

基于解析轮廓波变换的图像稀疏表示 及其在压缩传感中的应用

练秋生, 陈书贞

(燕山大学信息科学与工程学院, 河北秦皇岛 066004)

摘 要: 提出了具有平移不变性的低冗余度解析轮廓波变换. 在该变换中圆对称滤波器组首先将图像分解为多个不同分辨率的细节子带和一个低频子带, 再对细节子带进行希尔伯特变换形成二维解析信号. 最后用方向滤波器组对二维解析信号进行分解, 实现具有平移不变性多尺度多方向的解析轮廓波变换. 解析轮廓波变换基函数的实部和虚部与 Gabor 小波的实部和虚部类似, 符合人眼视觉特性. 实验结果表明解析轮廓波变换在图像去噪和压缩传感方面具有明显优势.

关键词: 轮廓波变换; 解析信号; 平移不变性; 压缩传感

中图分类号: TN911.73 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2010) 06-1293-06

Sparse Image Representation Using the Analytic Contourlet Transform and Its Application on Compressed Sensing

LIAN Qiu-sheng, CHEN Shu-zhen

(Institute of Information Science and Technology, Yanshan University, Qinhuangdao, Hebei 066004, China)

Abstract: The translation invariant analytic contourlet transform with low redundancy is proposed. In this transform, the circular symmetric filter banks decomposes image into multi-resolution detail subbands and one low-frequency subband, then the detail subbands are processed by Hilbert transform to generate two dimensional analytic signals. At last, the analytic signals are decomposed by directional filter bank to implement analytic contourlet transform with multi-scale, multi-direction, and translation invariant property. The real part and imaginary part of the analytic contourlet basis functions resemble Gabor wavelet, and conform well to the human visual system. The experiments show that the analytic contourlet transform can achieve higher performance in image denoising and compressed sensing.

Key words: contourlet transform; analytic signal; translation invariant; compressed sensing

1 引言

稀疏表示在图像去噪、图像复原、图像修复、超分辨率及压缩传感等反问题求解中具有至关重要的作用^[1,2]. 小波变换是最常用的稀疏表示方法, 它对具有点奇异性信号提供最稀疏表示. 而对于二维图像信号, 其奇异性主要是由边缘和轮廓产生. 由于常用的二维小波是由两个一维正交小波的张量积形成, 其方向选择性非常有限(只有水平、垂直、对角线三个方向), 它不能以最稀疏的方式表示图像的轮廓及边缘信息, 小波不是表示图像的最优基^[3], 这就使得小波变换在处理二维图像时表现出一定的局限性. 为此近年来人们提出了一系列多尺度几何分析方法(Multi-scale Geometric Analysis,

MGA). 目前人们提出的 MGA 可分为两大类: 与图像内容自适应的 MGA 和与图像内容无关的 MGA. 自适应 MGA 包括 wedgelet、directionlet、bandelet 和 grouplet^[3]等, 它们的基函数随图像内容变化, 适用于图像压缩. 自适应 MGA 的缺陷是不具备平移不变性. 另外一类与图像内容无关的 MGA 主要包括 ridgelet、curvelet^[4]、contourlet^[5]和 shearlet^[6]. Ridgelet 变换是表示具有直线边缘图像的最优基, curvelet 是脊波的推广, 它结合了分块 ridgelet 变换和子带分解算法, 具有良好的空域和频域局部性及非线性逼近性能, 是表示具有二阶可微的平滑曲线边缘图像的最优基. 借鉴 curvelet 的思想, Do 等提出了一种低冗余度多分辨率多方向图像变换, 即轮廓波变换(contourlet transform), 它继承了 curvelet 变换的诸多优

点,而冗余度远低于 curvelet. Shearlet 变换具有与 contourlet 类似的频带划分,它由拉普拉斯塔式分解和剪切滤波器组实现.轮廓波变换存在的明显不足是它的基函数正则性低,存在频谱混淆现象,从而削弱了频域局部性和方向选择性.针对轮廓波变换的缺陷,文献[7,8]利用圆周对称多分辨率分解和方向滤波器组构造了频域圆周对称轮廓波变换,它消除了 contourlet 变换存在的频谱混淆现象,具有更好的频域局部性,稀疏性比 contourlet 更强. Curvelet、shearlet 和 contourlet 本身都不具备平移不变性,而平移不变性的稀疏变换对解决图像反问题具有重要意义,它们在图像去噪、图像复原、图像修复、超分辨率及压缩传感等方面的性能均优于平移变化的稀疏变换.为获得平移不变性,文献[9]利用非抽样拉普拉斯塔式分解和非抽样方向滤波器组构造了冗余度为 $1 + \sum_{j=1}^J 2 l_j$ (l_j 为第 j 尺度方向滤波级数) 的非抽样轮廓波变换 (NonSubsampled Contourlet Transform, NSCT); 文献[10]利用四个不同的拉普拉斯塔式分解和非抽样方向滤波器组构造了一种平移不变轮廓波变换 (Translation Invariant Contourlet Transform, TICT), 冗余度比 NSCT 更高,约为 NSCT 的四倍; 文献[11]利用非抽样拉普拉斯塔式分解和剪切滤波器组构造了冗余度与 NSCT 相同的非抽样 shearlet 变换 (NonSubsampled Shearlet Transform, NSST).

为降低平移不变轮廓波变换的冗余度,本文在文献[7,8]的基础上利用二维希尔伯特变换 (2D Hilbert transform) 构造了一种低冗余度且具有平移不变性的解析轮廓波变换 (Analytic Contourlet Transform, ACT), 并将 ACT 应用于图像去噪和压缩传感, 获得了良好效果.

2 圆对称轮廓波变换

轮廓波变换能够稀疏表示具有二阶可微的平滑曲线边缘图像,它由拉普拉斯塔式分解和方向滤波器组 (directional filter banks, DFB) 实现.拉普拉斯塔式分解把原始图像分解为低频子带和高频子带,高频子带再经过方向滤波器组分解为 2^i 个方向子带.在实现轮廓波变换时,拉普拉斯塔式分解中的低通和高通滤波器的带宽大于 $\pi/2$,根据多抽样率理论,对滤波后的图像进行隔行隔列下抽样会产生频谱混淆,因此低频和高频子带均有频谱混淆现象.而各方向子带是由高频子带经过 DFB 形成,这意味着方向子带也同样存在频谱混淆现象.为去除轮廓波变换的频谱混淆现象,增强它的方向选择性,文献[7]中利用遗传算法设计了符合完全重构条件的圆对称滤波器组来实现圆对称轮廓波变换.由于滤波器组中的低通滤波器带宽小于 $\pi/2$,因此它能有效去除塔式分解中低频和高频子带的频谱混淆

现象.文献[8]对文献[7]进行改进,它对塔式分解中频率最高的子带进行细分,提高了圆对称轮廓波变换的稀疏性.图1是文献[8]设计的第二类圆对称轮廓波变换的原理图及其频带划分,其冗余度为 2.33.

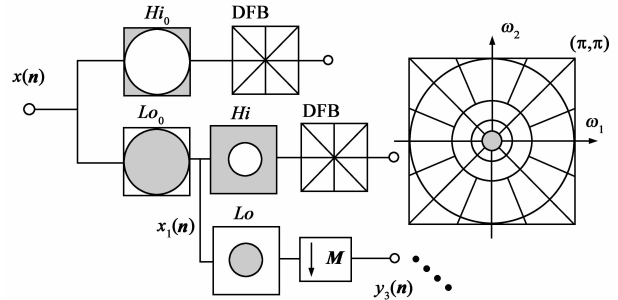


图1 圆对称轮廓波变换的原理图及其频带划分

3 解析轮廓波变换

从图1可看出,塔式分解的前两级由于没有下抽样操作,因此前两级高频子带是平移不变的.从第三级开始需要对低频子带进行隔行隔列下抽样操作,根据多分辨率抽样的基本关系可得出低频子带 y_3 的频域表达式:

$$Y_3(\boldsymbol{\omega}) = \frac{1}{4} X_1(\mathbf{M}^{-T}\boldsymbol{\omega}) Lo(\mathbf{M}^{-T}\boldsymbol{\omega}) + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^3 X_1(\mathbf{M}^{-T}\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\pi}_i) Lo(\mathbf{M}^{-T}\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\pi}_i) \quad (1)$$

式中 $Y_3(\boldsymbol{\omega})$ 为 $y_3(n)$ 的傅立叶变换, $\mathbf{n} = (n_1, n_2)^T$, $\mathbf{M}^{-T} = (\mathbf{M}^T)^{-1} = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{\pi}_1 = (\pi, 0)^T$, $\boldsymbol{\pi}_2 = (0, \pi)^T$, $\boldsymbol{\pi}_3 = (\pi, \pi)^T$, $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2)^T$. 由于 Lo 的频域支撑区是半径小于 $\pi/2$ 的圆形区域,式(1)中后三项已移到 $[-\pi, \pi]^2$ 之外的区域,因此式(1)可以简化为:

$$Y_3(\boldsymbol{\omega}) = \frac{1}{4} X_1(\boldsymbol{\omega}/2) Lo(\boldsymbol{\omega}/2) \quad (2)$$

对 $x(n)$ 进行平移 \mathbf{n}_0 得 $x'(n) = x(n - \mathbf{n}_0)$, $x'_1(n) = x_1(n - \mathbf{n}_0)$, 子带 y_3 的频域表达式变为:

$$Y'_3(\boldsymbol{\omega}) = \frac{1}{4} X_1(\boldsymbol{\omega}/2) Lo(\boldsymbol{\omega}/2) e^{-j\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{n}_0/2} \quad (3)$$

对式(2)和式(3)进行傅立叶逆变换得: $y'_3(n) = y_3(n - \mathbf{n}_0/2)$, 即子带 y_3 具有平移不变性,图像像素的平移对应变换系数的平移.用同样的方法可证明子带 y_4, y_5, \dots, y_j 也具有平移不变性.这表明尽管塔式分解中存在下抽样操作,但由于低通滤波器的带宽小于 $\pi/2$,圆对称轮廓波变换中的塔式分解具有平移不变性.另一方面由于 DFB 本身存在下抽样操作并且各方向子带对应的等效滤波器是非严格带限的,DFB 不具备平移不变性,从而使得圆对称轮廓波变换也不具备平移不变性.

对圆对称轮廓波变换进行改进使其具有平移不变性最简便的方法是按照与 NSCT 同样的方式将图1中

的 DFB 换成非抽样方向滤波器组,但其代价是冗余度太高.另一种方式是将 DFB 换成复数方向滤波器组^[11],即与双树复数小波类似,设计两个并行的方向滤波器组,后一组 DFB 的冲击响应近似为前一组 DFB 平移 1/2 后形成.这种方法的缺点是 DFB 的设计过程复杂,并且不能满足线性相位条件.本文的设计方法是直接构造二维解析信号,利用文献[8]设计的具有线性相位的 DFB 对二维解析信号进行方向分解以获得平移不变性.该方法的优点是保持了原来 DFB 的线性相位特性,并且无需设计新的 DFB.

二维信号 $x(\mathbf{n})$ 对应的解析信号 $x_a(\mathbf{n})$ 定义为:

$$x_a(\mathbf{n}) = x(\mathbf{n}) + j\hat{x}(\mathbf{n}) \quad (4)$$

式中 $j^2 = -1$, $\hat{x}(\mathbf{n})$ 为 $x(\mathbf{n})$ 的二维 Hilbert 变换:

$$\hat{x}(\mathbf{n}) = HT(x(\mathbf{n})) \quad (5)$$

二维 Hilbert 变换可在频域用二维 FFT 实现:

$$\hat{x}(\mathbf{n}) = \text{FFT}_2^{-1}(H_t(\boldsymbol{\omega})\text{FFT}_2(x(\mathbf{n}))) \quad (6)$$

式中 $H_t(\boldsymbol{\omega})$ 为二维 Hilbert 变换的频域模板.需要注意的是二维信号的 Hilbert 变换与一维信号不同,它的定义不是唯一的,即 $H_t(\boldsymbol{\omega})$ 有多种选择,本文选用文献[12]设计的模板实现二维 Hilbert 变换.

解析信号 $x_a(\mathbf{n})$ 的的频谱在上半平面上为 $X(\boldsymbol{\omega})$ 的两倍,在下半平面上为 0,即:

$$X_a(\boldsymbol{\omega}) = \begin{cases} 2X(\boldsymbol{\omega}), & \omega_2 \geq 0, |\omega_1| + |\omega_2| \neq 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

由于扇形滤波器组(Fan filter bank, FFB)是 DFB 的基本组成单元^[5],如果能证明解析信号通过 FFB 是平移不变的,则解析信号通过 DFB 进行方向分解也具有平移不变性.

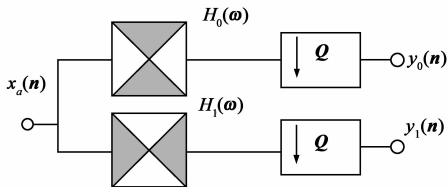


图2 扇形滤波器组的原理图

图2给出了扇形滤波器组的原理图,图中 Q 为菱形抽样矩阵:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

图2将二维解析信号 $x_a(\mathbf{n})$ 分解为垂直子带 $y_0(\mathbf{n})$ 和水平子带 $y_1(\mathbf{n})$,根据多分辨率抽样的基本关系可以获得 $y_0(\mathbf{n})$ 的频域表达式:

$$Y_0(\boldsymbol{\omega}) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^1 H_0(\boldsymbol{\omega}_{Qi}) X_a(\boldsymbol{\omega}_{Qi}) \quad (9)$$

式中 $\boldsymbol{\omega}_{Qi} = Q^{-T}(\boldsymbol{\omega} - 2\pi\mathbf{k}_i)$, $\mathbf{k}_0 = (0, 0)^T$, $\mathbf{k}_1 = (1, 0)^T$, Q^{-T} 表示矩阵 Q 求逆后的转置:

$$Q^{-T} = \begin{bmatrix} 1/2 & -1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

将 $\boldsymbol{\omega}_{Qi}$ 代入式(9)得:

$$Y_0(\boldsymbol{\omega}) = \frac{1}{2} H_0(Q^{-T}\boldsymbol{\omega}) X_a(Q^{-T}\boldsymbol{\omega}) + \frac{1}{2} H_0(Q^{-T}\boldsymbol{\omega} - (\pi, \pi)^T) \cdot X_a(Q^{-T}\boldsymbol{\omega} - (\pi, \pi)^T) \quad (11)$$

由于 $X_a(\boldsymbol{\omega})$ 在第三和第四象限的值为 0,并且傅立叶变换在 ω_1 和 ω_2 两个方向上均具有 2π 周期特性,因此式(11)的后一项已经移到 $[-\pi, \pi]^2$ 之外的区域,将式(7)代入式(11)得:

$$Y_0(\boldsymbol{\omega}) = H_0(Q^{-T}\boldsymbol{\omega}) X(Q^{-T}\boldsymbol{\omega}) \quad (12)$$

对 $x(\mathbf{n})$ 平移 \mathbf{n}_0 , 此时 $Y_0(\boldsymbol{\omega})$ 变为:

$$Y'_0(\boldsymbol{\omega}) = H_0(Q^{-T}\boldsymbol{\omega}) X(Q^{-T}\boldsymbol{\omega}) e^{-j\boldsymbol{\omega}^T Q^{-T}\mathbf{n}_0} \quad (13)$$

分别对式(12)和式(13)进行傅立叶逆变换得到以下关系:

$$y'_0(\mathbf{n}) = y_0(\mathbf{n} - Q^{-1}\mathbf{n}_0) \quad (14)$$

按照同样的方式可证明:

$$y'_1(\mathbf{n}) = y_1(\mathbf{n} - Q^{-1}\mathbf{n}_0) \quad (15)$$

式(14)、(15)表明解析信号通过 FFB 是平移不变的,而 FFB 是 DFB 的基本单元,因此解析信号通过 DFB 也是平移不变的.在本节的开始已经证明了圆对称塔式分解具有平移不变性,因此将圆对称塔式分解中每一个高频子带经过二维 Hilbert 变换后形成解析信号的虚部,而原有的高频子带是解析信号的实部,对实部和虚部分别通过 DFB 进行方向分解实现具有平移不变性的多分辨率多方向分解,本文称这种分解为解析轮廓波变换.图3给出了解析轮廓波变换的原理图,图中 2D-HT 代表二维 Hilbert 变换.解析轮廓波变换的每一个方向子带均有实部和虚部两部分,其冗余度是圆对称轮廓波变换的两倍(即 4.66),远小于 TICT、NSCT 和 NSST 的冗余度.

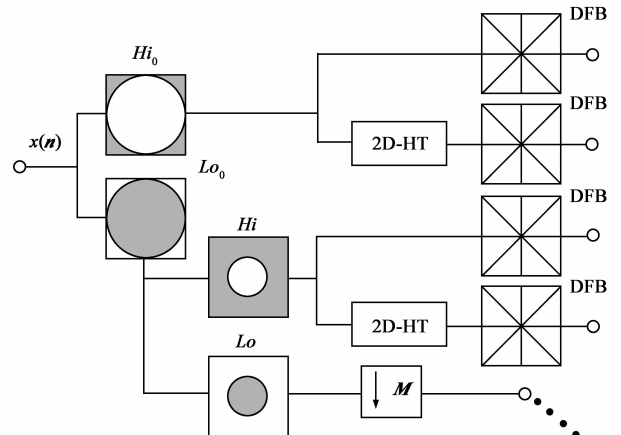


图3 解析轮廓波变换的原理图

解析轮廓波逆变换可用与图 3 对称的方式获得,只是下抽样操作应换成上抽样, Hilbert 变换用其逆变换代替. 需要说明的是二维信号经过 Hilbert 变换和逆变换并不能完全重构原始信号, 它们相差一个直流分量. 但由于在图 3 中的二维 Hilbert 变换是放在高通滤波器后, 高通滤波后的信号本身就没有直流分量, 因此二维 Hilbert 变换不会产生额外的重构误差, 解析轮廓波的重构精度与圆对称轮廓波相同.

图 4 列出了解析轮廓波在其中一个尺度和一个方向上的基函数. 从图中可以看出, 基函数的实部和虚部与 Gabor 小波的实部和虚部波形类似, 实部的波峰对应虚部的过零点, 即两者的相位相差 $\pi/2$. 从图 4(f) 可知复数基函数的频谱在下半平面为 0 (即为解析信号), 和前面的理论分析结果相符. 另外从图 4 也可看出解析轮廓波比轮廓波、curvelet、shearlet 和圆对称轮廓波更加符合人眼视觉特性. 由视觉神经生理学的基本原理可知, 大脑视觉皮层中 V1 区的简单细胞感受野可用 0° 和 90° 两种相位的 Gabor 小波来逼近, 它们分别对屋脊形和阶梯形的特定方向边缘有最优响应. 轮廓波、curvelet、shearlet 和圆对称轮廓波仅能仿真感受野相位为 0° 的简单细胞, 而解析轮廓波能比它们更全面地描述简单细胞感受野特性.

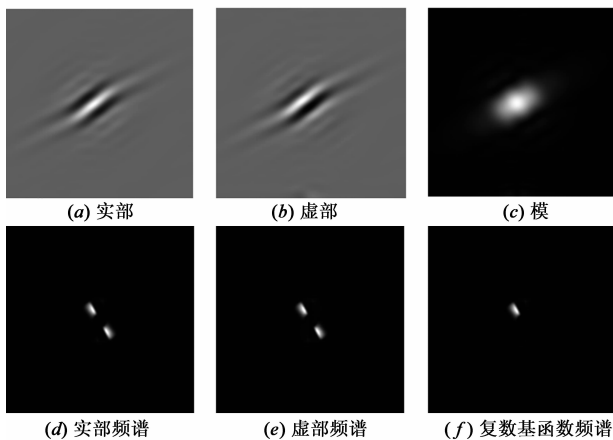


图 4 解析轮廓波变换的基函数及其频谱

为便于后文和文献[11]中构造的冗余度为 3.66 的复数方向塔式分解 (shiftable complex directional pyramid decomposition, PDTDFB) 进行比较, 本文对 ACT 进行适当改造, 使其冗余度与 PDTDFB 一致. 由于自然图像在 ACT 的最高频子带的能量分布相对较少 (最高频子带对应图 1 中 ACT 中频带分割中最外圈), 因此对最高频子带可以不进行方向分解, 或者只对其实部进行方向分解. 这两种方案的冗余度均比上节构造的 ACT 少 1, 与 PDTDFB 相同. 为便于后文描述, 本文将这两种变换称为第一类和第二类低冗余度 ACT (简称为 LACT1 和 LACT2).

4 解析轮廓波变换的稀疏性

到目前为止稀疏性度量还没有统一标准, 但人们通常利用硬阈值图像去噪效果来间接衡量图像变换的稀疏性和能量聚集性^[4~6,9~11]. 由于图像经稀疏变换后大部分有用信息集中在少量的变换系数中, 如果图像变换的稀疏性强, 则对变换系数进行硬阈值处理后保留的有用信息多, 图像去噪后的峰值信噪比 (PSNR) 高. 在实验中选用 Lena、Barbara 和 Peppers 三幅标准灰度图像作为测试图像 (本文所有测试图像均从 <http://dec-sai.ugr.es/~javier/denoise/> 获得), 图像大小为 512×512 . 测试图像迭加零均值, 均方差分别为 10、20、50 三种不同强度的白噪声. 硬阈值去噪中的阈值选取与文献[9]一致. 表 1 列出了不同稀疏变换进行硬阈值去噪后的 PSNR 值. 表中“-”表示文献[10]中没有给出 TICT 在噪声强度为 50 时的 PSNR 值.

从表 1 可以看出, TICT、NSCT、ACT 三者相比, 当噪声强度低时 (均方差为 10) TICT 获得最高的 PSNR. 当噪声均方差为 20 和 50 时, 对于纹理细节丰富的 Barbara 图像, 本文构造的 ACT 获得最高 PSNR; 而对于 Lena 和 Peppers 图像, NSCT 的 PSNR 最高. NSCT 的 PSNR 平均值比 ACT 高 0.26dB, 但

表 1 六种不同稀疏变换去噪效果比较
(表中的数值是 PSNR 值, 单位为 dB)

Image	σ	10	20	50
Lena	TICT	34.89	31.75	—
	NSCT	34.69	32.03	28.10
	ACT	34.69	31.76	27.48
	PDTDFB	33.60	30.83	26.39
	LACT1	34.66	31.75	27.46
	LACT2	34.68	31.75	27.47
Barbara	TICT	33.49	29.53	—
	NSCT	33.01	29.41	24.79
	ACT	32.79	29.46	25.06
	PDTDFB	31.12	28.06	24.31
	LACT1	31.68	28.59	24.88
	LACT2	32.66	29.37	25.02
Peppers	TICT	34.00	31.15	—
	NSCT	33.81	31.60	27.82
	ACT	33.44	31.15	27.07
	PDTDFB	32.59	30.00	26.09
	LACT1	33.24	30.92	27.03
	LACT2	33.38	31.13	27.05

ACT 的冗余度仅约为 NSCT 十分之一. 对三种相同冗余度的 PDTDFB、LACT1 和 LACT2 进行比较, 三幅图像在三种不同噪声强度下 LACT2 均获得了最高的 PSNR, LACT2 的 PSNR 的平均值比 LACT1、PDTDFB 分别高 0.26dB 和 1.06dB. LACT1 与 LACT2 两者比较, 对于纹理和边缘信息相对较少的 Lena 图像, 两者性能非常接近, 而对于纹理边缘信息较多的 Barbara 和 Peppers 图像, LACT2 的性能明显高于对最高频子带不进行方向分解的 LACT1. ACT 与 LACT2 相比, 前者的 PSNR 平均值仅比后者高 0.04dB. 以上实验结果表明 ACT 和 LACT2 的稀疏性略低于高冗余度的 NSCT, 但明显高于相同冗余度的 PDTDFB. 由于 ACT 和 LACT2 的性能相近, 而 LACT2

的冗余度比 ACT 低 1, 因此在实际应用中可以考虑选择 LACT2.

5 基于解析轮廓波变换的压缩传感

压缩传感理论是近年来信息处理领域的重大突破, 它将传感和压缩合并为一个环节, 是对传统抽样理论的重大发展^[1,2,13,14]. 传统的成像设备是先用大量的光学微传感器(如 CMOS)采集大量的像素, 再对采集的图像进行压缩以利于存储和传输. 而压缩传感利用图像表示的稀疏先验知识, 能从远小于奈奎斯特抽样率的抽样点中重构图像, 从而极大地减小成像设备的复杂度, 提高成像设备的分辨率. 理论分析结果表明^[1], 只要投影基函数和图像稀疏表示基函数不相干, 则利用自然图像稀疏表示的先验知识只需要 $O(K \log M)$ 个抽样点就可以重构像素数为 M 的 K -Sparse 图像 ($K \ll M$, K -Sparse 表示图像可用 K 个基函数逼近). 在压缩传感系统中, 一个抽样点代表一个投影值. 在实际应用中经常应用随机向量作为投影基, 这样可以保证它和图像稀疏表示的基函数不相干.

在压缩传感系统中可通过求解下列优化问题从抽样点中重构图像:

$$\hat{\alpha} = \arg \min \{ \|\alpha\|_0 + \lambda \|\Phi\Psi\alpha - y\|_2^2 \} \quad (16)$$

式中 α 为稀疏变换系数组成的向量, $\|\alpha\|_0$ 为 α 的 l_0 范数, Φ 为投影矩阵, Ψ 的每一列对应稀疏变换的一个基函数. 在本文中 Ψ 为解析轮廓波基函数构成的矩阵. 实际计算时并不需要知道 Ψ 的显式表示, $\Psi\alpha$ 可通过解析轮廓波逆变换实现. 投影算子 Φ 在实际应用时可通过数字微反射阵列(digital micromirror device, DMD)实现^[14]. 在实验仿真时可用 PDCT(Permuted discrete cosine transform)算法实现. 由于式(16)是典型的 NP-Hard 优化问题, 人们常用 l_1 范数代替 l_0 范数将其转化为凸集优化问题^[1,2]. 本文采用另外一种方法: 迭代硬阈值法(Iterated hard thresholding, IHT)求解式(16)的近似解^[15]. 对于非正交变换, IHT 算法的重构性能要优于 l_1 范数凸集优化算法. 为进一步提高图像重构质量, 本文将图像梯度的稀疏性结合到图像重构中. 图像梯度的稀疏性用全变差(Total Variation)来衡量. 每次迭代过程中硬阈值处理后用梯度下降法调整全变差, 使图像的全变差减小. 求出最优解 $\hat{\alpha}$ 后, 对 $\hat{\alpha}$ 进行解析轮廓波逆变换获得重构图像.

在压缩传感系统中, 图像的稀疏表示是影响图像重构质量的关键因素. 图像表示越稀疏, 则重构造图像所需要的抽样点越少. 在抽样点数相同的情况下, 图像表示越稀疏则重构图像的质量越高. 目前绝大部分压缩传感文献中应用正交或双正交小波进行图像稀疏表示, 只有少量的文献利用非正交冗余变换作为图像重

构的稀疏表示方法^[16]. 文献[16]提出的基于块匹配三维变换(block matching 3D transform shrinkage, BM3D)迭代收缩的图像重构算法是目前已公开发表文献中性能最优秀的算法之一. BM3D 的缺陷是计算复杂度高, 它本质上是一种三维处理算法. BM3D 算法首先要在图像中寻找与当前正在处理像素邻域相似的图像块, 并将这些图像块重新排列为 3D 数据后进行稀疏变换, 对变换系数进行 3D 硬阈值处理后再进行 3D 维纳滤波, 最后进行 3D 逆变换获得处理结果. LACT2 的计算复杂度比 BM3D 小, 其运算时间约为 BM3D 的 1/2. 表 2 给出了利用 9/7 Wavelet, BM3D 和基于 LACT2 的压缩传感图像重构质量的比较. 为了使这三种方法有可比性, 三种方法在重构图像时均加入梯度稀疏性约束条件, 用梯度下降法调整全变差, 迭代次数均为 90. 在实验仿真时试验了 10%、20%、30% 和 40% 四个不同的抽样率(抽样点数/像素数), 选用 Lena、Barbara、Peppers 和 Fingerprint 四幅标准图像作为测试图像, 图像大小为 512×512 . 从表 2 可以看出, 基于 BM3D 和 LACT2 的图像重构算法都明显优于 Wavelet. 对于 Lena 和 Peppers 图像, 当抽样率为 20% 时, 利用 LACT2 对 Lena 图像进行重构时的 PSNR 略高于 BM3D, 在其它情况下 BM3D 获得最高的 PSNR; 对于 Lena 和 Peppers 图像, BM3D 的 PSNR 均值比 LACT2 分别高 0.08dB 和 0.56dB. 而对于纹理丰富的 Barbara 和 Fingerprint 图像, LACT2 获得最高的 PSNR, 其 PSNR 均值比 BM3D 分别高 0.88dB 和 0.96dB. 四幅图像在四种抽样率下进行重构, LACT2 的 PSNR 均值比 BM3D 高 0.3dB. 图 5 给出了三种方法在抽样率为 30% 对 Barbara 图像重构结果. 从图中可以看出基于 BM3D 和 LACT2 的图像重构质量均明显高于 Wavelet. 和 BM3D 相比, LACT2 的图像重构结果视觉效果更佳, 细节更清楚. 这个实验也进一步验证了图像表示的稀疏性对压缩传感重构图像质量的重要性.

表 2 压缩传感图像重构质量的比较

(表中的数值是 PSNR 值, 单位为 dB)

Image	抽样率	10%	20%	30%	40%
Lena	Wavelet	29.61	32.88	34.80	36.18
	BM3D	30.90	34.16	36.11	37.60
	LACT2	30.77	34.20	36.08	37.39
Barbara	Wavelet	22.67	24.65	27.02	29.43
	BM3D	23.37	25.91	28.59	31.42
	LACT2	23.51	26.57	29.84	32.87
Peppers	Wavelet	29.56	32.76	34.12	35.08
	BM3D	30.93	33.86	35.20	36.21
	LACT2	30.19	33.38	34.73	35.66
Fingerprint	Wavelet	19.88	23.74	26.39	28.32
	BM3D	20.27	24.26	27.37	30.08
	LACT2	21.12	25.52	28.43	30.77



图5 抽样率为30%时三种压缩传感图像重构结果(为便于观察,图中只显示Barbara局部图像)

6 结论

为实现具有平移不变性的多尺度多方向稀疏图像表示,本文提出了由二维 Hilbert 变换和圆对称轮廓波变换构造的低冗余度解析轮廓波变换.解析轮廓波基函数的实部和虚部与 Gabor 小波的实部和虚部波形类似,它能有效描述大脑视觉皮层中 V1 区中相位为 0° 和 90° 两种相位的简单细胞感受野特性.文中给出了解析轮廓波变换在硬阈值去噪和压缩传感方面的应用实例,并取得了良好的效果.除图像去噪和压缩传感外,解析轮廓波变换有望在图像超分辨率、图像复原和修复等需要高性能图像稀疏表示的领域得到应用.

参考文献:

- [1] D L Donoho. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289 – 1306.
- [2] E J Candes, J Romberg, T Tao. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(2): 489 – 509.
- [3] S Mallat. Geometrical grouplets[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2009, 26(2): 161 – 180.
- [4] J L Starck, E J Candes, D L Donoho. The curvelet transform for image denoising[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2002, 11(6): 670 – 684.
- [5] M N Do, M Vetterli. The contourlet transform: An efficient directional multiresolution image representation[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(12): 2091 – 2106.
- [6] G Easley, D Labate, W Lim. Sparse directional image representations using the discrete shearlet transform[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2008, 25(1): 25 – 46.
- [7] 练秋生, 孔令富. 具有多方向选择性的小波构造[J]. 电子学报, 2005, 33(10): 1905 – 1909.
Lian Qiu-sheng, Kong Lin-fu. Construction of wavelet with multi-directional selectivity[J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(10): 1905 – 1909. (in Chinese)
- [8] 练秋生, 孔令富. 圆对称轮廓波变换的构造[J]. 计算机学

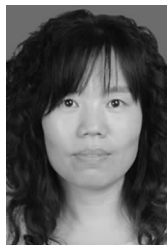
报, 2006, 29(4): 625 – 657.

- Lian Qiu-sheng, Kong Lin-fu. Construction of the circular symmetric contourlet transform[J]. Chinese Journal of Computer, 2006, 29(4): 652 – 657. (in Chinese)
- [9] A L Cunha, J Zhou, M N Do. The nonsubsampling contourlet transform: Theory, design and applications[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 15(10): 3089 – 3101.
 - [10] R Eslami, H Radha. Translation-invariant contourlet transform and its application to image denoising[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 15(11): 3362 – 3374.
 - [11] T T Nguyen, S Orintara. The shiftable complex directional pyramid, Part II: Implementation and applications[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(10): 4661 – 4672.
 - [12] C Tisse, L Martin, L Torres, M Robert. Person identification technique using human iris recognition[A]. The 15th International Conference on Vision Interface[C]. Calgary, CA: CIP-PRS, 2002. 294 – 299.
 - [13] 石光明, 刘丹华, 等. 压缩感知理论及其研究进展[J]. 电子学报, 2009, 37(5): 1070 – 1081.
Shi Guang-ming, Liu Dan-hua, et al. Advances in theory and application of compressed sensing[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(5): 1070 – 1081. (in Chinese)
 - [14] M F Duarte, M A Davenport, D Takhar, et al. Single-pixel imaging via compressive sampling[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(2): 83 – 91.
 - [15] T Blumensath, M E Davies. Iterative thresholding for sparse approximations[J]. The Journal of Fourier Analysis and Application, 2008, 14(5): 629 – 654.
 - [16] K Egiazarian, A Foi, V Katkovnik. Compressed sensing image reconstruction via recursive spatially adaptive filtering[A]. IEEE International Conference on Image Processing[C]. San Antonio, TX: IEEE, 2007. 549 – 552.

作者简介:



练秋生 男, 1969 年 8 月生于江西遂川. 博士, 现为燕山大学信息科学与工程学院教授. 获省科技进步二等奖一项, 发表论文 20 余篇. 主要研究方向为图像处理, 压缩传感及多尺度几何分析等. E-mail: lianqs@ysu.edu.cn



陈书贞 女, 1968 年 11 月生于河北定州. 现为燕山大学信息科学与工程学院副教授. 主要研究方向为图像处理, 压缩传感及生物识别等. E-mail: chen_sz818@163.com

