着进一步构造辅助证明矩阵:

$$\hat{\mathbf{B}} = [\hat{\mathbf{B}}^{(1)}, \hat{\mathbf{B}}^{(2)}, \dots, \hat{\mathbf{B}}^{(M)}] \quad (23)$$

其中子矩阵:

$$\hat{\mathbf{B}}^{(m)} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{A}}^{(m)} \\ \hat{\mathbf{A}}^{(m)} \hat{\boldsymbol{\Phi}}^{(m)} \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{A}}^{(m)} (\hat{\boldsymbol{\Phi}}^{(m)})^{L-1} \end{bmatrix} = [\mathbf{B}^{(m)}, \hat{\mathbf{B}}_{M+1}^{(m)}, \dots, \hat{\mathbf{B}}_K^{(m)}] \quad (24)$$

其中 $\hat{\mathbf{B}}^{(m)}$ 的子矩阵 $\hat{\mathbf{B}}_k^{(m)}$ ($k > M$) 为:

$$\hat{\mathbf{B}}_k^{(m)} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{(m)} \\ \mathbf{A}^{(m)} \boldsymbol{\Phi}^{(k)} \\ \vdots \\ \mathbf{A}^{(m)} (\boldsymbol{\Phi}^{(k)})^{L-1} \end{bmatrix} \quad (25)$$

可以发现, 辅助矩阵 $\hat{\mathbf{B}}$ 的结构与 $M = K$ 时矩阵 \mathbf{B} 的结构一致, 对于式(23), 由于 $\hat{\mathbf{A}}^{(m)}$ ($m = 1, 2, \dots, M$) 之间无交连, 因此辅助矩阵 $\hat{\mathbf{B}}$ 的各子矩阵亦无交连. 从而, 利用本小节上文针对 $M \geq K$ 情况的讨论结果, 可以得到辅助矩阵 $\hat{\mathbf{B}}$ 列满秩的充分条件为:

$$L \geq \max(N_m + \sum_{k=M+1}^K N_k) = \max(N_m) + \sum_{k=M+1}^K N_k, \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (26)$$

接下来, 将证明当辅助矩阵 $\hat{\mathbf{B}}$ 列满秩时, 矩阵 \mathbf{B} 亦列满秩.

如果 $[\cdot]_i$ 表示矩阵的第 i 列矢量, 那么矩阵 $\mathbf{B}^{(k)}$ 的第 i 列矢量可表示为:

$$[\mathbf{B}^{(k)}]_i = [(\mathbf{a}^{(k)})^T, (\mathbf{a}^{(k)})^T e^{j2\pi\theta_i^{(k)}}, \dots, (\mathbf{a}^{(k)})^T e^{j2\pi(L-1)\theta_i^{(k)}}]^T \quad (27)$$

对于 $k > M$, 由于 $\mathbf{a}^{(k)}$ 之间的线性相关, 那么存在不全为零的一组数 k_m ($m = 1, 2, \dots, M$), 有 $\mathbf{a}^{(k)} = \sum_{m=1}^M k_m \mathbf{a}^{(m)}$, 从而上式可转变为:

$$[\mathbf{B}^{(k)}]_i = \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^M k_m \mathbf{a}^{(m)} \\ \sum_{m=1}^M k_m \mathbf{a}^{(m)} e^{j2\pi\theta_i^{(k)}} \\ \vdots \\ \sum_{m=1}^M k_m \mathbf{a}^{(m)} e^{j2\pi(L-1)\theta_i^{(k)}} \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^M k_m \begin{bmatrix} \mathbf{a}^{(m)} \\ \mathbf{a}^{(m)} e^{j2\pi\theta_i^{(k)}} \\ \vdots \\ \mathbf{a}^{(m)} e^{j2\pi(L-1)\theta_i^{(k)}} \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^M k_m [\hat{\mathbf{B}}_k^{(m)}]_i \quad (28)$$

式(28)表明,子矩阵 $\mathbf{B}^{(k)}$ ($k > M$) 的任一列向量可由 $\hat{\mathbf{B}}_k^{(1)}, \hat{\mathbf{B}}_k^{(2)}, \dots, \hat{\mathbf{B}}_k^{(M)}$ 相应的列向量线性组成,即:

$$\mathbf{B}^{(k)} = \sum_{m=1}^M k_m \hat{\mathbf{B}}_k^{(m)} \quad (29)$$

式(29)表明 $\mathbf{B}^{(k)}$ ($k = M+1, M+2, \dots, K$) 可分别由相应的 M 个矩阵 $\hat{\mathbf{B}}_k^{(m)}$ ($m = 1, 2, \dots, M$) 的空间线性组成. 结合式(23)、(24), 当 $\hat{\mathbf{B}}$ 矩阵满秩时, 即 $\hat{\mathbf{B}}$ 各列向量线性无关, 各子矩阵 $\mathbf{B}^{(m)}$ ($m = 1, 2, \dots, M$), $\hat{\mathbf{B}}_k^{(m)}$ ($k = M+1, M+2, \dots, K, m = 1, 2, \dots, M$) 总共 $M + M(K - M)$ 个子矩阵均列满秩, 而且各自张成的空间无交连. 从而可知, 不仅每个 $\mathbf{B}^{(k)}$ 列满秩, 而且 $K - M$ 个 $\mathbf{B}^{(k)}$ ($k = M+1, M+2, \dots, K$) 和 M 个 $\mathbf{B}^{(m)}$ ($m = 1, 2, \dots, M$) 之间均无交连, 即此时 \mathbf{B} 的 K 个子矩阵 $\mathbf{B}^{(k)}$ ($k = 1, 2, \dots, K$) 均满足列满秩及无交连, 从而 \mathbf{B} 亦列满秩. 由此, 可以得到当 $M < K$ 时, 矩阵 \mathbf{B} 列满秩的充分条件为:

$$L \geq \max(N_m) + \sum_{k=M+1}^K N_k, \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (30)$$

式(30)表明, 在当前用户的排列 (N_1, N_2, \dots, N_K) 下, 满足式(30)则能够使得矩阵 \mathbf{B} 列满秩. 考虑排列的任意性, L 只需满足各种排列情况下式(30)右边表达式的最小值即可.

从而将各用户按照分配的子载波数从大到小排列如下:

$$c_1, c_2, \dots, c_K \quad (N_{c_k} \geq N_{c_{k+1}})$$

综合本小节两种情况下的讨论结果, 以下给出矩阵 \mathbf{B} 的列满秩充分条件:

$$\begin{cases} L \geq N_{c_1}, & M \geq K \\ L \geq N_{c_1} + \sum_{k=M+1}^K N_{c_k}, & M < K \end{cases} \quad (31)$$

式(31)表明, L 的充分条件与当前系统的子载波分配情况相关, 从而基站端在保证矩阵 \mathbf{B} 列满秩的条件下, 可通过参数 L 的改变来调整估计中矩阵的维数大小, 从而达到动态调整运算复杂度的效果.

与常规用于相干源的空间平滑算法类似, 在满足算法可辨识性的基础上, 本文方法通过信号空间维数的减小来降低估计运算复杂度, 同时对低维信号空间在时域进行平滑处理, 以此来保证估计精度. 仿真结果验证了该方法可以在低复杂度的同时获得比文献[5]更好的估计精度, 在高信噪比情况下尤为明显. 此外不难看出, 本文平滑方法与常规的前向平滑最为相似, 因此, 借鉴后向空间平滑以及更一般的加权空间平滑思想, 可以将本文的前向时域平滑方法进行推广, 在时空两维进行加权平滑处理, 从而可进一步提高估计精度.

5.2 复杂度分析

针对同一系统, 本小节将对本文方法和文献[5]方

法的估计运算复杂度进行分析和对比. 对于文献[5], 计算两个相关矩阵的运算量为 $O(2N^2(M-1)^2L_s)$, 计算辅助矩阵需要运算量 $O(2N^3(M-1)^3)$, 辅助矩阵的特征值分解需要运算量 $O(N^3(M-1)^3)$, 对 K 个用户的信号空间进行 SVD 分解需要运算量 $\sum_{k=1}^K O(N(M-1)N_k^2) \geq O(N^3(M-1)/K)$, 对 K 个用户的 CFO 进行一维搜索需要运算量 $\sum_{k=1}^K O(N_s(N(M-1) - N_k)N) = O(N_sN(KN(M-1) - N_{\text{sum}}))$, 其中 N_s 表示 CFO 搜索的点数, 如果以 0.01 为搜索间隔, 搜索范围为 ± 0.5 , 则 $N_s = 100$. 因此在满负载系统中, 文献[5]总的复杂度可以表示为:

$$O(2N^2(M-1)^2L_s) + O(3N^3(M-1)^3) + O(N^3(M-1)/K) + O(N_sN^2(KM - K - 1))$$

对于本文方法, 在计算两个相关矩阵时, 由于其与常规的空间平滑相似, 所需要的运算量为 $O(2M^2L(N-1)L_s)$, 计算辅助矩阵需要 $O(2M^3L^3)$, 辅助矩阵的特征值分解需要 $O(M^3L^3)$. 因此本文方法总的复杂度可以表示为: $O(2M^2L(N-1)L_s) + O(3M^3L^3)$.

假设 $M = 4, K = 4, L = 16$, 当 $N = 64, L_s = 64$ 时, 本文方法的运算量是文献[5]的 9.3%, 当 $N = 256, L_s = 256$ 时, 该比例降至 1.9%, 可见本文方法的运算复杂度远远低于文献[5], 而且随着总子载波个数 N 的增长, 本文方法运算复杂度的优势将更加明显.

6 仿真

仿真中 OFDMA 系统采用如下参数, 子载波个数 $N = 64$. 基站端 ULA 阵元间距为半波长 $d = \lambda/2$. 采用归一化的均方根误差 (Normalized RMSE) 来评估频偏估计的性能, 定义如下:

$$\text{RMSE}_{\text{CFO}} = \sqrt{\frac{1}{KI} \sum_{\rho=1}^I \sum_{k=1}^K [\tilde{\xi}_{\rho}^{(k)} - \xi^{(k)}]^2}$$

其中 I 为 Monte Carlo 次数, $\tilde{\xi}_{\rho}^{(k)}$ 为第 ρ 次试验对用户 k 的实际归一化频偏 $\xi^{(k)}$ 的估计.

假设用户数 $K = 4$, 系统采用满负载方式, 各用户分配的子载波数为 $N/K = 16$. 图 1 给出了归一化 CFO 的估计均方根误差随信噪比的变化曲线, 其中估计所用符号数 $L_s = 64$. 结果表明, 随着信噪比的提高和天线个数的增加, CFO 估计性能会逐步提升. 此外, 图中还给出在相同系统中文献[5]的估计曲线, 两族曲线的对比表明, 本文方法可在低复杂度的条件下获得比文献[5]更好的估计精度, 从而验证了本文方法的优越性.

图 2 给出了估计性能随着 L 的变化曲线, 其中估计符号数 $L_s = 100$, SNR = 20dB, 各用户分配 16 个子载

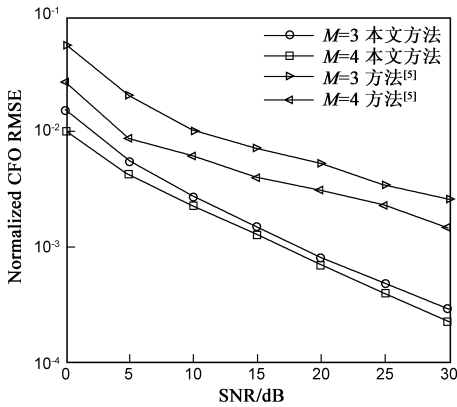
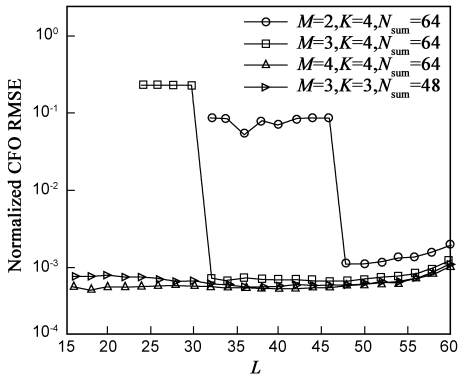


图1 阵元个数对CFO估计性能的影响

图2 L 值对CFO估计性能的影响

波.则当 $K=4$ 时, $N_{\text{sum}}=64$, 即系统满负载. 当 $K=3$ 时, $N_{\text{sum}}=48$, 此时系统非满负载. 通过式(31)可知, 当 $K=4$ 时, 如果阵元数 M 分别为 2、3 和 4, L 的下限分别为 48、32 和 16. 当 $K=3$ 和 $M=3$ 时, L 的下限为 16. 从图中可以看出, 在 $K=4$ 的曲线中, 如果 $M=4$, 估计性能在 $L \geq 16$ 区间基本保持不变, 而如果 $M=2$ 和 3, 估计曲线则分别在 $L=48$ 和 32 时会发生突变. 当 $M=3$ 和 $K=3$ 时, 估计性能也基本在 $L \geq 16$ 区间保持不变, 从而验证了式(31)的有效性.

7 结论

针对现有 OFDMA 上行链路 CFO 估计方法的诸多问题, 基于基站端多天线空域快拍丈量具有的旋转不变性, 本文提出一种低复杂度的 OFDMA 上行链路载频偏估计方法, 该方法不仅支持系统满负载和任意子载波分配方案, 而且可以根据当前系统负载动态调整估计运算复杂度. 分析和仿真结果均验证了该方法的有效性.

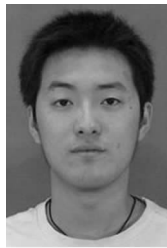
参考文献:

- [1] BEEK J J, BORJESSON P O, BOUCHERET M L. A time and frequency synchronization scheme for multiuser OFDM [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 1999, 17 (11): 1900 - 1914.
- [2] MORELLI M. Timing and frequency synchronization for the u-

plink of an OFDMA system [J]. IEEE Transactions on Communications, 2004, 52(2): 296 - 306.

- [3] PUN M O, MORELLI M, KUO J. Maximum-likelihood synchronization and channel estimation for OFDMA uplink transmissions [J]. IEEE Transactions on Communications, 2006, 54 (4): 726 - 736.
- [4] CAO Z R, TURELI U, YAO Y D. Deterministic multiuser carrier-frequency offset estimation for interleaved OFDMA uplink [J]. IEEE Transactions on Communications, 2004, 52(9): 1585 - 1594.
- [5] WANG H M, YIN Q Y, DING L, et al. Multiuser carrier frequency offset estimation for OFDMA uplink with generalized carrier assignment scheme [A]. Proceedings IEEE GLOBECOM Conference [C]. Piscataway, NJ, USA; IEEE Press, 2008. 1 - 5.
- [6] YIN Q Y, NEWCOMB R, ZOU L. Estimating 2-D angle of arrival via two parallel linear array [A]. Proceedings IEEE ICASSP Conference [C]. Piscataway, NJ, USA; IEEE Press, 1989. 2803 - 2806.
- [7] PEDERSEN K, MOGENSEN P. A stochastic model of the temporal and azimuthal dispersion seen at the base station in outdoor propagation environments [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2000, 49(3): 437 - 447.
- [8] OESTGES C, ERCEG V, PAULRAJ A J. A physical scattering model for MIMO macrocellular broadband wireless channels [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2003, 21(6): 721 - 729.
- [9] LI J, KETAIEF K B, CAO Z R. Co-channel interference cancellation for space-time coded OFDM systems [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2003, 2(1): 41 - 49.

作者简介:



张渭乐 男, 1984 年 10 月出生于陕西省渭南市, 现为西安交通大学信息工程研究所博士研究生. 主要研究方向为协作通信、OFDM、无线传感器网络、MIMO 等.

E-mail: wlzhang1984@gmail.com



殷勤业 男, 1950 年出生于江苏省南京市. 西安交通大学教授、博士生导师, 主要研究方向为空间谱估计、智能天线、神经网络理论及应用、时频分析等.

E-mail: qyqin@mail.xjtu.edu.cn

