基于分圆类的一类伪随机二进序列偶的构造方法研究

靳慧龙,许成谦
(燕山大学信息科学与工程学院,河北秦皇岛 066004)

摘 要: 本文把"分圆类"引入到序列偶的构造中,提出了一种伪随机序列偶构造的新方法——分圆类法.利用分圆类法构造出差集偶,通过差集偶与伪随机序列偶的等价关系,进而构造出一类新的伪随机序列偶,此种序列具有很好的"0"、"1"平衡性和好的自相关度,为应用差集偶这种区组设计的方法研究伪随机序列偶提供了新的理论依据.

关键词: 信号设计;分圆类;差集偶;伪随机序列
中图分类号: TN911 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2010) 07-1608-04

The Study of Methods for Constructing a Family of Pseudorandom Binary Sequence Pairs Based on the Cyclotomic Class

JIN Hui-long, XU Cheng-qian
(*The College of Information Science and Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao, Hebei* 066004, *China*)

Abstract: In this paper, the cyclotomic classes are used in the new construction of pseudorandom sequence pairs and a new method of constructing pseudorandom sequence pairs, i.e. cyclotomic classes is presented. The difference set pairs is given by the cyclotomic classes. Then the new pseudorandom sequence pairs can be constructed by using the equivalence relation between difference set pairs and pseudorandom sequence pairs. This new binary sequences has optimum balance among 0's and 1's. As a result, the new theoretical basis for using differences set pairs to study pseudorandom sequence pairs is provided.

Key words: signal design; cyclotomic class; difference set pair; pseudorandom sequence

1 引言

具有良好相关函数特性和高线性复杂度的理想序列在通信、雷达、声纳等众多工程领域有重要的应用[1].因此序列设计一直是扩频通信、编码理论、应用数学领域学者研究的热点.

到目前为止,对于二元序列的构造,已经有了一些很好的结果,但是并不完善.上世纪六十年代,人们提出了分圆类、差集、序列的关系[2~4].C Ding 等人证明了与具有最优自相关度的二元序列对等的组合结构是具有特定参数的差集或是几乎差集[5~8].因此,在具有最优自相关度或最优自相关度级数的二元序列的构造中,组合设计方法和代数方法占有极其重要的地位,其中利用有限域上的分圆类、分圆数来构造二元序列是比较重要的方法.最佳二元阵列是一种循环相关性能很好的伪随机阵列,但对于一维阵列(序列)而言,到目前为止仍然还没有找到长度大于4的这种序列[1].人们进行了多方面的探讨,其中文献[9]提出了"偶"的概念,扩展了伪随机序列的研究领域.随着"差集偶"等的概念提出[10,11],最佳二元阵列偶与一类差集偶是等价的得到了证明,从而找到了一种最佳二元阵列偶得新方法.

本文基于差集构造序列的原理,提出了序列偶的一种新的构造方法——分圆类法,此方法是通过得到质数幂所在有限域的差集偶,利用等价关系,构造出具有好的"0"、"1"平衡性和好的自相关函数的最佳二元阵列偶(伪随机二进序列偶).目前,序列偶的构造方法主要是由已知小长度序列偶构造大长度序列偶的间接构造法[9,12],而本方法则是从无到有的直接构造法,因而可为其他构造方法提供大量的已知序列偶.

2 定义

定义 1[10] 设 v,k,k',λ 是正整数,$Z_v=\{0,1,\cdots,v-1\}$ 是模 v 剩余加群,v 是奇数,设 U 和 W 是 Z_v 上两个子集,对于其中任意的 $g\in Z$,恰好有 λ 个不同解对 (u_i,w_j),全部满足 $g\equiv(u_i-w_j) \bmod v\in Z$,其中 $u_i\in U$,$w_j\in W$,则称(U,W)为 Z_v 上的一个(v,k,k',λ)——差

收稿日期:2009-11-03;修回日期:2010-02-18
基金项目:国家自然科学基金(No.60872061,No.60971126);教育部高等学校博士学科点专项基金(No.20060216010);河北省自然科学基金(No.F20080 00855);河北省教育厅基金(No.2009458)

集偶.其中 k 和 k' 分别表示 U 和 W 中的元素的个数,即 $|U|=k$,$|W|=k'$.

定义 2 设 $a=(a_0,a_1,\cdots,a_{v-1})$ 为一个 v 长的二元{+,-}序列,U 是集合 $Z_v=\{0,1,\cdots,v-1\}$ 的一个子集,若 U 和 a 之间的关系满足以下关系,则称 U 为序列 a 的等价集,a 为集合 U 的特征序列 $a_i=\begin{cases}-, & i\in U\\ +, & i\notin U\end{cases}$.

注:本文用"+"代表"1"、"-"代表"0",以下同.

定义 3[12] 周期为 n 序列偶 (a,b) 的循环自相关函数 $R_{(a,b)}(\tau)$ 为:$R_{(a,b)}(\tau)=\sum_{i=0}^{n-1}a(i)b(i+\tau)$,$\tau=0,1,2,\cdots,n-1$,如 $R_{(a,b)}(\tau)$ 满足:

$$R_{(a,y)}(\tau)=\begin{cases}E, & \tau=0 \text{ 且 } E\neq 0,-1\\ -1, & \tau\neq 0\end{cases}\tag{1}$$

则称序列偶 (a,b) 为伪随机二进序列偶,其能量效率定义为 $\eta=E/n$.

定义 4[4] 设 $v=ef+1$ 为素幂数,F_v 为 v 阶有限域,$F_v^*=F_v\setminus\{0\}$,设 w 为 F_v 的本原元,$\varepsilon=\omega^e$,令 $H_i^e=\{w^i,w^i\varepsilon,w^i\varepsilon^2,\cdots,w^i\varepsilon^{f-1}=w^i<\varepsilon>\}$,$0\leqslant i\leqslant e-1$ 则称 $H_0^e,H_1^e,\cdots,H_{e-1}^e$ 为 F_q 的 e 阶分圆类.当无需指明 e 时,也常将 H_i^e 简记为 H_i.

定义 5 设 $v=ef+1$ 为素幂数,对 $0\leqslant i,j\leqslant e-1$,令 $(i,j)_e=|\{(x,y)\mid x\in H_i^e,y\in H_j^e,x+1=y\}|$ 或等价地 $(i,j)_e=|(H_i^e+1)\cap H_j^e|$,则称 $(i,j)_e$ 为 e 阶分圆数.当无需指明 e 时,也常将 $(i,j)_e$ 简记为 (i,j).

3 分圆类构造差集偶存在的必要条件

分圆类是构造差集偶的一个主要和有效的方法,由分圆类构造出的差集偶满足 $|U\cap W|=0$[8],且 v 为质数幂,$v=ef+1$.为了构造出具有完美"1"、"0"平衡性的伪随机二进序列偶,根据差集偶的定义,本文只取 $k=k'=(v-1)/2$;或 $k=k'\pm 1$,因为序列偶具有互换性[5],不妨取 $k=k'-1$,此时 $k-1=k'=(v-1)/2$.

注:本文以下关于差集偶含义都是如此阐述.

引理 1 设 $a=(a_0,a_1,\cdots,a_{v-1})$ 和 $b=(b_0,b_1,\cdots,b_{v-1})$ 均为 v 长的二进序列,U、W 分别为序列 a 和 b 的等价集,a 和 b 分别为集合 U、W 的特征序列:其中 $|U|=k$、$|W|=k'$、$|U\cap W|=0$.则 (U,W) 是集合 Z_v 上的一个 (v,k,k',λ)——差集偶的充分必要条件是:序列偶 (a,b) 的自相关函数具有下式所示形式.

$$R_{(a,b)}(\tau)=\sum_{i=0}^{v-1}a_ib_{i+\tau}=\begin{cases}v-2(k+k'), & \tau=0\\ -1, & \tau\neq 0\end{cases}\tag{2}$$

证明 证明见文献[10].

例 1 设 (U,W) 是一个 $(5,2,2,1)$——差集偶,其中 $U=(1,4)$,$W=(3,2)$,a 和 b 分别为集合 U、W 的特征序列(下同),则可以构造出一个三值二元伪随机序列偶 (a,b),其中 $a=(+--++)$,$b=(++---)$,其自相关函数 $R_{(a,b)}(\tau)=\sum_{i=0}^{v-1}a_ib_{i+\tau}=\begin{cases}-3, & \tau=0\\ -1, & \tau\neq 0\end{cases}$.

以上表明如果已知一个差集偶,可以构造一个完美平衡和最佳自相关的伪随机二进序列偶,而且 v 越大,其主峰所占的效率越大,其性能越优越.

第一种情况:当 $k=k'$ 时,如构成本文所阐述的差集偶,则有 $v\equiv 1(\mathrm{mod}4)$ 的必要条件.

定理 1 当 $e=2$ 时,质数幂 $v=2f+1$,$|H_0|=|H_1|=f$,如 (H_0,H_1) 构成一个差集偶,$k=f$,则有 $f=2\lambda$、$v\equiv 1(\mathrm{mod}4)$ 的必要条件.

证明 对于一个差集偶 (H_0,H_1),因为 $|H_0\cap H_1|=0$,根据定义 1,$g=(h_{0_i}-h_{1_j})\bmod v$ 的非零解总个数为 $k*k$,有 $v-1$ 种,每种有 λ 个,所以解得总个数为:$(v-1)*\lambda=2f\lambda=f^2$,$f=2\lambda$、所以有 $f=2\lambda$、$v\equiv 1(\mathrm{mod}4)$ 的必要条件.证毕.

定理 2 当 $e=4$ 时,质数幂 $v=4f+1$,$|H_0|=|H_1|=|H_2|=|H_3|=f$,如两两作并构成一个差集偶 (U,W),$k=2f$,则有 $f=\lambda$、$v\equiv 1(\mathrm{mod}4)$ 的必要条件.

证明 证明过程同定理 1 略去.证毕.

定理 3 当 $e=6$ 时,质数幂 $v=6f+1$,$|H_0|=|H_1|=|H_2|=|H_3|=|H_4|=|H_5|=f$,如三三作并构成一个差集偶 (U,W),$k=3f$,则有 $3f=2\lambda$、$v\equiv 1(\mathrm{mod}4)$ 的必要条件.

证明 证明过程同定理 1 略去.证毕.

第二种情况:当 $k=k'+1$ 时,如构成本文所定义的差集偶,则有 $v\equiv 3(\mathrm{mod}4)$ 的必要条件.

定理阐述及证明同第一种情况,略.

4 分圆类构造伪随机序列偶

定理 4 令质数幂 $v=2f+1$,如 $v\equiv 3(\mathrm{mod}4)$、f 为奇数,则 $(H_0\cup\{0\},H_1)$ 构成一个差集偶.

表 1 f 为奇数时 2 阶分圆类关系

(i,j)	0	1
0	A	B
1	A	A

证明 当 f 为奇数,此时的 2 阶分圆数的关系由表 1 给出.其中:$2A=f-1$,$B+A=f$ 对于给定的 $g\in H_k$,当 f 为奇数时,g 在 $(H_0\cup\{0\},H_1)$ 中出现的次数为

$$\Delta_k=|(H_0\cup\{0\}+g)\cap H_1|=(k,1)+|(\{0\}+g)\cap H_1|\tag{3}$$

$k=0,1$.如 $(H_0\cup\{0\},H_1)$ 构成差集偶,当且仅当 Δ_k 之间差为 ± 1.

根据表1及其对应关系：$\Delta_0=(f+1)/2$，$\Delta_1=(f-1)/2+1$，$\Delta_0=\Delta_1$，由定义1知，$(H_0\cup\{0\},H_1)$构成一个差集偶. 证毕.

例2 当 $v=11$ 时，$H_0=(0,1,3,4,5,9)$，$H_1=(2,6,7,8,10)$，$(H_0\cup\{0\},H_1)$构成一个$(11,6,5,3)$——差集偶，可以构造出一个伪随机二进序列偶(a,b)，其中 $a=(-\ -\ +\ -\ -\ -\ +\ +\ +\ -)$，$b=(+\ +\ -\ +\ +\ +\ -\ -\ -\ +\ -)$，其自相关函数 $R_{(a,b)}(\tau)=\sum_{i=0}^{10}a_ib_{i+\tau}=\begin{cases}-11,\tau=0\\-1,\tau\neq0\end{cases}$.

定理5 令质数幂 $v=2f+1$，如 $v\equiv1(\mathrm{mod}4)$、f 为偶数，则(H_0,H_1)构成一个差集偶.

证明 证明过程同定理4略去. 证毕.

例3 当 $v=13$ 时，$H_0=(1,4,3,9,12,10)$，$H_1=(2,8,6,11,5,7)$，(H_0,H_1)构成一个$(13,6,6,3)$——差集偶，可以构造出一个伪随机二进序列偶(a,b)，其 $a=(+\ -\ +\ -\ -\ +\ +\ +\ +\ -\ -\ +\ -)$，$b=(+\ +\ -\ +\ +\ -\ -\ -\ -\ +\ +\ -\ +)$其自相关函数 $R_{(a,b)}(\tau)=\sum_{i=0}^{10}a_ib_{i+\tau}=\begin{cases}-11,\tau=0\\-1,\tau\neq0\end{cases}$.

当 $e=4$ 时，只考虑$(H_0\cup H_1,H_2\cup H_3)$是否构成差集偶，因为$(H_0\cup H_2,H_1\cup H_3)$等同于 $e=2$ 时的(H_0,H_1)，其他几中情况与$(H_0\cup H_1,H_2\cup H_3)$等价. 令质数幂 $v=4f+1=p^{2m}$，其中 m 是正整数，p 为奇质数，则$(H_0\cup H_1,H_2\cup H_3)$构成差集偶当且仅当 m 为偶数或 m 为奇数且 $p\equiv1(\mathrm{mod}4)$[7].

引理2 当 $e=6$、$k=k'+1$ 时，$(H_0\cup H_2\cup H_4\cup\{0\},H_1\cup H_3\cup H_5)$等同于 $e=2$ 时$(H_0\cup\{0\},H_1)$，所以只考虑$(H_0\cup H_1\cup H_2\cup\{0\},H_3\cup H_4\cup H_5)$、$(H_0\cup H_1\cup H_3\cup\{0\},H_2\cup H_4\cup H_5)$、$(H_0\cup H_1\cup H_4\cup\{0\},H_2\cup H_3\cup H_5)$是否构成差集偶，其他几种情况与此三种差集偶等价.

证明略.

定理6 令质数幂 $v=6f+1=A^2+3B^2$，当 f 为奇数.$(H_0\cup H_1\cup H_2\cup\{0\},H_3\cup H_4\cup H_5)$ 不构成差集偶.

证明 当 f 为奇数，此时的6阶分圆数的关系由表2给出.

表2 f 为奇数时6阶分圆数的关系

(h,k)	0	1	2	3	4	5
0	(0,0)	(0,1)	(0,2)	(0,3)	(0,4)	(0,5)
1	(1,0)	(2,0)	(1,2)	(0,4)	(0,2)	(1,2)
2	(2,0)	(2,1)	(1,0)	(0,0)	(1,0)	(2,0)
3	(0,0)	(1,0)	(2,0)	(0,0)	(1,0)	(2,0)
4	(1,0)	(0,5)	(1,2)	(0,1)	(2,0)	(2,1)
5	(2,0)	(1,2)	(0,4)	(0,2)	(1,2)	(1,0)

适当选取 $GF(v)$ 的原根 w，存在非负整数 m，使得 $w^m\equiv2(\mathrm{mod}v)$，则10个基本分圆数由表3给出.

表3

	$n=0(\mathrm{mod}3)$	$n=1(\mathrm{mod}3)$	$n=2(\mathrm{mod}3)$
36(0,0)	$v-11-8A$	$v-11-2A$	$v-11-2A$
36(0,1)	$v+1-2A+12B$	$v+1+4A$	$v+1-2A-12B$
36(0,2)	$v+1-2A+12B$	$v+1-2A+12B$	$v+1-8A+12B$
36(0,3)	$v+1+16A$	$v+1+10A-12B$	$v+1+10A+12B$
36(0,4)	$v+1-2A-12B$	$v+1-8A-12B$	$v+1-2A-12B$
36(0,5)	$v+1-2A-12B$	$v+1-2A+12B$	$v+1+4A$
36(1,0)	$v-5+4A+6B$	$v-5-2A+6B$	$v-5+4A+6B$
36(2,0)	$v-5+4A-6B$	$v-5+4A-6B$	$v-5+4A-6B$
36(1,2)	$v+1-2A$	$v+1+4A$	$v+1+4A$
36(2,1)	$v+1-2A$	$v+1-8A-12B$	$v+1-8A+12B$

对于给定的 $g\in H_k$，当在 f 为偶数时，g 在$(H_0\cup H_1\cup H_2\cup\{0\},H_3\cup H_4\cup H_5)$中出现的次数为：

$$\begin{aligned}&|(H_0\cup H_1\cup H_2\cup\{0\}+g)\cap(H_3\cup H_4\cup H_5)|\\&=|(H_0+g)\cap H_3|+|(H_0+g)\cap H_4|+|(H_0+g)\cap H_5|\\&+|(H_1+g)\cap H_3|+|(H_1+g)\cap H_4|+|(H_1+g)\cap H_5|\\&+|(H_2+g)\cap H_3|+|(H_2+g)\cap H_4|+|(H_2+g)\cap H_5|\\&+|(\{0\}+g)\cap H_3|+|(\{0\}+g)\cap H_4|+|(\{0\}+g)\cap H_5|\\&=(k,3)+(k,4)+(k,5)+(k-1,2)+(k-1,3)+(k-1,4)\\&+(k-2,1)+(k-2,2)+(k-2,3)+|(\{0\}+g)\cap H_3|\\&+|(\{0\}+g)\cap H_4|+|(\{0\}+g)\cap H_5|\end{aligned}\tag{4}$$

令 Δ_k 等于上式，$k=0,1,2,3,4,5$. 如$(H_0\cup H_1\cup H_2\cup\{0\},H_3\cup H_4\cup H_5)$构成差集偶当且仅当 Δ_k 全部相等.

(1)当 $m\equiv0(\mathrm{mod}3)$

$$\Delta_0=(3-8B)/12\tag{5}$$

$$\Delta_1=3/12\tag{6}$$

$$\Delta_2=(3+8B)/12\tag{7}$$

$$\Delta_3=(-9-8B)/12\tag{8}$$

$$\Delta_4=-9/12\tag{9}$$

$$\Delta_5=(-9+8B)/12\tag{10}$$

经过计算只有 $B=0$ 时，Δ_k 全部相等. 此时 $v=6f+1=A^2$，因 f 为奇数，经计算 A 没有满足此式之值.

(2)当 $m\equiv1(\mathrm{mod}3)$时，类似 $m\equiv0(\mathrm{mod}3)$的情形，可得要满足必 $A=-B$，此时 $v=6f+1=4A^2$，与 v 为质数幂矛盾.

(3)当 $m\equiv2(\mathrm{mod}3)$时，类似 $m\equiv0(\mathrm{mod}3)$的情形，可得要满足必 $A=B$，此时 $v=6f+1=4A^2$，与 v 为质数幂矛盾.

所以$(H_0\cup H_1\cup H_2\cup\{0\},H_3\cup H_4\cup H_5)$ 不构成一个差集偶. 证毕.

定理7 令质数幂 $v=6f+1=A^2+3B^2$，设 w 为 $GF(v)$ 的原根，$w^m\equiv2$. 当 $m\equiv0(\mathrm{mod}3)$时，$A=0\mathrm{mod}2$、B

$=-3$ 且 A^2+3B^2 为质数幂;当 $m\equiv 1(\mathrm{mod}3)$ 时,$A=2$、$B=1$;当 $m\equiv 2(\mathrm{mod}3)$ 时,$A=2$、$B=-1$ 的情况下,$(H_0\cup H_1\cup H_3\cup\{0\}, H_2\cup H_4\cup H_5)$、$(H_0\cup H_1\cup H_4\cup\{0\}, H_2\cup H_3\cup H_5)$分别构成一个差集偶.

证明　类似定理 6 的证明,证明过程略去. 证毕.

例 4　当 $A=2$、$B=-3$ 时,$v=6f+1=4+27$,取 $w=3$、$m=24$,又 $3^{24}\equiv 2(\mathrm{mod}31)$、$24\equiv 0(\mathrm{mod}3)$,此时 $H_0=(1,16,8,4,2)$、$H_1=(3,17,24,12,6)$、$H_2=(9,20,10,5,18)$、$H_3=(27,29,30,15,23)$、$H_4=(19,25,28,14,7)$、$H_5=(26,13,22,11,21)$,其三三并集为:$(H_0\cup H_1\cup H_3\cup\{0\})=(0,1,16,8,4,2,3,17,24,12,6,9,20,10,5,18)$ $(H_0\cup H_1\cup H_3\cup\{0\}, H_2\cup H_4\cup H_5)$构成一个$(31,16,15,8)$——差集偶,即可构成出一个伪随机二进能序列偶$(a,b)$,其中

$a=(+\,+\,+\,+\,+\,+\,+\,-\,+\,+\,+\,-\,+\,-\,-\,-\,+\,+\,+\,-\,+\,-\,-\,-\,-\,+\,+\,+\,+\,+\,-),$

$b=(-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,+\,-\,-\,-\,+\,-\,+\,+\,+\,-\,-\,-\,+\,-\,+\,+\,+\,-\,+\,+\,+\,+\,+\,+).$

其自相关函数 $R_{(a,b)}(\tau)=\begin{cases}-31, \tau=0\\ -1, \tau\neq 0\end{cases}$.

引理 3　当 $e=6$、$k=k'$ 时,$(H_0\cup H_2\cup H_4, H_1\cup H_3\cup H_5)$等同于 $e=2$ 时的(H_0, H_1),只考虑$(H_0\cup H_1\cup H_2, H_3\cup H_4\cup H_5)$、$(H_0\cup H_1\cup H_3, H_2\cup H_4\cup H_5)$、$(H_0\cup H_1\cup H_4, H_2\cup H_3\cup H_5)$是否构成几乎差集偶,其他几种情况与此三种差集偶等价.

证明略.

与定理 6、定理 7 同样道理,可证得,令质数幂 $v=6f+1=A^2+3B^2$,f 为偶数,设 w 为 $GF(v)$的原根,$w^m\equiv 2$. 当 $m\equiv 0(\mathrm{mod}3)$时,$A\equiv 1,5(\mathrm{mod}6)$、$B=0$,$(H_0\cup H_1\cup H_2, H_3\cup H_4\cup H_5)$、$(H_0\cup H_1\cup H_3, H_2\cup H_4\cup H_5)$、$(H_0\cup H_1\cup H_4, H_2\cup H_3\cup H_5)$都分别构成一个差集偶.

5　结论

本文在差集偶和伪随机序列偶的基础上,研究了差集偶的主要和重要的构造方法——分圆类法,再利用差集偶和伪随机序列偶的的等价关系,从而能够很方便的构造出伪随机序列偶,也就是给出了伪随机序列偶的一种直接构造方法,从而为其他的伪随机序列偶构造方法提供了大量的已知序列偶. 本文的结果也使得差集偶直接构造这一数学问题的解决取得了重要进展,同时又将为新扩频通信地址码设计提供数学方法,进而推进扩频通信地址码设计的研究.

参考文献:

[1] 杨义先. 最佳信号理论与设计[M]. 北京:人民邮电出版社,1996.56-78.
Yang Yi-xian. Theory and Design of Perfect Signal[M]. Beijing: The People's Posts & Telecom Press, 1996. 56-78. (in Chinese)

[2] A L Whiteman. The cyclotomic number of order twelve[J]. Acta Arithmetica, 1960, 6: 53-76.

[3] B Gordon, W H Mills, et al. Some new difference sets[J]. Canadian Journal of Mathematics, 1962, 14(4): 614-625.

[4] T Storer. Cyclotomy and Difference Sets[M]. Chicago: Markham publishes company, 1967. 25-83.

[5] C Ding, T Helleseth, K Y Lam. Several classes of binary sequences with three-level auto-correlation[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1999, 45(7): 2606-2612.

[6] C Ding, T Helleseth, H M Martinsen. New families of binary sequences with optimal three-level autocorrelation[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(1): 428-433.

[7] Mutoh, Yukiyasu, et al. Difference systems of sets and cyclotomy[J]. Discrete Mathe-matics, 2008, 308(7): 2959-2969.

[8] Y Chang, C Ding. Constructions of external difference families and disjoint difference families[J]. Designs, Codes and Cryptography, 2006, 40(2): 167-185.

[9] 赵晓群,何文才,王仲文,贾世楼. 最佳二进阵列偶理论研究[J]. 电子学报,1999,27(1):34-37.
Zhao Xiao-qun, He Wen-cai, Wang Zhong-wen, et al. The theory of the perfect binary array pairs[J]. Acta Electronica Sinica, 1999, 27(1): 34-37. (in Chinese)

[10] 许成谦. 差集偶与最佳二进阵列偶的组合研究方法[J]. 电子学报,2001,29(1):86-89.
Xu Cheng-qian. Differences set pairs and approach for the study of perfect binary array pairs[J]. Acta Electronica Sinica, 2001, 29(1): 87-89. (in Chinese)

[11] 王扬志,许成谦. 可分差集偶与几乎最佳二元序列偶的研究[J]. 电子学报,2009,37(4):692-695.
Wang yang-zhi, Xu Cheng-qian. Divisible difference set pair and approach for the study of almost perfect binary sequence Pair[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(4): 692-695. (in Chinese)

[12] 毛飞,蒋挺,赵成林,等. 伪随机二进序列偶研究[J]. 通信学报,2005,26(8):94-98.
Mao Fei, Jiang Ting, Zhao Cheng-lin, et al. Study of pseudo-random binary sequence pairs[J]. Journal on Communications, 2005, 26(8): 94-98. (in Chinese)

作者简介:

靳慧龙　男,1973 年生,河北宁晋人. 2003 年获燕山大学电路与系统专业硕士学位,现为燕山大学博士研究生,河北师范大学副教授. 主要研究方向为编码理论、密码学、最佳信号设计等. E-mail: JHL981981@yahoo.com.cn